

Л. Т. Матвеев, С.А. Солдатенко

ЧИСЛЕННЫЕ МОДЕЛИ ФОРМИРОВАНИЯ И ПРОГНОЗА ОБЛАКОВ

В работе рассмотрены гидродинамические модели влажной атмосферы, предназначенные для численного моделирования и прогноза полей облачности, температуры и влажности воздуха. Предложенные модели могут применяться в задачах численного прогноза погоды и прогноза оптических свойств земной атмосферы. Продемонстрирована важнейшая роль горизонтальной бароклинности (термической неоднородности) и процессов атмосферного влагооборота в зарождении и эволюции синоптических вихрей.

Основной оптической характеристикой атмосферы, имеющей самостоятельное значение, а также определяющей решение большинства задач изучения природных ресурсов Земли, является прозрачность (оптическая толщина) и ее вертикальный профиль. Наиболее сильное оптическое помутнение атмосферы, как известно, связано с водяным паром и продуктами его конденсации (облаками, туманами, осадками). В соответствии с этим решение проблемы прогноза оптических свойств атмосферы Земли тесно связано с решением задачи прогноза эволюции полей влажности и облачности.

За последние годы в метеорологии существенное развитие получили численные (гидродинамические) методы прогноза термодинамического состояния атмосферы. Современный уровень развития исследований по динамике облаков позволяет применять гидродинамические методы и для прогнозирования эволюции облачного покрова в атмосфере Земли [1].

Облака — продукт конденсации водяного пара, на содержание и фазовые переходы которого сильное влияние оказывает температура. Естественно поэтому, что успех в решении задачи прогноза поля облачности в значительной степени зависит от качества прогнозирования полей температуры и влажности. Традиционно в математических моделях атмосферы для предвычисления температуры и влажности используются уравнения притока тепла и влаги в следующем виде:

$$d_t \theta = \frac{\theta}{T} \left(\frac{Lv}{c_p \rho} + \frac{\varepsilon_r}{c_p \rho} \right) + F_\theta, \quad d_t q = -\frac{v}{\rho} + F_q, \quad (1)$$

где $d_t = \partial_t + u\partial_x + v\partial_y + w\partial_z$ — оператор индивидуальной производной; ∂_x — оператор дифференцирования по переменной x (аналогичный смысл несут операторы ∂_t , ∂_y и ∂_z); Θ — потенциальная температура; T — температура; L, v — удельная теплота и абсолютная скорость конденсации водяного пара; c_p — теплоемкость воздуха при постоянном давлении; ρ — плотность воздуха; q — массовая доля водяного пара; F_θ, F_q — слагаемые, описывающие скорость изменения соответствующей субстанции вследствие мелкомасштабной турбулентности.

Главные трудности решения уравнений (1) связаны с наличием в них величины v [1]. С целью преодоления этих трудностей нами в основу построения численных моделей формирования и прогноза облаков был положен метод инвариантов, физические основы которого были заложены в [2] одним из авторов настоящей работы. Главной предпосылкой метода служит представление о достаточно полном увлечении облачных элементов (капель воды и кристаллов льда) теми частицами воздуха (молями), которые участвуют в турбулентном обмене. Использование идеи полного увлечения дает возможность записать уравнение для прогноза водности облаков δ [2]

$$d_t \delta = \frac{v}{\rho} + F_\delta \quad (2)$$

и на этой основе ввести два инварианта — удельное влагосодержание $s (s = q + \delta)$ и эквивалентно-потенциальную температуру Π ($\Pi = \Theta + Lq/c_p$), а также построить для них дифференциальные уравнения, которые сохраняют один и тот же вид как до начала, так и в процессе образования облака [3, 4]

$$\partial_t \Pi + m^2 \mathbf{V} \cdot \nabla \Pi + \omega \partial_p \Pi = (P_0/p)^{R/c_p} (\partial_p Q + L \partial_p H) + \frac{\theta R}{c_p P} \varepsilon_r + K \nabla^2 \Pi, \quad (3)$$

$$\partial_t s + m^2 \mathbf{V} \cdot \nabla s + \omega \partial_p s = g (\partial_p Q + \partial_p H) + K \nabla^2 s, \quad (4)$$

где m — масштабный множитель карты; $P_0 = 1000$ гПа — стандартное давление; Q и H — вертикальные турбулентные потоки тепла и водяного пара; Q_κ — поток облачных элементов под влиянием гравитационного оседания; \tilde{H} — вертикальный турбулентный поток удельного влагосодержания; K — горизонтальный коэффициент турбулентности; $\mathbf{V} = (u, v)$ — вектор горизонтальной скорости.

