«Оптика атмосферы и океана», **20**, № 9 (2007)

УДК 519.6+551.5

Г.М. Креков

Метод Монте-Карло в проблемах атмосферной оптики

Институт оптики атмосферы СО РАН, г. Томск

Поступила в редакцию 13.02.2007 г.

Выполнен краткий ретроспективный анализ работ, отражающий историю развития методов Монте-Карло в Сибирском отделении РАН. Теоретическая школа, основанная в середине 70-х гг. XX в. академиком Г.И. Марчуком, внесла определяющий вклад в создание и внедрение новых эффективных методов и алгоритмов статистического моделирования. Многолетняя творческая кооперация физиков Института оптики атмосферы и математиков Института вычислительной математики и математической геофизики СО РАН позволила решить широкий круг задач атмосферной оптики и гидрооптики, получить количественное обоснование потенциальных возможностей перспективных оптико-локационных систем, предсказать ряд новых физических эффектов.

Введение

Исторически появление методов статистического моделирования обусловлено экстремальными обстоятельствами, связанными с необходимостью в сжатые сроки оценить критические характеристики первого ядерного реактора. Эта проблема подразумевает численное решение интегродифференциального уравнения переноса в сложных граничных условиях. Существующие к тому времени (это 1944 г., разгар Второй мировой войны) методы решения уравнения переноса оказываются несостоятельными. Группа блестящих математиков – Дж. Фон Нейман, С. Улам и Н. Метрополис – в рамках закрытого государственного проекта «Монте-Карло» предлагают принципиально новый подход, состоящий в том, что сложный процесс многократного рассеяния нейтрона виртуально расщепляется на последовательность независимых случайных событий, допускающих элементарное вероятностное описание. Марковская цепь случайного блуждания одного нейтрона обрывается в случае его поглощения либо вылета за пределы активной среды. Таким образом, последовательности случайных событий ставится в соответствие модельная траектория нейтрона. Многократная численная реализация модельных траекторий позволяет получить с известной погрешностью среднестатистическую оценку искомых функционалов.

Очевидно, что близость результатов подобного численного эксперимента с натурным аналогом будет определяться качеством случайных чисел, отображающих реальные физические события, формирующие процесс диффузии нейтронов (или других частиц). Получение искомых оценок с допустимой дисперсией требует многократного повторения последовательности относительно простых арифметических операций, т.е. существенного вычислительного ресурса. Эти две проблемы предопределили дальнейшую историю развития метода Монте-Карло (М-К).

Название метода вошло в практику математической физики после первой открытой публикации Метрополиса и Улама [1]. В течение последующих 10–15 послевоенных лет метод М-К приобрел необычайную популярность, особенно в области ядерной энергетики [2–5]. Обширная библиография ранних исследований содержится в работе [3]. Однако метод опередил свое время, и его эффективное использование для решения сложных многомерных задач долгие годы сдерживалось ввиду ограниченных возможностей вычислительной техники. В настоящее время метод М-К переживает определенный ренессанс, о чем говорит лавинообразное количество публикаций в различных областях науки и техники, экономики, вычислительной математики, экологии, медицинской томографии и др.

В дальнейшем мы ограничили наше рассмотрение ретроспективным анализом работ, выполненных в Сибирском отделении РАН в плане приложения метода М-К к задачам оптики атмосферы.

1. Основные определения; расчет яркости сумеречного ореола Земли

В 1967–1968 гг. в Вычислительном центре СО АН СССР (в настоящее время – Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН) под руководством Г.И. Марчука была разработана система алгоритмов и программ для расчета поля яркости рассеянного солнечного излучения в земной атмосфере [6–9]. Теоретически обоснована возможность применения метода М-К к задачам атмосферной оптики. В дальнейшем эти исследования обобщены в ряде монографий [30, 33, 49, 51, 55, 56, 58, 65, 72, 98].

Специфические особенности радиационного взаимодействия со средой коротковолнового оптического излучения предъявляют свои требования к технике статистического моделирования. Общая физическая постановка задач атмосферной оптики сводится к следующему [8, 33, 51]. Рассматривается процесс переноса излучения некоторого источника в атмосфере планеты. Источники излучения могут быть как внешние (солнечное излучение), так и внутренние (локальные или распределенные по объему). В пределах атмосферы оптическое излучение поглощается, рассеивается или переизлучается за счет упругого и неупругого взаимодействия с аэрозольными и газовыми составляющими атмосферы и подстилающей поверхностью. В результате происходят трансформация пространственно-углового распределения радиации, изменение состояния поляризации, перераспределение световой энергии по частотному спектру. В случае источников нестационарного излучения высокой интенсивности (лазеров) возникает необходимость дополнительного учета целого класса нелинейных оптических явлений.

В простейшем случае стационарного переноса монохроматического излучения его интенсивность в любой точке рассеивающей среды удовлетворяет интегродифференциальному уравнению переноса в $3D$-пространстве $\mathbf{r} = \mathbf{r}(x, y, z)$

$$\omega\nabla I(\mathbf{r}, \omega) = -\sigma(\mathbf{r}) I(\mathbf{r}, \omega) + \\ + \frac{1}{4\pi}\int\limits_{2\pi} I(\mathbf{r}', \omega')\, G(\mathbf{r}, \omega', \omega)\, d\omega' + I_0(\mathbf{r}, \omega), \qquad (1)$$

где $I(\mathbf{r}, \omega)$ — интенсивность излучения с длиной волны λ в точке $\mathbf{r}$ в направлении $\omega(a, b, c)$; $a^2 + b^2 + c^2 = 1$; $I_0(\mathbf{r}, \omega)$ — функция источников; $G(\mathbf{r}, \omega', \omega)$ — объемный коэффициент направленного упругого монохроматического рассеяния в направлении $\vartheta = \omega' \cdot \omega$; $\sigma(\mathbf{r}) = \sigma_a(\mathbf{r}) + \sigma_s(\mathbf{r})$ — коэффициент экстинкции; σ_a, σ_s — коэффициенты поглощения и рассеяния.

Реализация метода М-К не связана, вообще говоря, с решением интегродифференциального уравнения (1), однако общие принципы повышения эффективности конкретных алгоритмов моделирования опираются на анализ этого уравнения предпочтительно в интегральной форме [30, 33, 34]. Именно в интегральной форме уравнение переноса приобретает вероятностный характер, отражающий идеологию метода М-К. Действительно, с вероятностной точки зрения процесс диффузии фотона можно трактовать как однородную цепь Маркова, последовательными состояниями которой являются «положения» фотона $(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_1, ..., \mathbf{x}_N)$ в заданном фазовом пространстве X; $\mathbf{x}_N$ — состояние, непосредственно перед вылетом фотона из среды или поглощением. Процесс будет полностью определен, если известны плотность начальных столкновений $\psi(\mathbf{x})$, плотность перехода $k(\mathbf{x}', \mathbf{x})$ из точки $\mathbf{x}'$ в точку $\mathbf{x}$ и вероятность поглощения $p(\mathbf{x})$ в точке $\mathbf{x}$. Эти функции должны удовлетворять следующим условиям:

$$\psi(\mathbf{x}) \ge 0, \;\; k(\mathbf{x}', \mathbf{x}) \ge 0, \;\; \int\limits_X \psi(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = 1,$$

$$\int\limits_X k(\mathbf{x}', \mathbf{x}) d\mathbf{x} = 1 - p(\mathbf{x}') \le 1 \text{ для всех } \mathbf{x}' \in X.$$

