

В.С. Трояновский, Ю.В. Табачник

СПЕКТРАЛЬНАЯ ПЛОТНОСТЬ ДЕПОЛЯРИЗОВАННОГО
РАСSEЯНИЯ СВЕТА В ПЛАЗМЕ

Исследуется деполаризованная компонента рассеяния света в плазме, обусловленная анизотропной частью парной поляризуемости в процессе столкновения частиц. Рассчитан спектр рассеяния света в частотном диапазоне $\omega \lesssim 10^{13} \text{ с}^{-1}$ для полностью и частично ионизованной плазмы. Аналитически исследуются асимптотики спектральной плотности и интегральная интенсивность рассеянного света. Полученное асимптотическое выражение для спектральной плотности в низкотемпературной плазме является точным. Рассматривается возможность экспериментального обнаружения рассмотренных эффектов. Предложен метод диагностики низкотемпературной плазмы с помощью спектров деполаризованного рассеяния света.

В последнее время оптические методы, основанные на изучении спектров поляризованного рассеяния света, стали одними из основных методов диагностики плазмы в широком диапазоне термодинамических параметров [1, 2]. В отличие от поляризованной составляющей рассеяния света деполаризованная компонента полностью обусловлена столкновениями частиц плазмы, приводящими к появлению анизотропной части поляризуемости. Поэтому изучение спектров деполаризованного рассеяния света может дать непосредственную информацию о динамике межчастичных взаимодействий в среде.

В данной статье рассмотрим деполаризованное рассеяние света на плазме, состоящей из электронов и однозарядных ионов, при этом ограничимся расчетом спектральной плотности рассеяния в случае относительно небольших сдвигов частоты ($\omega \lesssim 10^{13} \text{ с}^{-1}$). Так как столкновения с участием электронов происходят на временах порядка 10^{-15} с , соответствующие им спектральные линии не будут иметь отношения к указанной области частот. При этом, если плотность плазмы невелика, ситуация оказывается полностью аналогичной случаю рассеяния света в благородном газе.

Интенсивность рассеянного света задается корреляционной функцией, составленной из компонент тензора неприводимой парной поляризуемости ионов, [3]:

$$I_{VH} = \frac{VI_0}{4\pi r^2} \frac{\omega_0^4}{c^4} \varphi(\omega), \quad (1)$$

$$\Phi(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{-i\omega t} \frac{1}{V} \left\langle \sum_{i \neq j} \sum_{n \neq m} \alpha_{xy}^{(2)}(\mathbf{r}_{ij}(t)) \alpha_{xy}^{(2)}(\mathbf{r}_{nm}(0)) \right\rangle, \quad (2)$$

где $\alpha_{xy}^{(2)}$ — разность между поляризуемостью данной пары ионов и суммой их одночастичных поляризуемостей; V — объем рассеивающей системы; I_0 и ω_0 соответственно интенсивность и частота падающего излучения; r — расстояние до точки наблюдения; ω — сдвиг частоты при рассеянии; c — скорость света; $\mathbf{r}_{ij}(t) = \mathbf{r}_i(t) - \mathbf{r}_j(t)$, где $\mathbf{r}_i(t)$ — радиус-вектор i -го иона в момент времени t .

Для восстановления явного вида $\Phi(\omega)$ воспользуемся следующим методом. Представим искомую функцию как функцию частоты и плотности ионов в виде

$$\Phi(\omega) \equiv \Phi(\omega\tau_i, \omega\tau^*), \quad (3)$$

где τ_i — среднее время между столкновениями ионов; τ^* — характерное время ион-ионного столкновения. Поскольку в не очень плотной системе $\tau_i \gg \tau^*$, на частотах $\omega \sim 1/\tau^*$ по первому аргументу в (3) можно ограничиться первым асимптотическим членом. Предполагая степенной характер такой асимптотики, имеем

$$\Phi(\omega) \sim (\omega\tau_i)^{-P} G(\omega\tau^*), \quad (\omega\tau_i \gg 1).$$