Для облачной атмосферы, где водяной пар находится в насыщенном состоянии, система уравнений (3), (4) дополняется соотношением

$$q = q_m = 0,622 \frac{E(T)}{p}, \quad (5)$$

где $E(T)$ — парциальное давление насыщенного водяного пара.

Уравнения (3), (4) корректно учитывают динамику облачности и влияние реализации скрытого тепла конденсации на характер атмосферных движений. В то же время в отличие от уравнений (1) соотношения (3), (4) относительно легко поддаются численному решению. Заметим, что функции Π и s совместно с выражением (5) позволяют определить температуру воздуха, массовую долю водяного пара и такую важную для решения задач атмосферной оптики характеристику, как водность облачности δ [1, 2].

Ясно, что ввиду наличия в уравнениях (3), (4) величин \mathbf{V} и ω эти уравнения должны быть дополнены уравнениями движения, неразрывности и статики, которые дают возможность определить составляющие вектора скорости u, v, ω и геопотенциал Φ :

$$\partial_t \mathbf{V} + m^2 \mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V} + \omega \partial_p \mathbf{V} = -f \boldsymbol{\kappa} \times \mathbf{V} - \nabla \Phi - \frac{1}{2} |\mathbf{V}|^2 \nabla(m^2) + g \partial_p \boldsymbol{\tau} + K \nabla^2 \mathbf{V}; \quad (6)$$

$$\partial_p \omega + m^2 \nabla \cdot \mathbf{V} = 0, \quad (7)$$

где f — кориолисов параметр; $\boldsymbol{\kappa}$ — единичный вектор вертикальной оси; $\boldsymbol{\tau}$ — вектор турбулентного напряжения трения.

Система уравнений (3)–(8) является замкнутой и при заданных начальных и граничных условиях позволяет осуществить численный прогноз полей ветра, геопотенциала, температуры и влажности воздуха, а также водности облачности в некоторой ограниченной области $\Omega = \{0 \leq x \leq X, 0 \leq y \leq Y, 0 \leq p \leq P_0\}$. Краевые условия по вертикали записываются следующим образом:

$$\omega = 0 \text{ при } p = 0, \quad (9)$$

$$\omega = m^2 \mathbf{V} \cdot \nabla z_0 \text{ при } p = P_0. \quad (10)$$

где z_0 — высота поверхности суши над уровнем моря. Условие (9) отражает тот факт, что масса атмосферы есть величина постоянная, а условие (10) означает, что на нижней границе, за которую в модели принят изобарический уровень 1000 гПа, поток воздуха плавно обтекает неровности земного рельефа. Из (10) может быть получено прогностическое уравнение для расчета высоты поверхности 1000 гПа:

$$\partial_t h_{1000} + m^2 \mathbf{V} \cdot \nabla h_{1000} + \omega \partial_p h_{1000} = m^2 \mathbf{V} \cdot \nabla z_0. \quad (11)$$

В модели используются вложенные сетки (телескопизация). На боковых границах внешней сетки, охватывающей первый естественный синоптический регион (Европа с прилегающей акваторией морей), граничные условия, с целью выполнения интегральных законов сохранения, записываются в виде

$$\partial_t \Pi = \partial_t s = \partial_t h_{1000} = \partial_n V^t = V^n = 0, \quad (12)$$

где V^t и V^n — тангенциальная и нормальная относительно боковых границ составляющие скорости движения. При постановке боковых граничных условий для вложенной сетки, охватывающей Европейскую территорию СССР, используется метод одностороннего взаимодействия между телескопируемыми областями. Для ликвидации коротковолновых паразитарных возмущений, генерируемых боковыми границами вложенной сетки, применяется процедура демпфирования поглощением, основанная на использовании взвешенных тенденций (производных по времени) в приграничной зоне [5].