Плотность перехода для такой цепи имеет вид [33, 65]:

$$k(\mathbf{x}', \mathbf{x}) = \Lambda(\mathbf{r}') \frac{e^{-\tau(\mathbf{r}', \mathbf{r})} \sigma(\mathbf{r}) g(\mu)}{2\pi |\mathbf{r}' - \mathbf{r}|^2} \delta(\omega - s_0), \qquad (2)$$

где $\tau(\mathbf{r}', \mathbf{r})$ — оптическая длина отрезка $[\mathbf{r}', \mathbf{r}]$; $g(\mu)$ — индикатриса рассеяния, $\mu = s_0\omega'$; $s_0 = (\mathbf{r} - \mathbf{r}')/|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$; $\Lambda = \sigma_s/\sigma$ — вероятность выживания кванта. Тогда соответствующее (1) интегральное уравнение переноса, записанное относительно плотности столкновений $f(\mathbf{x})$, имеет вид

$$f(\mathbf{x}) = \int\limits_X k(\mathbf{x}', \mathbf{x}) f(\mathbf{x}') d\mathbf{x}' + \psi(\mathbf{x}). \qquad (3)$$

Плотность столкновений $f(\mathbf{x})$ связана с интенсивностью излучения (или плотностью потока) $I(\mathbf{x})$ соотношением $f(\mathbf{x}) = \sigma(\mathbf{r}) I(\mathbf{x})$.

Уравнение (3) часто используется в операторной форме

$$f = Kf + \psi, \qquad (4)$$

где K — интегральный оператор с ядром $k(\mathbf{x}', \mathbf{x})$.

Согласно известному принципу сжимающих отображений для существования, единственности и непрерывности решения уравнения (4) достаточно выполнения условия $\|K^n\| < 1$, где n — натуральное число, а оператор K^n определяется выражением

$$\left[K^n f\right] = \int\limits_x \ldots \int\limits_x \Psi(\mathbf{x}_0) k(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_1) \ldots k(\mathbf{x}_{n-1}, \mathbf{x}) d\mathbf{x}_0 \ldots \mathbf{x}_{n-1}. \qquad (5)$$

В пространстве L_1 интегрируемых функций

$$\|K\|_{L_1} \le \sup_{\mathbf{r}'} \Lambda(\mathbf{r}'). \qquad (6)$$

Следовательно, при $\Lambda(\mathbf{r}') \le \Lambda_0 < 1$ $\|K\|_{L_1} < 1$. В задачах теории переноса оптического излучения источник начальных столкновений часто имеет обобщенную плотность, поэтому уравнение (3) с ядром (2) целесообразно рассматривать в более широком пространстве N_1 обобщенных плотностей мер ограниченной вариации. Для ограниченной среды, очевидно, всегда $\|K^2\|_{L_1} < 1$ и $\|K^2\|_{N_1} < 1$, если даже $\Lambda(\mathbf{r}') \equiv 1$. Все реальные рассеивающие среды являются ограниченными в пространстве, и, следовательно, решение уравнения переноса в таких средах существует: оно единственно и непрерывно. Таким образом, при выполнении (6) решение интегрального уравнения (3) рационально искать в виде конечного ряда Неймана:

$$f = \sum_{n=0}^{\infty} K^n \psi, \;\; K^0\psi = \psi. \qquad (7)$$

Различные интегральные характеристики процесса переноса могут быть представлены, как правило [33,65], в виде линейных функционалов от решения (7):

$$I_{\varphi^*} = (f, \varphi^*) = \int_X f(\mathbf{x})\varphi^*(\mathbf{x})d\mathbf{x} = \sum_{n=0}^{\infty}(K^n\psi, \varphi^*), \qquad (8)$$

где функция $\varphi^*(\mathbf{x}) \geq 0$ определяется характером вычисляемого функционала.

Из (8) непосредственно вытекает, что для оценки искомых функционалов необходимо просто рассчитать математическое ожидание

$$I_{\varphi^*} = M\xi\,, \;\; \xi = \sum_{n=0}^{N}\varphi^*(x_n). \qquad (9)$$

Однако практика показала, что такая схема моделирования, называемая прямой или аналоговой, допустима для решения очень простых модельных задач: например, для оценки интегрального потока диффузно отраженной или пропущенной радиации слоем рассеивающей среды. Для решения более серьезных задач уже в ранних работах [6–8] использовались так называемые «весовые» методы, в которых моделируется более рациональная с точки зрения дисперсии оценки цепь Маркова, не отражающая, вообще говоря, физику процесса. Несмещенность искомой оценки при этом достигается использованием специальных весов Q_n:

$$\xi = \sum_{n=0} Q_n\varphi^*(x_n). \qquad (10)$$

В дальнейшее развитие «весовых» методов определяющий вклад внесен работами чл.-кор. РАН Г.А. Михайлова с сотр. [9, 10, 13, 17, 18, 24, 30, 40, 43, 44, 55, 70, 82, 98].

В работах [7, 8, 37] методом М-К с использованием весовых алгоритмов типа (10) получены первые реалистичные оценки спектральной яркости сумеречного ореола Земли в диапазоне 0,45–0,8 мкм для граничных условий, отражающих схему реального эксперимента по дистанционному оптическому зондированию атмосферы с борта космического корабля «Восток-6». Результаты расчетов оказались в хорошем качественном соответствии с данными натурных измерений.

2. Решение нестационарных задач теории переноса оптического излучения

Эффективность нового статистического подхода к решению сложных задач атмосферной оптики, продемонстрированная в [6–8], стимулировала расширение круга оптико-физических приложений метода М-К. В Институте оптики атмосферы СО РАН были развернуты исследования, связанные с приложением методов М-К к решению комплекса задач, возникающих при распространении импульсного лазерного излучения в атмосфере. Особый класс задач, требующих высокоточных количественных оценок, возник при разработке перспективных систем лидарного зондирования атмосферных параметров. Физическая специфика оптико-локационных исследований потребовала существенной модификации традиционных алгоритмов метода М-К и разработки новых подходов. В частности, следуя (9), (10), искомый функционал I_φ^* оценивает число столкновений в области детектора $D^* \subset X$, если

$$\varphi^*(x) = \begin{cases} 1, \; x \in D^*, \\ 0, \; x \,\overline{\in}\, D^*. \end{cases} \qquad (11)$$

В реальных задачах фазовый объем детектора в пространстве координат и направлений, как правило, мал, поэтому столкновения в нем будут происходить редко и статистическая погрешность аналоговых методов вида (9) будет велика. Одним из эффективных весовых методов, позволяющих преодолеть возникающие трудности, является метод локальной оценки потока.