Время соударения τ^* не зависит от плотности ионов, поэтому функцию можно восстановить по моментному ряду, соответствующему $\Phi(\omega)$, путем выделения из каждого слагаемого вкладов минимального порядка по n_i с последующим обратным суммированием. В результате корреляционная функция $\Phi(\omega)$, воспроизводящая все частотные моменты в главном порядке по плотности, примет вид

$$\Phi(\omega) = n_i^2 \int d\mathbf{r}_0 g(\mathbf{r}_0) \int d\mathbf{v}_1^0 f_M(\mathbf{v}_1^0) \int d\mathbf{v}_2^0 f_M(\mathbf{v}_2^0) \int_{-\infty}^{\infty} dt \times \\ \times e^{i\omega t} \alpha_{xy}^{(2)}(\mathbf{r}_0) \alpha_{xy}^{(2)}(\mathbf{r}(t)), \quad (4)$$

где $g(\mathbf{r}_0)$ — парная функция распределения ионов; n_i — плотность ионов; \mathbf{v}_1^0 и \mathbf{v}_2^0 — начальные скорости ионов; $f_M(\mathbf{v}^0)$ — максвелловская функция распределения. Интеграл в (4) можно представить в более удобном виде, перейдя к переменным интегрирования ρ , v_∞ и t_0 (ρ — прицельное расстояние при столкновении двух частиц; v_∞ — относительная скорость при $t \rightarrow -\infty$; t_0 — время движения частицы приведенной массы от данной точки траектории к точке, наименее удаленной от силового центра). Поскольку неприводимая часть парной поляризуемости достаточно быстро убывает с ростом r_0 , главный вклад в $\Phi(\omega)$ при интегрировании вносит лишь область размером нескольких атомных диаметров. При этом радиальная функция распределения имеет бoльцмановский вид: $g(r_0) = \exp(-u(r_0)/T)$. В результате выражение для $\Phi(\omega)$ преобразуется к виду

$$\Phi(\omega) = n_i^2 \int_0^\infty d\rho 2\pi\rho \int_0^\infty dv_\infty 4\pi v_\infty^3 \left(\frac{\mu}{2\pi T_i}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{\mu v_\infty^2}{2T_i}\right) \times \\ \times \int_{-\infty}^\infty dt_0 \int_{-\infty}^\infty dt e^{i\omega t - i\omega t_0} \alpha_{xy}^{(2)}(t) \alpha_{xy}^{(2)}(t_0), \quad (5)$$

где μ — приведенная масса ионов; T_i — температура ионной подсистемы в энергетических единицах. Если разделить тензор парной поляризуемости на неприводимые части

$$\alpha_{\alpha\beta}^{(2)} = \gamma(r) \frac{\delta_{\alpha\beta}}{3} + \beta(r) \left(\frac{r_\alpha r_\beta}{r^2} - \frac{\delta_{\alpha\beta}}{3} \right), \quad (6)$$

то выражение (5) можно записать более компактно:

$$\Phi(\omega) = \frac{1}{30} \left\langle \frac{1}{2} |\beta_0(\omega)|^2 + \frac{3}{4} |\beta_+(\omega)|^2 + \frac{3}{4} |\beta_-(\omega)|^2 \right\rangle. \quad (7)$$

Здесь угловые скобки обозначают интегрирование по ρ и v с весовыми множителями из (5).

$$\beta_0(\omega) = \int_{-\infty}^\infty dt e^{-i\omega t} \beta(r(t)); \\ \beta_\pm(\omega) = \int_{-\infty}^\infty dt e^{-i\omega t \pm 2i\varphi(t)} \beta(r(t)), \quad (8)$$

где $r(t)$ и $\varphi(t)$ — полярные координаты частицы приведенной массы в момент времени t . Если известен межчастичный потенциал и неприводимая часть парной поляризуемости $\beta(r)$, выражения (7–8) в принципе решают поставленную задачу о нахождении формы спектральной линии деполяризованного рассеяния света. Отметим, что аналогичные результаты могут быть получены с помощью группового разложения оператора эволюции. В работе [4] в рамках этого метода рассчитана высокочастотная проводимость плазмы, совпавшая с известной формулой В.Л. Гинзбурга.