Средние оценки оправдываемости суточных прогнозов облачности

Поверхность, гПа	Характеристика оправдываемости						
	u_{11}	u_{22}	u	ρ_3	H	Q	ε_0
850	81,8	81,4	81,7	66	67	68	54
700	82,9	83,4	83,1	67	67	69	56
500	84,1	84,7	84,5	69	69	72	59
300	78,6	78,4	78,5	63	65	64	53

Примечание. $u = (n_{11} + n_{22})/N$ — полная оправдываемость прогноза; $u_{11} = n_{11}/n_{01}$ — оправдываемость прогноза «ясно»; $u_{22} = n_{22}/n_{02}$ — оправдываемость прогноза «облачно»; $\rho_3 = [(n_{11} + n_{22}) - (n_{12} + n_{21})]/N$ — так называемый качественный коэффициент корреляции; $H = (u - u_0)/(1 - u_0)$ — критерий надежности метода по Н.А. Багрову; $u_0 = (n_{01}n_{10} + n_{02}n_{20})/N$ — оправдываемость случайных прогнозов; $Q = 1 - (n_{12}/n_{02}) - (n_{21}/n_{01})$ — критерий оправдываемости альтернативных прогнозов по А.М. Обухову; ε_0 — относительное количество прогностической информации.

Смысл символов

Предсказано	Осуществилось случаев		Всего
	«Ясно»	«Облачно»	
«ясно»	n_{11}	n_{12}	n_{10}
«облачно»	n_{21}	n_{22}	n_{20}
Всего . . .	n_{31}	n_{32}	N

Модель достаточно полная по своему физическому содержанию. В ней посредством параметризационных схем, детально описанных в [5], учитываются конвекция, радиационные притоки тепла, потоки и притоки тепла, влаги и количества движения в планетарном пограничном слое атмосферы и приземном подслое, суточный ход радиационного баланса, турбулентные притоки тепла, влаги и количества движения выше пограничного слоя, балл и водность облачности, крупномасштабные и конвективные осадки.

В основу численного решения задачи положен метод расщепления [6]. Детально численная схема, используемая для решения уравнений модели, изложена в [4].

Сведения об оправдываемости суточных прогнозов облачности, составленных с помощью рассматриваемой модели, приведены в таблице (все характеристики оправдываемости для удобства умножены на сто). Полная оправдываемость изложенного метода прогноза облачности составляет 80—85%. В то же время средние относительные ошибки прогноза полей геопотенциала, температуры и точки росы заключены соответственно в интервалах 0,55—0,65, 0,50—0,60, 0,60—0,67. Все это свидетельствует о возможности практического использования модели для целей численного прогноза погоды и в задачах прогноза оптических свойств атмосферы.

Анализ синоптико-аэрологических исследований [1, 2, 7] и результаты численного моделирования [8, 9] показывают, что в формировании облаков определяющую роль играют вертикальные движения различных масштабов. Прежде всего, восходящие движения являются основной причиной формирования полей слоистообразной (главным образом фронтальной) облачности в областях пониженного давления. На рис. 1 приведены примеры распределения по высоте абсолютной водности облачности теплого фронта, полученные по данным численного моделирования (в данном случае разность температур ΔT между теплым и холодным воздухом вблизи земли составляет 10°C). При выполнении численных расчетов использовалась мезомасштабная модель, основные уравнения которой имеют вид