Положим, что для каждого состояния цепи случайных блужданий фотона $\{x_n\}$ еще до того, как выявлен характер события, известно, что одно из событий может дать эффективное значение $\varphi(x)$, где $x \in D^*$. В этом случае соответствующую оценку для $\hat{I}_\varphi$ можно получить [5], если вклад от каждого столкновения, определяемый статистическим «весом» фотона, умножить на плотность вероятности требуемого события и просуммировать по всем состояниям цепи, т.е.

$$\hat{I}_\varphi = \frac{1}{N_i}\sum_{i=1}^{N_i}\sum_{n=1}^{N}\omega_n\tilde{k}(x_n \to x^*). \qquad (12)$$

В работах [10, 11] показано, что для нестационарных атмосферно-оптических задач ядро переноса приобретает вид

$$\tilde{k}(x \to x^*) = \frac{\Lambda(\mathbf{r})\exp[-\tau(\mathbf{r},\mathbf{r}^*)]g(\mu^*)}{2\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}^*|^2} \times$$

$$\times\,\delta(\omega^* - \frac{\mathbf{r}^* - \mathbf{r}}{|\mathbf{r}^* - \mathbf{r}|})\delta\left[t^* - \left(t + \frac{|\mathbf{r}^* - \mathbf{r}|}{c}\right)\right]. \qquad (13)$$

Наличие множителя $1/|\mathbf{r}-\mathbf{r}^*|^2$ приводит к бесконечной дисперсии оценки (12), если детектор расположен в пределах рассеивающей среды. Для преодоления этой трудности были развиты [11, 12, 24, 33, 49] специальные приемы выборки точек $\mathbf{x}^*(\mathbf{r}^*, \boldsymbol{\omega}^*, t^*)$ в объеме детектора D^*. В определенном классе задач лазерного зондирования атмосферного аэрозоля компенсация множителя $1/|\mathbf{r}-\mathbf{r}_*|^2$ достигается аппаратурной коррекцией оцениваемого функционала [26]. Величина вероятности $\tilde{k}(x \to x_*)$ в существенной степени определяется диапазоном вариации угловой функции рассеяния. Для крупнодисперсных атмосферных гидрометеоров (кучевые облака, дождь, град) этот диапазон достигает нескольких порядков величины. При оценке временной конфигурации оптического сигнала это приводит к заметным статистическим флуктуациям, для сглаживания которых требуются многие миллионы реализаций.

Экономичность расчетов повышается путем привлечения другого весового метода – «моделирования по ценности» [17, 18, 30, 33, 49, 55]. В режимах рассеяния, близких к глубинному, можно использовать в качестве функции ценности асимптотическое решение проблемы Милна [18, 49]. В области активных оптических толщин $\tau = 1{,}0 - 10{,}0$ хорошие результаты дает весовая оценка, предложенная в [32, 72].

При статистической имитации систем лазерной локации, особенно в случае разнесенных приемопередатчиков, возможны такие состояния цепи $\{\mathbf{x}_n\}$, когда ни одно из возможных случайных продолжений $\{\mathbf{x}_n\}$ не приведет к ненулевой оценке, т.е. $\tilde{k}(x_n \to x_*) = 0$. В таких граничных условиях целесообразно распространить оценку на два столкновения вперед, выбрав промежуточную точку в пределах угловых размеров детектора $\mathbf{V}^*$, т.е. используя вместо $\tilde{k}(x_n \to x_*)$ величину $\tilde{k}(x_n \to x')\tilde{k}(x' \to x_*)$, где $x' = (\mathbf{r}', \boldsymbol{\omega}', t')$ и $\boldsymbol{\omega}' \in \mathbf{V}^*$.

Идея реализации подобного алгоритма была предложена в [14], где она последовала из физической необходимости более эффективного учета промежуточных столкновений фотонов в области отражателя конечных размеров. С формальной точки зрения, применимость алгоритма в различных граничных условиях наиболее полно обоснована в монографии [33]. Действительно, уравнение переноса (4) можно представить в следующей эквивалентной форме:

$$f = K^2 f + K\Psi + \Psi. \qquad (14)$$

Пусть Ψ – плотность фиктивных столкновений, эквивалентных падающему на среду потоку частиц. Тогда плотность столкновений $K\Psi$ соответствует нерассеянному потоку в среде. Поэтому двойная локальная оценка интенсивности излучения в заданной точке фазового пространства определяется формулой

$$I(x_*) = \int_X \frac{\tilde{k}_1(x \to x_*)}{\sigma(\mathbf{r}_*)} f(x)dx, \qquad (15)$$

где

$$k_1(x \to x_*) = \int_X k(x \to x')k(x' \to x_*)dx'.$$

Методология статистического моделирования, развитая в применении к задачам переноса импульсного лазерного излучения [10, 12, 14, 25], использовалась в решении конкретных научно-технических проблем. В частности, в работах [16, 20, 23, 26] впервые всесторонне исследована взаимосвязь формы огибающей отраженного импульса с оптико-геометрическими условиями лидарного зондирования, в работах [27, 52, 76, 77] количественно обоснованы потенциальные возможности орбитальных оптико-локационных систем. Правомерность получаемых статистических оценок неоднократно подтверждалась путем сопоставления с данными натурных экспериментов [15, 50, 51, 58, 72].

3. Решение векторного уравнения переноса

Для более точного решения задач теории переноса оптического излучения в дисперсных средах уравнение (1) следует рассматривать в обобщенной форме, учитывающей трансформацию поляризационных характеристик излучения. Среди многочисленных способов описания поляризационных свойств света наиболее удобной для корпускулярной теории переноса оказался формализм Стокса, предложенный им в 1852 г. Он ввел четыре параметра – I, Q, U, V, имеющих размерность интенсивности и определяющих в совокупности интенсивность, степень поляризации, плоскость поляризации и степень эллиптичности излучения.

Отметим, что самостоятельное использование этих характеристик существенно расширяет информационное содержание прямых и обратных задач радиационной физики. В теории переноса их обычно рассматривают как компоненты вектор-параметра Стокса $\mathbf{F}(I, Q, U, V)$ в четырехмерном функциональном пространстве. Нестационарное уравнение переноса в векторной форме можно записать в следующем виде [33, 36, 86]:

$$\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}, t)}{\partial t} + \boldsymbol{\omega}\nabla\mathbf{F}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}, t) =$$

$$= -\mathbf{A}(\mathbf{r})\mathbf{F}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}, t) + \frac{1}{4\pi}\int_{4\pi} d\boldsymbol{\omega}'\mathbf{S}(\boldsymbol{\omega}', \boldsymbol{\omega}, \mathbf{r})\mathbf{F}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}', t), \qquad (16)$$

где $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ – матрица экстинкции, нормализованная к σ; $\mathbf{S}(\boldsymbol{\omega}', \boldsymbol{\omega}, \mathbf{r})$ – матрица рассеяния 4×4.

Матрицы экстинкции и рассеяния наиболее полно отражают микрофизические характеристики рассеивающих сред. Это связано с тем, что количество ненулевых элементов матриц, их значения и свойства симметрии существенно зависят от фазового состава среды, размеров, формы и ориентации взвешенных в ней частиц и их оптической активности. В частности, в отсутствие последней матрица экстинкции вырождается в скаляр-коэффициент ослабления: $A_{i,j} = \sigma\delta_{i,j}$, где $\delta_{i,j}$ – символ Кронекера; $i,j = 1, 2, 3, 4$. Решение стационарного уравнения переноса с учетом поляризации для простых моделей рассматривалось многими авторами. Исчерпывающая библиография этих работ содержится в монографии [65].

Для обоснованного использования весовых модификаций метода М-К уравнение (16) необходимо рассматривать в интегральной форме. В работах сибирских ученых [19, 33, 43] впервые было строго показано существование такого уравнения, указаны условия сходимости его решения в виде ряда Неймана и исследованы некоторые вопросы о конечности и возможности минимизации векторных алгоритмов. Действительно, если ввести вектор-функцию плотности столкновений как $\mathbf{f}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}, t) = \mathbf{F}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}, t) \times \sigma(\mathbf{r})$ и вектор-функцию плотности распределения источника $\boldsymbol{\Psi}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}, t)$, то векторное уравнение переноса (16) после известных [33] преобразований следует в стандартной форме уравнения Фредгольма 2-го рода.