Проанализируем характер спектров в двух предельных случаях при низких и относительно высоких температурах плазмы.

1. При низкотемпературной полностью ионизированной плазме выполняется соотношение

$$2R \ll \frac{e^2}{\gamma}, \quad (9)$$

где R — кинетический радиус иона. Неравенство (9) означает, что при столкновении минимальное расстояние, на которое могут сблизиться ионы, значительно превышает их собственные размеры. При этом потенциал ион-ионного взаимодействия чисто кулоновский, а в качестве парной поляризуемости можно использовать асимптотическое выражение по модели DID (*dipole-induced-dipole* [3, 5]).

$$\beta(r) = 6\alpha_0^2/r^3. \quad (10)$$

где α_0 — одночастичная поляризуемость иона на частоте падающего излучения. Отметим, что при выполнении неравенства (9) формула (10) является точной. В результате закон спадающей интенсивности при $\omega\tau^* \gg 1$ имеет существенно нелоренцовский характер:

$$\Phi(\omega) = \frac{12}{5^{3/2}} 6^{1.5} \pi^{6/5} \left(F_0 + \frac{3}{2} F_+ + \frac{3}{2} F_- \right) \frac{n_i^2 \alpha_0^4 \mu^{19/15}}{e^{14/15} T^{4/5}} \cdot \omega^{23/15} \cdot e^{-(\omega\tau^*)^{2/5}}, \quad (11)$$

$$\tau^* = \pi \sqrt{\frac{3125}{216} \frac{e^2 \mu^{1/2}}{T^{3/2}}}. \quad (12)$$

Константы F_0 , F_+ и F_- рассчитывались численно и соответственно равны 0,533; 12,687; 5,882. Во всем частотном диапазоне спектральная линия рассчитывалась на ЭВМ и имеет колоколообразный вид с полушириной $\omega_{ш} = 1,6 \cdot \frac{(2T_i)^{3/2}}{e^2 \mu^{3/2}}$. Интегральная интенсивность рассеянного света вычисляется аналитически и оказывается пропорциональной T_i^3 :

$$W_{(1)}^{VH} = \frac{VI_0}{r^2} \frac{\omega_0^4}{c^4} \frac{48\pi}{5} n_i^2 \frac{\alpha_0^4}{e^6} T_i^3. \quad (13)$$

Если система является достаточно плотной, то $e^2/T_i \approx n^{-1/3}$ и характерное время столкновения τ^* может стать порядка τ_i . В этом случае использование представлений об изолированных парных столкновениях уже некорректно. Выражения (5) и (7), таким образом, будут непригодны, однако асимптотический характер убывания (11) по-прежнему будет иметь место. Это связано с тем, что при $\omega \gg \frac{1}{\tau^*}$ в интеграл по v в (5) главный вклад будут вносить лишь соударения с достаточно высокими относительными скоростями $v \sim (\omega\tau^*)^{1/5} v_T$. При этом расстояние, на которое сближаются ионы при таких относительных скоростях, будет порядка $\frac{e^2/T}{(\omega\tau^*)^{3/5}}$, т. е. может стать меньше, чем $n_i^{1/3}$.