$$\begin{aligned}
 \partial_t \Pi + u \partial_x \Pi + w \partial_z \Pi &= \partial_z (\kappa \partial_z \Pi); \\
 \partial_t s + u \partial_x s + w \partial_z s &= \partial_z (\kappa \partial_z s) - (1/\rho) \partial_z Q_\kappa; \\
 \partial_t u + u \partial_x u + w \partial_z u &= f(v - v_g) + \partial_z (\kappa \partial_z u); \\
 \partial_t v + u \partial_x v + w \partial_z v &= -f(u - u_g) + \partial_z (\kappa \partial_z v); \\
 \partial_x (\rho u) + \partial_z (\rho w) &= 0; \\
 \partial_t b + u \partial_x b + w \partial_z b &= \alpha_b \partial_z (\kappa \partial_z b) - (cb^2/\kappa) + \kappa [(\partial_z u)^2 + (\partial_z v)^2 + (\partial_z w)^2 - \\
 &\quad - (g/T) \partial_z \theta - 0,62 \partial_z q]; \\
 \partial_z \kappa &= (\kappa/b) \partial_z b + \sqrt[4]{c\kappa} \sqrt{b},
 \end{aligned}$$

где b — энергия турбулентных пульсаций; $\kappa = 0,38$ — постоянная Кармана; κ — вертикальный коэффициент турбулентности; $\alpha_b \approx 0,73$ и $c \approx 0,46$ — постоянные. Согласно рис. 1 облачность тем мощнее, чем выше влажность теплой воздушной массы. При относительной влажности r , равной 60–70%, образуется лишь облачность среднего и верхнего ярусов с водностью, не превышающей $0,1 \text{ г/м}^3$. Фронты с такой облачностью наблюдаются, например, летом в Средней Азии. При высокой относительной влажности ($r = 80–95\%$) формируется мощная слоистодождевая облачность с максимальными значениями водности (наблюдаемыми в средней тропосфере) порядка $0,6–0,8 \text{ г/м}^3$. Поскольку при увеличении ширины фронтальной зоны L_x вертикальная скорость над приземным фронтом уменьшается, то переход от распределения абсолютной водности, показанного на рис. 1, а ($L_x \sim 120 \text{ км}$), к распределению на рис. 1, б ($L_x \sim 250 \text{ км}$) сопровождается снижением водности облака (при $r = 80\%$ максимальное значение водности δ_m составляет $0,50 \text{ г/м}^3$ при $L_x \sim 120 \text{ км}$ и $0,29 \text{ г/м}^3$ при $L_x \sim 250 \text{ км}$).

Следует подчеркнуть [9], что ввиду характерного для атмосферы распределения вертикальной скорости по высоте (рис. 2, а), происходит изменение термической стратификации (вертикального градиента температуры γ) во времени (рис. 2, б). Так, в областях, где существуют упорядоченные восходящие вертикальные движения (в ложбинах и циклонах), с течением времени происходит увеличение γ , т.е. растет неустойчивость атмосферы, создающая благоприятные условия для возникновения мезомасштабных конвективных движений, приводящих к возникновению облаков вертикального развития.

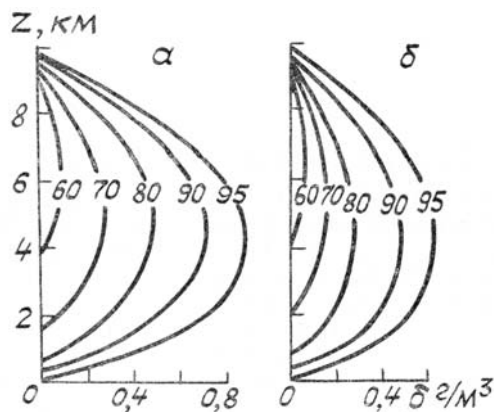


Рис. 1. Распределение абсолютной водности облака с высотой при различной относительной влажности теплого воздуха r и различной ширине фронтальной зоны L_x : а — $L_x = 120 \text{ км}$, б — $L_x = 250 \text{ км}$. Цифры на кривых — значения $r, \%$

Поскольку поле упорядоченных вертикальных движений тесно связано с синоптическими вихрями (СВ) — циклонами и антициклонами, то становится ясным, что качество прогноза поля облаков, а значит, и оптических свойств земной атмосферы в значительной степени зависит от качества прогноза зарождения и эволюции СВ.