Здесь матрица перехода $(\mathbf{x}' \to \mathbf{x})$ приобретает вид

$$\mathbf{K}(\mathbf{x}' \to \mathbf{x}) = \frac{\Lambda(\mathbf{r}')\exp[-\tau(\mathbf{r}', \mathbf{r})]\mathbf{P}(\mu, \mathbf{r})}{2\pi|\mathbf{r}' - \mathbf{r}^*|^2} \times$$

$$\times \sigma(\mathbf{r})\delta(\boldsymbol{\omega} - \frac{\mathbf{r}' - \mathbf{r}}{|-\mathbf{r}|})\delta\left[t' - \left(t + \frac{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|}{c}\right)\right], \tag{16a}$$

где $\mathbf{P}(\mu, \mathbf{r})$ — фазовая матрица 4×4, связанная с матрицей рассеяния соотношением

$$\mathbf{P}(\mu, \mathbf{r}) = \mathbf{L}(\pi - i_2)\mathbf{S}(\mu, \mathbf{r})\mathbf{L}(\pi - i_1);$$

$\mathbf{L}$ — известный в оптике [4, 33, 65] матричный оператор поворота.

Программная реализация математического формализма, определенного базовыми соотношениями (16), (16a), позволила поставить и решить класс новых задач пассивного [33, 37, 65] и активного [35, 47, 50, 51] зондирования атмосферы. В частности, в работе [35] впервые в мировой практике приведены детальный алгоритм и результаты решения нестационарного уравнения переноса в граничных условиях, отражающих схему реального эксперимента по поляризационному лидарному зондированию однородной жидкокапельной облачности. В дальнейшем развитие этих работ было связано с исследованием поляризационных характеристик кристаллических облаков [47, 51, 92], в том числе в схеме орбитального лазерного зондирования [59, 63, 77].

4. Учет спектрального поглощения атмосферными газами

При оценке эффективности атмосферно-оптических каналов, использующих излучение в широких спектральных интервалах ИК-диапазона, важную роль, наряду с рассеянием, начинают играть процессы континуального и спектрального поглощения молекулярной составляющей атмосферы. Расчет радиационных характеристик аэрозольных образований в ближнем и среднем ИК-диапазонах волн, богатых полосами поглощения паров воды и различных газов, представляет традиционную и в то же время одну из самых трудных задач атмосферной оптики. Поглощающие свойства среды характеризуются функцией пропускания $P_{\Delta\nu}(l)$, где l — геометрический пробег фотона; $\Delta\nu$ — интервал частот. В ранних работах [21, 22] предложена техника статистического моделирования, позволяющая получить пространственно-угловое распределение нисходящих и восходящих спектральных потоков радиации в облачной атмосфере как интеграл по пробегам фотона:

$$\Phi_{\Delta\nu} \updownarrow (l) = \int_0^\infty \tilde{P}_{\Delta\nu}(l)J(l)dl, \tag{17}$$

где $\tilde{P}_{\Delta\nu}(l)$ — эффективная функция пропускания смеси газов, которая оценивалась по эмпирическим данным о спектральном поглощении атмосферными газами; $J(l)$ — функция распределения фотонов по пробегам в отраженном и пропущенном свете.

Однако использование таблиц эмпирических констант снижает оперативную гибкость метода М-К. В последующих работах [79, 80] предложен модифицированный метод учета молекулярного поглощения (метод k-распределения), основанный на разложении эффективной функции пропускания в ряд экспонент. Кратко сущность метода k-распределения состоит в следующем. Вернемся к формальному решению интегрального уравнения (3). При интегрировании по частоте интенсивности излучения (7), с учетом выражения для интегрального оператора (5), можно выделить функцию пропускания, обусловленную молекулярным поглощением. Для этого необходимо выбирать такую ширину спектрального интервала $\Delta\nu$, в пределах которого оптические характеристики упругого рассеяния допустимо считать постоянными. В этом случае из-под знака интеграла можно вынести все сомножители, которые не содержат характеристики молекулярного поглощения. В явном интегральном виде остается эффективная функция молекулярного пропускания

$$P_j = \frac{1}{\Delta\nu}\int_{\Delta\nu} \exp\{-\tau_j(\nu)\}d\nu, \tag{18}$$

где $\tau_j(\nu)$ — оптическая толща j-го члена ряда (7).

Для участка трассы с постоянным коэффициентом молекулярного поглощения $\beta_{mol}(\nu)$ величина $\tau_j = \beta_{mol}(\nu)L_j$, L_j — суммарная длина трассы. Экспоненциальная зависимость пропускания от длины трассы позволяет при помощи преобразования Лапласа осуществить переход в пространство кумулятивных волновых чисел g, где функция пропускания приобретает вид

$$P_j = \frac{1}{\Delta\nu}\int_0^1 \exp\{-\beta_{mol}(g)L_j\}dg, \tag{19}$$

где $\beta_{mol}(g)$ — монотонно возрастающая функция аргумента g, а не быстроосциллирующая, как $\beta_{mol}(\nu)$. Применяя к (19) квадратурные формулы, легко получить короткий (5–10 членов) ряд экспонент. Как показали контрольные оценки, погрешность метода не превышает 1%.

В работах [79, 80] приведено обобщение на случай неоднородных трасс.

5. Моделирование переноса излучения в стохастически неоднородной облачности

В реальных атмосферно-оптических каналах локации, зондирования, видения и др. существенным фактором, снижающим достоверность прогнозируемых оценок, является стохастическая природа практически всех атмосферных параметров: коэффициента преломления, концентрации аэрозольных и облачных частиц, распределения частиц по размерам и пр. Флуктуации принимаемых оптических сигналов особенно заметны в случае стохастически неоднородной облачности. Это обстоятельство отмечается уже в первых расчетах, выполненных с помощью метода М-К [28, 36, 48] для достаточно простых статистических моделей. В работе [28] в рамках теории возмущений приводится аналитическое обоснование алгоритма статистической оценки многоточечных моментов интенсивности радиации, в общем любого порядка, для среды с непрерывным случайно-неоднородным полем микрофизических и, как следствие, оптических характеристик. Низкая производительность ЭВМ в начале 80-х гг., когда выполнялась работа, не позволила реализовать возможности алгоритма в полной мере. Известное допущение о гауссовом характере флуктуаций поля концентрации облачных частиц позволило авторам [36] существенно упростить весовые соотношения и получить достоверные оценки первых двух моментов интенсивности обратного рассеяния в зависимости от модели облачности и геометрии наблюдения. Другой подход, связанный с использованием алгоритма оптимального расщепления траекторий в однородном стохастическом слое, развивался в работах Б.А. Каргина [48, 49]. Эти трудоемкие исследования не получили надлежащего развития.

Количество работ, направленных на изучение световых полей в локально-неоднородной стохастической облачности, несоизмеримо больше. Обширная библиография содержится в [71]. Очевидна практическая актуальность этих исследований, связанная с тем, что в мегамасштабах планеты разорванная облачность является доминирующей. К настоящему времени можно условно выделить три подхода к решению вопроса моделирования случайного поля облачности и радиации.

В исторически первой работе [31], выполненной на основе метода Монте-Карло, предложен следующий модельный подход: счетное множество шарообразных облаков конечного радиуса r, центры $(x_j, y_j, z_j) = 1, 2, \ldots,$ распределены в слое $z_j \in [-H, H]$ равномерно; точки (x_j, y_j) распределены на XY-плоскости по *закону Пуассона*, т.е. на участке площадью s находится i точек с вероятностью

$$P_i(s) = \mathrm{e}^{-\nu s} (\nu s)^i / i!\,,$$

где $\nu = \left|\ln(1-p)\right| / \pi r^2$, p — балл облачности. Шары могут пересекаться, образуя более сложные конфигурации облачных элементов, близкие к реальным. Оптические параметры в пределах облачных элементов считаются постоянными.