2. С ростом температуры неравенство (9) начинает нарушаться. Тогда, если $2R \approx e^2/T_i$, существенную роль при ион-ионных столкновениях начинают играть обменные силы, что должно быть учтено при моделировании парного потенциала и парной поляризуемости. Расчет спектров проведем в предположении, что при $r \leq 2R$ парный потенциал неограниченно возрастает (модель твердых сфер), а при $r > 2R$ по-прежнему имеет кулоновский вид. Парную поляризуемость оставим без изменения (в случае рассеяния света в благородных газах известно, что модель DID достаточно хорошо согласуется с экспериментом [5,6]).

Асимптотика спектральной плотности $\Phi(\omega)$ на высоких частотах теперь будет иметь вид

$$\Phi(\omega) = \frac{27}{10} \frac{\pi^{1/2}}{\omega^4} \frac{n_i^2 \alpha_0^4}{R^5} \left(\frac{2T}{\mu} \right)^{3/2} e^{-\frac{e^2}{2RT_i}}. \quad (14)$$

Смена экспоненциальной асимптотики (11) на степенную (14) связана с тем, что при увеличении температуры начинают преобладать столкновения с участием твердых сердцевин ионов.

Интегральная интенсивность излучения в этом случае равна

$$W_{(2)}^{VH} = \frac{VI_0}{r^2} \frac{\omega_0^4}{c^4} \frac{6}{5} \pi \frac{n_i^2 \alpha_0^4}{R^3} \left(\frac{T}{T^*} \right)^3 \cdot \left[1 - e^{-\frac{T^*}{T}} \left(1 + \frac{T^*}{T} + \frac{1}{2} \left(\frac{T^*}{T} \right) \right) \right], \quad (15)$$

где $T^* = \frac{e^2}{2R}$. Для цезиевой плазмы T^* соответствует температуре ионов ($\sim 50000^\circ\text{K}$). Видно, что при низких температурах плазмы, когда наличие твердых сердцевин ионов незначительно, (15) переходит в соотношение (13). Таким образом, экспериментальное измерение зависимости интегральной интенсивности рассеяния от температуры позволяет судить о характере межчастичного потенциала взаимодействия ионов.