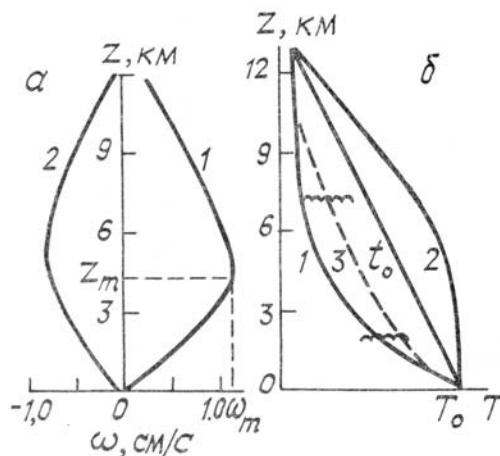


Рис. 2. Схема распределения вертикальной скорости (а) и температуры воздуха (б) по высоте (T_0 — распределение T в начальный момент времени t_0): 1 — в циклоне (в общем случае при $\omega > 0$); 2 — в антициклоне (при $\omega < 0$); 3 — в циклоне после образования облака (волнистые линии — границы облака)

Анализ уравнения вихря скорости

$$\partial_t \Omega - (\Omega \cdot \nabla) U + \Omega \operatorname{div} U = -2 \operatorname{rot}(\omega \times U) + \operatorname{rot}(-\rho^{-1} \nabla p) \quad (13)$$

дает основание утверждать, что важное динамическое значение имеет бароклинность, создающая эффект вихреобразования — слагаемое $\operatorname{rot}(-\rho^{-1} \nabla p) = \rho^{-2} \nabla \rho \times \nabla p$, входящее в правую часть соотношения (13). В уравнении (13) $\Omega = \operatorname{rot} U$ — относительный вихрь скорости; ω — вектор угловой скорости вращения Земли.

В задачах геофизической гидродинамики обычно представляет интерес лишь вертикальная составляющая относительного вихря $\Omega_z = \partial_x u - \partial_y v$. Уравнение для ускорения величины Ω_z может быть представлено в следующем виде [10, 11]:

$$\partial_t \Omega_z + D(f + \Omega_z) = (f/T)(u_g \partial_x T + v_g \partial_y T) - \beta v, \quad (14)$$

где $D = \partial_x u + \partial_y v$ — горизонтальная дивергенция скорости; $\beta = \partial_y f$ — параметр Россби; u_g, v_g — составляющие геострофического ветра. Выражение (14) позволяет сделать важнейший для теории вихреобразования в атмосфере вывод: геострофическая адвекция холодного воздуха способствует зарождению (усилению) циклонической завихренности, тогда как геострофическая адвекция тепла напротив, приводит к зарождению (усилению) антициклонической завихренности. Продемонстрировать важнейшую роль бароклинности в процессах зарождения и эволюции СВ можно на примере изучения баротропной моды бароклиных потоков. В этом случае СВ идеализируются в виде мощных вихрей, проникающих глубоко в атмосферу и имеющих, следовательно, большую баротропную компоненту движения. Уравнения гидротермодинамики атмосферы путем осреднения по высоте [12, 13] в данной постановке задачи сводятся к двум уравнениям

$$\nabla^2(\partial_t \Psi) + J(\Psi, \nabla^2 \Psi + f) = (f/T)J(\Psi, T), \quad (15)$$

$$\partial_t T - J(\Psi, T) = 0, \quad (16)$$

где $J(a, b) = \partial_x a \partial_y b - \partial_y a \partial_x b$ — якобиан; Ψ и T — средние по высоте функция тока и температура соответственно. С целью выяснения роли бароклинности на характер трансформации циклонического вихря, задаваемого следующим образом:

$$\Psi(r)|_{t=0} = A \exp(-r^2), \quad r = \sqrt{(x-b)^2 + (y-c)^2} \quad (17)$$

(где b и c — координаты центра вихря, A — амплитуда возмущения поля Ψ), система уравнений (15), (16) интегрируется в двух вариантах. В первом из них поле температуры однородно ($T = \text{const}$) — атмосфера баротропна (правая часть уравнения (15) равна нулю). В этом случае вихрь трансформируется под действием β -эффекта и нелинейности. Результаты расчета (при $A = (-1,2 \cdot 10^7 \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1})$, $b = c = 2500 \text{ км}$) для $t = 8$ сут приведены на рис. 3, а. Вихрь за прошедшее время, увеличиваясь в размерах, смещался в северо-западном направлении со средней скоростью 170 км/сут . Абсолютная величина функции тока в центре циклонического вихря уменьшилась через 6 сут до $0,71 \cdot 10^7 \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$ и через 8 сут — до $0,62 \cdot 10^7 \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$. К востоку от основного вихря сформировался (примерно через 4 сут) антициклонический вихрь, который также в последующем увеличивался в размерах. Примерно через 14 сут произошла практически полная диссипация первоначального возмущения.

Во втором (бароклинном) варианте распределение температуры воздуха в пространстве при $t = 0$ описывалось с помощью соотношения

$$T(x, y) = \frac{1}{2}(T_1 + T_2) + \frac{1}{2} \Delta T \tanh[(y-c)/B], \quad (18)$$

где T_1 и T_2 — температуры холодного ($y \rightarrow \infty$) и теплого ($y \rightarrow -\infty$) воздуха соответственно; $\Delta T = T_2 - T_1$; B — параметр, характеризующий скорость перехода T от T_1 к T_2 . В этом случае горизонтальный градиент температуры направлен вдоль меридиана (изотермы параллельны кругам широты) и ось фронтальной зоны при $t = 0$ проходит через центр вихря. Согласно расчетам учет бароклинности приводит к новым физическим эффектам в трансформации вихря (рис. 3, б). С течением времени вихрь усиливался и смещался практически на запад (с очень небольшой составляющей на север). К моменту $t = 6$ сут функции тока в центре СВ достигла значения $-1,5 \cdot 10^7 \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$. Одновременно к востоку от первоначального циклонического вихря под влиянием адвекции тепла в восточной части к моменту $t = 6$ сут сформировался антициклонический вихрь, а еще восточнее обозначилось образование ново-

го циклонического вихря. Усиление первоначального СВ продолжалось в течение 6 сут до того момента, пока холодный воздух не распространился на весь циклон. Вновь образовавшиеся антициклон и циклон (на востоке) продолжали усиливаться и после 6 сут.

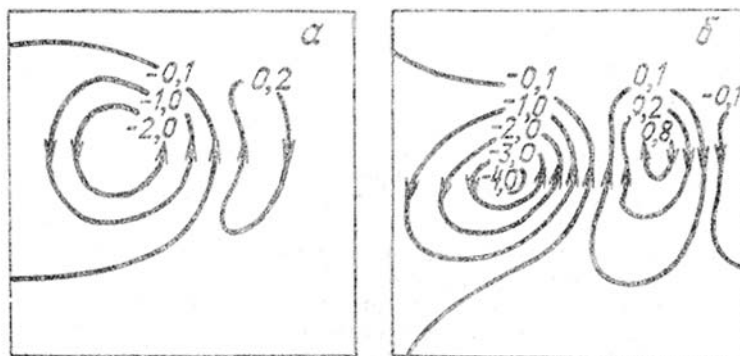


Рис. 3. Трансформация поля функции тока циклонического вихря к моменту времени $t = 6$ сут. Единица измерения — $0,3 \cdot 10^7 \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$. a — баротропная модель, b — бароклидная модель ($B = 500 \text{ км}$, $\Delta T = 20^\circ\text{C}$)

Общий вывод, вытекающий из результатов рассмотренных численных экспериментов, сводится к тому, что бароклинность атмосферы (неоднородность поля температуры по горизонтали) служит важным фактором формирования СВ и последующей их эволюции.

В заключение отметим следующее. На основании численных экспериментов, выполненных посредством трехмерной модели бароклидной атмосферы, корректно учитывающей процессы атмосферного влагооборота, было установлено, что на зарождение и последующую эволюцию СВ большое влияние оказывает реализация скрытого тепла конденсации.