Для статистически однородных облачных полей в дальнейшем получена замкнутая система уравнений для средней интенсивности и развиты эффективные алгоритмы ее решения методом М-К [53, 54, 71, 78, 81]. Решен ряд практически важных задач [64, 71, 78], в том числе выполнена оценка эффективности орбитальных систем оптического зондирования в условиях разорванной облачности [57]. В работах [78, 83, 84] представлено обобщение пуассоновской модели на случай многослойной модели неоднородной разорванной облачности.

В последние годы ряд серьезных исследований посвящен разработке и применению так называемых *«гауссовых» моделей* разорванной облачности [69, 71, 73, 96, 97]. В этой модели предполагается, что нижней границей облачности является плоскость $z = H_0$, а верхняя граница $z = w(x, y)$ задается выражением

$$w(x, y) = H_0 + \max\bigl(\sigma_0[v(x, y) - d], 0\bigr),$$

где $d \in (-\infty, +\infty)$; $\sigma_0 > 0$; $v(x,y)$ — однородное гауссово поле с нулевым средним. Входные данные модели [параметр d, корреляционная функция $K(x, y)$ и дисперсия $\sigma_0 = K(0, 0)$] можно связать с экспериментально определяемыми величинами: баллом облачности p, средними вертикальным и горизонтальным размерами облаков. Повышение эффективности метода связано с использованием метода рандомизации спектра [40, 44, 55, 96] и выбора более реалистичных моделей корреляционной функции $K(x, y)$.

Стремление учесть чрезвычайно нерегулярную конфигурацию реальных облаков привело к появлению *фрактальной модели* облачности. Существенный вклад в ее развитие внесли специалисты СО РАН [71, 96]. Однако громоздкость алгоритмов как каскадного, так и мультипликативного фрактального моделирования [96] не допускает их широкого использования. Тем не менее, как показывают прогностические оценки, выполненные в последней работе Г.А. Титова [78], эти методы, несомненно, перспективны и актуальны, поскольку дают возможность построения облаков заданной фрактальной размерности, оценки которой можно получить на основе данных орбитального оптического зондирования.

6. Статистическое моделирование нелинейных и трансспектральных процессов, индуцируемых лазерным излучением в атмосфере

Распространение лазерного излучения, особенно высокой интенсивности, в атмосфере как многокомпонентной дисперсной среде сопровождается широким спектром нелинейных и трансспектральных процессов. Нелинейные процессы приводят к пространственной и временной трансформации оптического сигнала и к динамической перестройке оптических свойств среды за счет эффектов оптического пробоя, испарения и горения частиц аэрозоля и др. В результате кардинально нарушаются условия марковости процесса переноса радиации, что является критерием допустимости применения метода М-К. Уравнение переноса становится нелинейным. Трансспектральные процессы, в первую очередь такие, как рамановское рассеяние, рассеяние Мандельштама—Бриллюэна, лазерно-индуцируемая флуоресценция, приводят к перераспределению интенсивности рассеянного излучения по частоте, что с точки зрения теории переноса влечет переход к многоскоростному, а в ряде случаев и к нелинейному уравнению переноса. Открытие техники генерации ультракоротких импульсов и явления суперконтинуума [85] кратно увеличило значимость этих процессов. Последовательный учет перечисленных оптических эффектов, с одной стороны, усложняет схему статистического моделирования, с другой — открывает необозримое поле валидации разработанных алгоритмов и перспективу постановки и решения новых задач лазерной спектроскопии.

Первые попытки использования метода М-К для решения нелинейного уравнения переноса в условиях самоиндуцируемой прозрачности канала мощного лазерного излучения предприняты в работе [29]. При довзрывном режиме испарения жидкокапельного аэрозоля радиус частиц $r(I, t)$ является монотонно убывающей функцией интенсивности излучения и времени воздействия. Это обстоятельство позволяет оптимально дискретизировать процесс по координатам времени и пространству и, используя сочетание метода дискретных ординат и метод М-К, эффективно решать линеаризованную задачу. В последующем эта техника оказалась полезна при численном решении уравнения переноса, нестационарность ядра которого обусловлена резонансным взаимодействием фемтосекундного лазерного импульса с облачными каплями, размеры которых сопоставимы с длительностью импульса [99]. Общая методология решения нелинейных интегральных уравнений методом М-К последовательно развивается в работах Г.А. Михайлова [55, 70, 82].

Трансспектральные процессы в атмосфере при их надлежащей регистрации и интерпретации существенно расширяют возможности лазерного зондирования. Регистрация пространственно-разрешенного сигнала обратного рассеяния на частотах вращательного и колебательно-вращательного рамановского спектра паров воды, азота, озона и других атмосферных газов позволяет получить картину высотного распределения указанных компонент [88, 94]. Эта информация адекватна, если сигнал удовлетворяет лидарному уравнению [51], т.е. обусловлен однократным рассеянием. В реальной атмосфере, особенно в присутствии облачности, возникает необходимость оценки помех, в первую очередь многократного рассеяния.

Последнее десятилетие алгоритмы статистического моделирования трансспектральных явлений активно развиваются в области гидрооптики и медицинской томографии. Первые известные нам попытки оценить методом М-К искажения рамановского сигнала в облачной атмосфере [87] привели к явной недооценке вклада многократного рассеяния. Используя принципы моделирования по ценности [32, 55, 72] для выборки угла рамановского рассеяния, нам удалось [88, 91] устранить указанное смещение и получить результаты, сопоставимые с оценками, полученными другими методами. Разработанный в [88] алгоритм решения многоскоростного уравнения переноса далее успешно использовался для решения практических задач [93, 94]. В сообщении [89] показано, что обобщение алгоритма на случай векторной формы уравнения переноса не вызывает принципиальных трудностей.

Многообразие трансспектральных преобразований, сопровождающих явления спонтанной и многофотонной флуоресценции, индуцируемой лазерным излучением в биогенном и органическом аэрозоле, открывает необозримое поле приложения метода М-К для оценки сигналов флуоресценции в сложных атмосферных условиях и в растительном покрове. В атмосферной оптике эти исследования находятся на начальном этапе. В работе [100] сформулирована замкнутая система нестационарных интегродифференциальных уравнений, регламентирующих перенос широкополосного излучения лазерно-индуцируемой флуоресценции в рассеивающей среде и предложен алгоритм ее решения. Полученные модельные оценки пространственно-разрешенных спектров флуоресценции вторичных метаболитов растений оказались в хорошем качественном соответствии с результатами натурного эксперимента [100]. Система уравнений переноса в [100] записана в пренебрежении эффектами реабсорбции и резонансного обмена энергией (FRET — эффект). Эти допущения требуют дополнительных исследований. Интерес представляют также особенности формирования спектров 2-фотонной и многофотонной флуоресценции, индуцируемой фемтосекундным излучением.

7. Решение обратных задач

Начиная с первых работ, выполненных методом М-К, решение классических задач теории переноса сопровождается попытками постановки и решения обратных задач, т.е. попытками реконструкции сети исходных оптических или микрофизических параметров. Формально теория обратных задач в оптике дисперсных сред связана с поиском методов обращения интегрального уравнения Фредгольма 1-го рода, например в виде [38, 39]:

$$\beta_s(\lambda) = \int_R K_s(r,\lambda)\pi r^2 n(r)dr, \qquad (20)$$

где $K_s(r,\lambda)$ — фактор эффективности рассеяния; $n(r)$ — подлежащий восстановлению спектр частиц по размерам. Оценка спектральных значений $\beta_s(\lambda)$ на основе лидарных или спектрофотометрических измерений всегда сопряжена с ошибкой, которая делает задачу аналитического обращения (20) некорректной. Применение метода М-К для решения обратных задач оптического зондирования в работах сибирских ученых реализуется в двух направлениях. Подход, развиваемый в работах [8, 33, 37, 56, 65], основан на оценке производных от измеряемых функционалов в рамках теории возмущений.