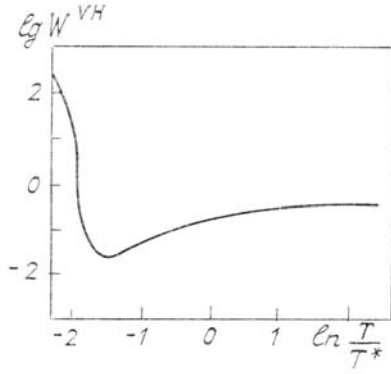


Рис. 1

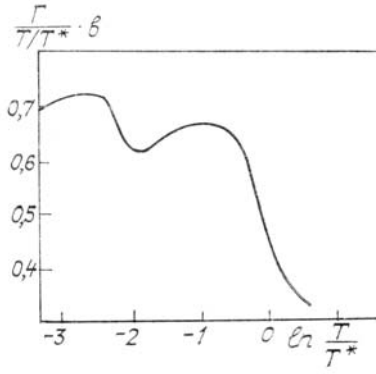


Рис. 2

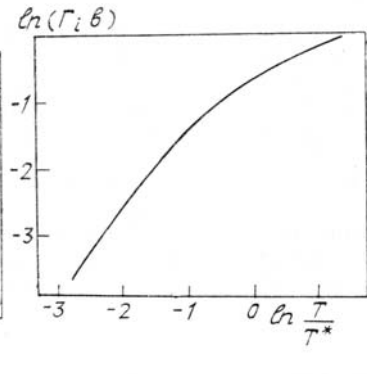


Рис. 3

Если температура плазмы меньше потенциала ионизации, в системе присутствуют нейтральные атомы, которые вследствие своей высокой поляризуемости могут вносить существенный вклад в спектральную интенсивность рассеяния. Расчеты спектров, связанные с нейтральными атомами, были проведены нами в рамках модели DID для парной поляризуемости и в рамках модели твердых сфер для межчастичного потенциала. Относительные концентрации атомов и ионов рассчитывались по формулам Саха [7], т.е. в предположении о наличии ионизационного равновесия. На рис. 1, 2, 3 приведены рассчитанные зависимости интегральной интенсивности W^{VH} и полуширины Γ от температуры для случая цезиевой плазмы, константа b равна $\mu^{1/2}R^{3/2}/e$. При $T/T^* < 0,1$ основной вклад в рассеяние вносят нейтральные атомы, тогда как при $T/T^* > 0,1$ деполаризованная компонента обусловлена рассеянием на взаимодействующих ионах. Максимум функции $\Gamma(T)/(T/T^*)$ на рис. 2 или излом линии на рис. 3 имеет ясный физический смысл. При высоких температурах, когда существенны столкновения ионов с участием твердых сердцевин, характерное время взаимодействия частиц порядка $\sim \left(\frac{V_T}{R}\right)^{-1}$, поэтому полуширина $\Gamma \sim \sqrt{T}$. При понижении температуры, когда потенциал взаимодействия частиц чисто кулоновский, расстояние минимального сближения становится порядка $\frac{e^2}{T} > 2R$, время взаимодействия ионов $-(v_T T/e^2)^{-1}$, откуда $\Gamma \sim T^{3/2}$. Максимум на рис. 2 и излом линии на рис. 3 как раз соответствуют температурам, при которых меняется характер столкновения ионов.

Таким образом, полуширина спектральной линии Γ , а также интегральная интенсивность W^{VH} существенно зависят от температуры ионной подсистемы. Кроме того, $W_{(2)}^{VH}(T) \sim n^2$, поэтому измерение спектральных параметров может быть использовано для диагностики плазмы.

Обобщение полученных результатов при наличии многозарядных ионов не представляет затруднений. С принципиальной точки зрения указанный подход может быть обобщен и на случай неравновесной плазмы.

В заключение рассмотрим возможности экспериментального обнаружения исследованных спектральных особенностей. Основным лимитирующим фактором при экспериментальных исследованиях является наличие тормозного излучения, возникающего при электрон-ионных столкновениях, а также тепловое излучение плазмы. Условием наблюдения рассеянного света на фоне шумового излучения является неравенство

$$N_{\text{рас}} > \sqrt{N_{\text{торм}} + N_{\text{тепл}}}, \quad (16)$$

где $N_{\text{рас}}$, $N_{\text{торм}}$, $N_{\text{тепл}}$ — число «рассеянных», «тормозных» и «тепловых» фотонов, излучаемых в данный спектральный диапазон $\omega_0 \pm \frac{1}{\tau^*}$ за время действия лазерного импульса $t_{\text{имп}}$. Смысл неравенства (16) состоит в том, что полезный сигнал должен превышать квантовые флуктуации фонового сигнала [1]. Оценивая $N_{\text{рас}}$, $N_{\text{торм}}$, $N_{\text{тепл}}$, получаем:

$$N_{\text{рас}} \sim \frac{VI_0 t_{\text{имп}} n_i^2 \alpha_0^4}{hc \lambda^3 e^6} T^3 \cdot 10 \cdot (2\pi)^6; \quad (17)$$

$$N_{\text{торм}} \sim \frac{V n_i n_e v_e \alpha_0 t_{\text{имп}} \lambda}{hc \tau^*}; \quad (18)$$

$$N_{\text{тепл}} \sim \frac{S \cdot t_{\text{имп}}}{\tau^* \lambda^2} \cdot \frac{1}{\frac{hc}{e^{\lambda T}} - 1}, \quad (19)$$