В частности, исследование нелинейного развития бароклинно-неустойчивых волн (бароклинная неустойчивость, как известно, является одним из основных механизмов циклогенеза) указывает на то, что в модели «влажной» атмосферы наиболее быстро растущие волны (длина этих волн заключена в интервале 3000–5000 км) достигают своего максимального развития в 1,2–1,3 раза быстрее, чем в модели «сухой» атмосферы, при этом амплитуда волн несколько уменьшается (рис. 4). Важно подчеркнуть, что волны, имеющие длину менее 3000 км, в «сухой» версии модели растут очень слабо, в то время как во «влажной» модели эти волны растут достаточно быстро и имеют довольно высокий уровень вихревой кинетической энергии.

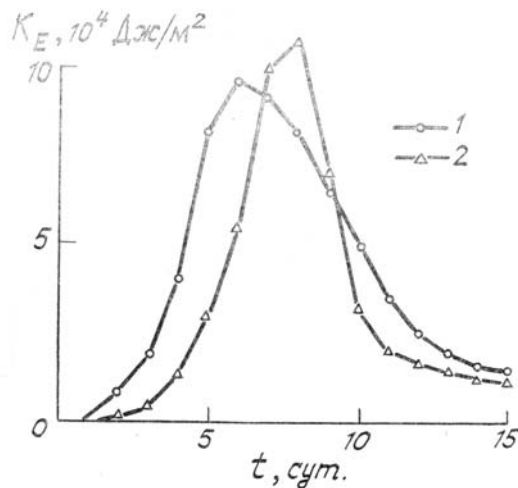


Рис. 4. Изменение во времени вихревой кинетической энергии бароклинно-неустойчивого возмущения длиной волны 4000 км во «влажной» (1) и «сухой» (2) атмосфере

1. Матвеев Л. Т. Динамика облаков. Л.: Гидрометеиздат. 1981. 311 с.
2. Матвеев Л. Т. //Труды ААНИИ. 1959. Т. 228. Вып. 1. С. 14.
3. Солдатенко С. А. //Метеорология и гидрология. 1984. № 2. С. 5.
4. Солдатенко С. А. //Метеорология и гидрология. 1985. № 5. С. 90.
5. Лушев Ю. Г., Солдатенко С. А. //Межвузовский сборник. Изд. ЛПИ. 1985. Вып. 85. С. 25.
6. Марчук Г. И. Численные методы в прогнозе погоды. Л.: Гидрометеиздат. 1967. 356 с.

7. Матвеев Ю. Л., Матвеев Л. Т., Солдатенко С. А. Глобальное поле облачности. Л.: Гидрометеиздат. 1986. 279 с.
8. Солдатенко С. А. //Межвузовский сборник. Изд. ЛПИ. 1985. Вып. 88. С. 36.
9. Матвеев Ю. Л. //Метеорология и гидрология. 1986. № 2. С. 5.
10. Матвеев Л. Т. //Метеорология и гидрология. 1956. № 4. С. 28.
11. Матвеев Л. Т., Зябриков В. А. //Метеорология и гидрология. 1958. № 7. С. 42.
12. Алишаев Д. М. //Изв. АН СССР. ФАО. 1980. Т. 16. № 2. С. 99.
13. Алишаев Д. М. //Изв. АН СССР. ФАО. 1981. Т. 17. № 2. С. 123.

Военный инженерный институт
имени А.Ф. Можайского,
Ленинградский гидрометеорологический институт

Поступила в редакцию
20 июня 1988 г.

L. T. Matveev, S. A. Soldatenko. Numerical Models for Cloud Formation and Forecasting.

Hydrodynamic models for numerical simulation and forecasting of cloudiness, ambient temperature and humidity are proposed. The models are shown to be applicable to the problems of numerical weather prediction and prognosis of the optical properties of the Earth's atmosphere. The fundamental role of the horizontal baroclinicity (thermal inhomogeneity) and the atmospheric moisture circulation in the formation and evolution of the synoptic-scale vortices is demonstrated.