Пусть имеется, например, набор измеренных функционалов

$$\tilde{I}_k(\sigma_1,\sigma_2,\ldots,\sigma_n) = (f,\varphi_k), \quad k = 1,2,\ldots,n_\theta,$$

где f — решение уравнения переноса (3); требуется найти $(\sigma_1,\sigma_2,\ldots,\sigma_n)$. Если $(\sigma_1^{(0)},\sigma_2^{(0)},\ldots,\sigma_n^{(0)})$ — некоторые прогностические значения этих параметров, то, применяя теорию возмущений, приходим к системе уравнений

$$\sum_{i=1}^{n} a_{i_k}\delta\sigma_i = \tilde{I}_k - I_k^{(0)} \qquad (21)$$

при условии линейной зависимости L от σ_i; здесь $I_k^{(0)} = I_k(\sigma_1^{(0)},\sigma_2^{(0)},\ldots,\sigma_n^{(0)})$. Если указанная зависимость нелинейная, задачу можно решать методом последовательных приближений, используя формулы малых возмущений; тогда коэффициенты a_{i_k} являются фактически частными производными:

$$a_{i_k} = \frac{\partial I_k}{\partial \sigma_i}, \quad k = 1,2,\ldots,n_\theta, \quad i = 1,2,\ldots,n. \qquad (22)$$

Расчет производных методом М-К изложен, например, в [33, 65].

В работах [27, 38, 39, 85, 101] предложена и реализуется идеология замкнутого численного эксперимента. Прямая задача моделируется методом М-К; задача восстановления исходных микрофизических параметров с учетом искажающего влияния помехи многократного рассеяния решается одним из традиционных методов: методом оптимальной параметризации в [38, 39], методом регуляризации по Тихонову в [85]. В последней работе [101] хорошо зарекомендовал себя генетический алгоритм метода искусственных нейронных сетей.

Заключение

Как отмечено выше, основанием для развития методов М-К в атмосферной оптике послужили основополагающие работы в области нейтронной физики. В свою очередь новые алгоритмы и методы, полученные при решении задач оптического зондирования атмосферы, способствовали эффективному решению нового класса задач в близких областях физической оптики. Так, объединение алгоритмов моделирования нестационарного переноса коротковолновой радиации с результатами теории линейных систем привело к появлению статистического линейно-системного подхода для имитации оптических каналов видения в мутных средах [41, 42, 67, 68, 72]. Строгий, в рамках метода М-К, учет влияния многократного рассеяния позволил установить ряд фундаментальных закономерностей в формировании изображения $2D$-объектов в системе «атмосфера—подстилающая поверхность». В частности, в работах [45, 46] был дан прогноз и определены геометрические условия экстремального замывания изображения пространственно-ограниченных самосветящихся объектов, в работах [63, 72] установлены критерии пространственного разрешения для аэрокосмических систем видения.

Универсальный характер алгоритмов моделирования регулярно-неоднородных и стохастических полей облачности в атмосфере позволил реализовать [66] эффективную схему моделирования неоднородной границы раздела сред в системе «атмосфера—океан» и выполнить ряд важных прикладных исследований [74, 75, 90, 95]. Алгоритмы локальной оценки оказались полезными при решении некоторых задач атмосферной акустики [60, 61].

Ограниченный объем статьи не позволяет провести исчерпывающий анализ всех данных, полученных в результате многолетней и взаимодополняющей научной кооперации физиков Института оптики атмосферы и математиков Института вычислительной математики и математической геофизики СО РАН. Очевидно одно, что перспективы такого плодотворного сотрудничества далеко не исчерпаны, поскольку неисчерпаемы возможности метода Монте-Карло.

1. *Metropolis N., Ulam S.* The Monte Carlo method // J. Amer. Statistical Assoc. 1949. V. 44. N 247. P. 335–341.
2. *Goertzel G., Kalos M.H.* Monte Carlo methods in transport problems // Progress in Nuclear Energy. Ser. 1. N.Y.: Pergamon Press, 1958. V. 2. P. 315–369.
3. *Метод* статистических испытаний / Под ред. Ю.А. Шрейдера. М.: Физматгиз, 1962. 332 с.
4. *Фано У., Спенсер Л., Бергер М.* Перенос гамма-излучения. М.: Госатомиздат, 1963. 284 с.
5. *Kalos M.N.* On the estimation of flux at a point by Monte Carlo // Nucl. Sci. and Eng. 1963. V. 16. P. 111–117.
6. *Марчук Г.И., Михайлов Г.А.* О решении задач атмосферной оптики методом Монте-Карло // Изв. АН СССР. Физ. атмосф. и океана. 1967. Т. 3. № 3. С. 258–273.
7. *Марчук Г.И., Михайлов Г.А.* Результаты решения некоторых задач атмосферной оптики методом Монте-Карло // Изв. АН СССР. Физ. атмосф. и океана. 1967. Т. 3. № 4. С. 394–401.