где v_e — тепловая скорость электронов; κ_ω — эффективное тормозное излучение [8] на частоте зондирующего излучения с длиной волны λ , S — площадь испускающей тепловое излучение поверхности плазмы. Численные оценки для параметров, характерных для стандартного неодимового лазера [9] ($\lambda = 1,06$ мкм, $t_{\text{имп}} = 3 \cdot 10^{-9}$ с, диаметр луча $d = 4,5$ см, $I = 10^{12}$ Вт/см²), в цезиевой плазме при $T \sim 10^5$ К равны

$$N_{\text{рас}} \sim 5 \cdot 10^{-24} n_i^2; N_{\text{торм}} \sim 2 \cdot 10^{-22} n_i^2; N_{\text{тепл}} \sim 2 \cdot 10^{15}. \quad (20)$$

С учетом (20) и неравенства (16) получаем ограничение на плотность ионов в плазме (n_i , см⁻³)

$$3 \cdot 10^{15} < n_i < 10^{21}. \quad (21)$$

Правая часть неравенства (21) обусловлена тем, что излучение может проникать в плазму лишь при частотах иницирующего излучения выше плазменной частоты. Эта оценка приведена для лазера, излучающего в инфракрасной области. Отметим, что при использовании лазеров с более высокой частотой излучения число «рассеянных» фотонов $N_{\text{рас}}$ резко возрастает, тогда как число «тепловых» и «тормозных» фотонов становится значительно меньше. Те же ограничения на плотность ионов плазмы (21) получим при использовании Хе-Сл лазера [10] с параметрами: $\lambda = 308$ нм, $t_{\text{имп}} = 130$ нс, диаметр луча $d = 2$ см, $I_0 = 40$ мВт/см².

Таким образом, при использовании лазеров ближнего ультрафиолетового диапазона экспериментальное обнаружение деполяризованных спектров рассеяния света в плазме может быть использовано для диагностики в более широком диапазоне плотностей и значительно более низких интенсивностях зондирующего лазерного излучения.

1. Пятницкий Л. Н. Лазерная диагностика плазмы. М.: Атомиздат. 1976. 424 с.
2. Шеффилд Дж. Рассеяние электромагнитного излучения в плазме. М.: Атомиздат. 1978. 280 с.
3. Gelbart W. M. Intermolecular spectroscopy: Intermolecular Spectroscopy and dynamical properties of dense systems: Proceedings of the International school of Physics «Enrico Fermi». North-Holland, Amsterdam. 1980. Course LXXV. P. 1–44.
4. Трояновский В. С. // Изв. вузов. Физика. 1986. № 7. С. 59.
5. Kivelson P., Madden P. A. // Ann. Rev. Phys. Chem. 1980. V. 31. P. 523–528.
6. Barocchi F., Zorru M. Intermolecular spectroscopy: Intermolecular Spectroscopy and dynamical properties of dense systems: Proceedings of the International school of Physics «Enrico Fermi». North-Holland, Amsterdam. 1980. Course LXXV. P. 237–263.
7. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Статистическая физика. М.: Наука. 1964. 568 с.
8. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. М.: Наука. 1973. 504 с.
9. Хора Х. Физика лазерной плазмы. М.: Энергоатомиздат. 1986. С. 13.
10. Тарасенко В. Ф., Панченко А. Н., Мельченко С. В. и др. // Квантовая электроника. 1987. № 12. С. 2450.

Одесский госуниверситет
им. И.И. Мечникова,
Томский госуниверситет
им. В.В. Куйбышева

Поступила в редакцию
4 апреля 1988 г.

V. S. Troyanovsky, Yu. V. Tabachnik. Spectral Density of Depolarized Light Scattering by Plasma.

The depolarized light scattering by plasma due to the collision-induced polarizability anisotropy was studied.

The light scattering spectra for completely and partially ionized plasmas at frequencies $\omega \lesssim 10^{13}$ s⁻¹ were obtained. Analytic expressions for the spectral density asymptotics and the integrated scattering intensity were derived. An exact asymptotic formula for the spectral density in the low-temperature plasma was inferred. The feasibility of experimental observations of the above effects is discussed. The depolarized light scattering spectra have proven useful for the low-temperature plasma diagnostics.