8. *Марчук Г.И., Михайлов Г.А., Назаралиев М.А., Дарбинян Р.А.* Решение прямых и некоторых обратных задач атмосферной оптики методом Монте-Карло. Новосибирск: Наука, 1968. 100 с.
9. *Михайлов Г.А.* Об одном принципе оптимизации расчетов по методу Монте-Карло // Ж. вычисл. мат. и мат. физ. 1968. Т. 8. № 5. С. 1085–1093.
10. *Креков Г.М., Михайлов Г.М., Каргин Б.А.* Об алгоритмах метода Монте-Карло для решения задач распространения узких пучков света. I // Изв. вузов. Физ. 1968. № 4. С. 110–115.
11. *Креков Г.М., Михайлов Г.М., Каргин Б.А.* Об алгоритмах метода Монте-Карло для решения задач распространения узких пучков света. II // Изв. вузов. Физ. 1968. № 5. С. 54–59.
12. *Krekov G.M., Mikhailov G.A.* Monte Carlo method applied to some problems of narrow light beams propagation theory // Radiation Including Sattelite Techniques: Proc. WMO/IUGG Symposium, Bergen. August 1968. P. 334–338.
13. *Креков Г.М., Михайлов Г.А.* О применении *рулетки* в задачах статистического моделирования диффузии излучения // Изв. вузов. Физ. 1968. № 10. С. 145–147.
14. *Креков Г.М., Михайлов Г.А., Каргин Б.А.* Об алгоритмах статистического моделирования диффузии излучения в среде с отражающей поверхностью // Изв. вузов. Физ. 1968. № 9. С. 99–105.
15. *Креков Г.М.* О возможностях математического моделирования в задачах экспериментального исследования структуры узких световых пучков // Изв. вузов. Физ. 1969. № 6. С. 28–37.
16. *Креков Г.М.* Пространственно-временная деформация импульса света в рассеивающей среде с произвольной индикатрисой рассеяния // Изв. вузов. Физ. 1969. № 7. С. 74–79.
17. *Михайлов Г.А.* Использование приближенных решений сопряженной задачи для улучшения алгоритмов метода Монте-Карло // Ж. вычисл. мат. и мат. физ. 1969. Т. 9. № 5. С. 1145–1152.
18. *Каргин Б.А., Михайлов Г.А.* Исследование эффективности использования асимптотических решений в расчетах по методу Монте-Карло // Ж. вычисл. мат. и мат. физ. 1970. Т. 10. № 1. С. 150–158.
19. *Михайлов Г.А., Назаралиев М.А.* Расчеты поляризации света в сферической атмосфере методом Монте-Карло // Изв. АН СССР. Физ. атмосф. и океана. 1971. Т. 7. № 4. С. 385–395.
20. *Зеге Э.П., Иванов А.П., Кацев И.Л., Каргин Б.А.* Определение показателей ослабления и рассеяния водной среды и атмосферы по временному размытию отраженного импульсного сигнала // Изв. АН СССР. Физ. атмосф. и океана. 1971. Т. 7. № 7. С. 750–757.
21. *Каргин Б.А., Краснокутская Л.Д., Креков Г.М.* Спектральное отражение и пропускание облаками солнечной радиации при учете полос поглощения атмосферных газов // Рассеяние света в земной атмосфере. Алма-Ата: Наука, 1972. С. 94–98.
22. *Крекова М.М., Креков Г.М., Титов Г.А., Фейгельсон Е.М.* Возможности расчета спектрального альбедо Венеры в ближнем ИК-диапазоне // Косм. исслед. 1973. Т. 11. Вып. 4. С. 607–611.
23. *Зуев В.Е., Креков Г.М., Попков А.И.* Статистическая оценка деформации светового импульса при локации плоско-стратифицированных облаков // Изв. вузов. Физ. 1973. № 2. С. 50–53.
24. *Михайлов Г.А.* Модификация локальных оценок потока частиц методом Монте-Карло // Ж. вычисл. мат. и мат. физ. 1973. Т. 13. № 3. С. 574–582.
25. *Креков Г.М., Титов Г.А.* Пространственно-энергетическая структура световой дымки в окрестности оптического канала связи // Изв. вузов. Радиофиз. 1974. Т. 17. № 11. С. 1678–1683.
26. *Зуев В.Е., Креков Г.М., Крекова М.М.* Исследование границ применимости уравнения лазерной локации при оптическом зондировании облаков // Изв. вузов. Физ. 1974. № 8. С. 13–20.
27. *Zuev V.E., Krekov G.M., Naats I.E.* Determination of aerosol parameters of the atmosphere by laser sounding from space // Acta astronaut. 1974. V. 1. N 1. P. 91–95.
28. *Белов В.Ф., Глазов Г.Н., Креков Г.М.* Расчет флуктуаций мощности при лазерном зондировании случайно-неоднородных сред // Распространение оптических волн в атмосфере. Новосибирск: Наука, 1974. С. 95–103.
29. *Креков Г.М., Крекова М.М., Хмелевцов С.С.* Численное решение уравнения переноса в среде с нестационарными оптическими характеристиками // Распространение оптических волн в атмосфере. Новосибирск: Наука, 1974. С. 34–47.
30. *Михайлов Г.А.* Некоторые вопросы теории методов Монте-Карло. Новосибирск: Наука, 1974. 211 с.
31. *Аваст О.А., Вайникко Г.М., Глазов Г.Н., Креков Г.М., Титов Г.А.* Статистическое моделирование переноса коротковолновой радиации в разорванной облачности // Метод Монте-Карло в вычисл. математике. Новосибирск: Наука, 1974. С. 232–239.
32. *Белов В.В., Креков Г.М., Титов Г.А.* Некоторые приемы повышения эффективности численных экспериментов по лазерному зондированию атмосферного аэрозоля // Вопросы дистанционного зондирования атмосферы. Томск: Изд. ИОА СО АН СССР, 1975. С. 102–116.
33. *Марчук Г.И., Михайлов Г.А., Назаралиев М.А., Дарбинян Р.А., Каргин Б.А., Елепов Б.С.* Метод Монте-Карло в атмосферной оптике. Новосибирск: Наука, 1976. 280 с.
34. *Хисамутдинов А.И.* Оценки с конечной дисперсией для вычисления методом Монте-Карло потока частиц в точке // Ж. вычисл. мат. и мат. физ. 1976. Т. 16. № 5. С. 1252–1263.
35. *Зуев В.Е., Креков Г.М., Матвиенко Г.Г., Попков А.И.* Исследование поляризационных характеристик рассеяния при лазерном зондировании облаков // Лазерное зондирование атмосферы. М.: Наука, 1976. С. 29–45.
36. *Белов В.Ф., Глазов Г.Н., Креков Г.М.* Асимптотики в расчете флуктуаций лидарного сигнала методом Монте-Карло // Лазерное зондирование атмосферы. М.: Наука, 1976. С. 86–93.
37. *Назаралиев М.А., Розенберг Г.В.* Моделирование сумеречных наблюдений методом Монте-Карло // Изв. АН СССР. Физ. атмосф. и океана. 1977. Т. 13. № 2. С. 133–143.
38. *Зуев В.Е., Креков Г.М., Крекова М.М., Наац И.Э., Макиенко Э.В.* Теория и численный эксперимент по дистанционному зондированию микроструктуры облачного аэрозоля // Радиофизические исследования атмосферы. Л.: Гидрометеоиздат, 1977. С. 6–15.
39. *Креков Г.М., Крекова М.М., Макиенко Э.В.* Оптическая локация микрофизических характеристик рассеивающих сред // Изв. вузов. Радиофиз. 1977. Т. 10. С. 528–537.
40. *Михайлов Г.А.* Численное построение случайного поля с заданной спектральной плотностью // Докл. АН СССР. 1978. Т. 283. С. 793–795.
41. *Belov V.V., Krekov G.M.* Effect of multiple scattering on the point-spread function and and modulation-

transfer function of the aerosol atmosphere in the problems of space-meteorological photography // Opt. Lett. 1979. V. 4. N 5. P. 158–161.
42. *Каргин Б.А., Кузнецов С.В., Михайлов Г.А.* Оценка методом Монте-Карло функции передачи контраста яркости через светорассеивающую среду // Изв. АН СССР. Физ. атмосф. и океана. 1979. Т. 15. № 10. С. 1027–1035.
43. *Михайлов Г.А.* Дисперсия векторных алгоритмов методов Монте-Карло //Докл. АН СССР. 1980. Т. 253. № 5. С. 1047–1050.
44. *Михайлов Г.А.* Моделирование случайных процессов и полей на основе точечных потоков Пальма // Докл. АН СССР. 1982. Т. 283. № 4. С. 793–795.
45. *Зуев В.Е., Белов В.В., Креков Г.М.* О неинвариантности систем наблюдения в теории видения // Докл. АН СССР. 1982. Т. 266. № 6. С. 1353–1356.
46. *Зуев В.Е., Креков Г.М., Белов В.В., Борисов Б.Д., Кабанов М.В.* Экстремальное искажение изображения объектов, наблюдаемых через рассеивающий слой // Докл. АН СССР. 1983. Т. 267. № 1. С. 14–18.
47. *Зуев В.Е., Креков Г.М., Крекова М.М.* Поляризационная структура обратного рассеяния жидкокапельными и кристаллическими облаками // Изв. АН СССР. Физ. атмосф. и океана. 1983. Т. 19. № 6. С. 750–757.
48. *Каргин Б.А., Тройников В.С.* Оптимальное расщепление траекторий в стохастическом слое // Методы Монте-Карло в вычислительной математике. Новосибирск: Наука, 1983. С. 84–90.
49. *Каргин Б.А.* Статистическое моделирование поля солнечной радиации в атмосфере. Новосибирск: Изд. ВЦ СО АН СССР, 1984. 206 с.
50. *Зуев В.Е., Креков Г.М., Крекова М.М., Самохвалов И.В.* Лазерное зондирование облаков сложного фазового состава // Метеорол. и гидрол. 1984. № 4. С. 241–247.
51. *Орлов В.М., Самохвалов И.В., Креков Г.М., Миронов В.Л., Банах В.А., Копытин Ю.Д., Лукин В.П.* Сигналы и помехи в лазерной локации. М.: Радио и связь, 1985. 264 с.
52. *Креков Г.М., Крекова М.М., Самохвалов И.В.* Оценка сигналов орбитального лидара при зондировании слоистых облаков // Исслед. Земли из космоса. 1986. № 6. С. 77–83.
53. *Zuev V.E., Zhuravleva T.B., Titov G.A.* Modeling of outgoing long-wave radiation in the presence of broken clouds // J. Geophys. Res. D. 1987. V. 92. N 5. P. 5533–5539.
54. *Zuev V.E., Krekov G.M., Krekova M.M., Titov G.A.* Mean characteristics of lidar signals from broken clouds // Appl. Opt. 1987. V. 26. N 15. P. 3018–3025.
55. *Михайлов Г.А.* Оптимизация весовых методов Монте-Карло. М.: Наука, 1987. 239 с.
56. *Антюфеев В.С., Назаралиев М.А.* Обратные задачи атмосферной оптики. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1988. 200 с.
57. *Зуев В.Е., Креков Г.М., Крекова М.М., Титов Г.А.* Средние характеристики сигналов орбитальных лидаров от разорванной облачности. Оценки энергии и мощности // Исслед. Земли из космоса. 1988. № 1. С. 35–41.
58. *Креков Г.М., Орлов В.М., Белов В.В.* Имитационное моделирование в задачах оптического дистанционного зондирования. Новосибирск: Наука, 1988. 165 с.
59. *Креков Г.М., Крекова М.М., Самохвалов И.В.* Математическое моделирование поляризационных лидаров // Исслед. Земли из космоса. 1988. № 2. С. 58–62.
60. *Креков Г.М., Байкалова Р.А., Шаманаева Л.Г.* Статистические оценки вклада многократного рассеяния при распространении звука в атмосфере // Оптика атмосф. 1988. Т. 1. № 5. С. 25–31.
61. *Krekov G.M., Baikalova R.A., Shamanaeva L.G.* Theoretical estimates of sounds scattering by atmospheric turbulence // J. Acoust. Soc. Amer. 1988. V. 83. N 3. P. 681–687.
62. *Креков Г.М., Крекова М.М.* Особенности поляризационного лазерного зондирования в системе «атмосфера–океан» // Оптика атмосф. 1989. Т. 2. № 1. С. 73–79.
63. *Белов В.В., Креков Г.М., Макушкина И.Ю.* Изопланарность в системах видения // Оптика атмосф. 1989. Т. 2. № 5. С. 1011–1015.
64. *Titov G.A.* Statistical description of radiation transfer in clouds // J. Atmos. Sci. 1990. V. 47. N 1. P. 14–38.
65. *Назаралиев М.А.* Статистическое моделирование радиационных процессов в атмосфере. Новосибирск: Наука, 1990. 227 с.
66. *Каргин Б.А., Креков Г.М., Крекова М.М.* Влияние взволнованной водной поверхности на характеристики лидарного сигнала // Оптика атмосф. и океана. 1992. Т. 5. № 3. С. 292–299.
67. *Белов В.В.* Метод функций Грина и линейно-системный подход в теории переноса и регистрации оптического изображения // Оптика атмосф. и океана. 1992. Т. 5. № 8. С. 823–828.
68. *Белов В.В., Макушкина И.Ю.* Пространственная разрешающая способность систем видения через атмосферу // Оптика атмосф. и океана. 1992. Т. 5. № 8. С. 850–868.
69. *Каргин Б.А., Пригарин С.М.* Имитационное моделирование кучевой облачности для исследования процессов переноса солнечной радиации в атмосфере методом Монте-Карло // Оптика атмосф. и океана. 1994. Т. 7. № 9. С. 1275–1281.
70. *Михайлов Г.А., Плотников М.Ю.* Оценка по пробегу для решения линейного и нелинейного уравнения переноса излучения в целом // Докл. РАН. 1994. Т. 337. № 2. С. 162–164.
71. *Зуев В.Е., Титов Г.А.* Оптика атмосферы и климат. Томск: Изд-во «Спектр», 1996. 272 с.
72. *Зуев В.Е., Белов В.В., Веретенников В.В.* Теория систем в оптике дисперсных сред. Томск: Изд-во «Спектр», 1997. 402 с.
73. *Prigarin S.M., Kargin B.A., Oppel U.G.* Random field of broken clouds and their associated direct solar radiation, scattered transmission and albedo // Pure and Appl. Opt. A. 1998. V. 7. P. 1389–1402.
74. *Krekov G.M., Krekova M.M., Shamanaev V.S.* Laser sensing of subsurfase oceanic layers. 1.Effect of the atmosphere and wind sea waves // Appl. Opt. 1998. V. 37. N 9. P. 1589–1595.
75. *Krekov G.M., Krekova M.M., Shamanaev V.S.* Laser sensing of subsurfase oceanic layers. 2. Polarization characteristics of signal // Appl. Opt. 1998. V. 37. N 9. P. 1596–1602.
76. *Krekov G.M., Krekova M.M.* Структура сигнала орбитального лидара, отраженного верхней кромкой облаков. Ч. 1,2 // Оптика атмосф. и океана. 1998. Т. 11. N 1. С. 46–54.
77. *Krekova M.M.* Расчет структуры сигнала орбитального лидара, отраженного облаками верхнего яруса // Оптика атмосф. и океана. 1999. Т. 12. № 4. С. 376–382.
78. *Титов Г.А.* Спектральный анализ отражательной способности слоисто-кучевых облаков // Оптика атмосф. и океана. 1999. Т. 12. № 3. С. 191–197.

79. *Фирсов К.М., Чеснокова Т.Ю., Белов В.В., Серебренников А.Б., Пономарев Ю.Н.* Применение метода k-распределения при решении уравнения переноса коротковолнового излучения в пространственно неоднородной атмосфере // Оптика атмосф. и океана. 2001. Т. 14. № 9. С. 776–781.
80. *Фирсов К.М., Чеснокова Т.Ю., Белов В.В., Серебренников А.Б., Пономарев Ю.Н.* Ряды экспонент в расчетах переноса излучения методом Монте-Карло в пространственно неоднородных аэрозольно-газовых средах // Вычисл. технол. 2002. Т. 7. № 5. С. 77–86.
81. *Пригарин С.М., Журавлева Т.Б., Воликова П.В.* Пуассоновская модель многослойной разорванной облачности // Оптика атмосф. и океана. 2002. Т. 15. № 10. С. 917–924.
82. *Mikhailov G.A., Rogazinskii S.V.* Weighted Monte Carlo Methods for the Approximate Solution of the Nonlinear Boltzmann Equation // Sib. Mat. Zh. 2002. V. 43. P. 620–628.
83. *Kassianov E.* Stochastic radiative transfer in multilayer broken clouds. Pt. I: Marcovian approach // J. Quant. Spectrosc. and Radiat. Transfer. 2003. V. 77. N 4. P. 395–416.
84. *Kassianov E., Ackerman T.P., Marchand R., Ovtchinnikov M.* Stochastic radiative transfer in multilayer broken clouds. Pt. II: Validation test // J. Quant. Spectrosc. and Radiat. Transfer. 2003. V. 77. N 4. P. 373–394.
85. *Матвиенко Г.Г., Веретенников В.В., Креков Г.М., Крекова М.М.* Дистанционное зондирование атмосферных аэрозолей с использованием фемтосекундного лидара белого света // Оптика атмосф. и океана. 2003. Т. 16. № 12. С. 1107–1115.
86. *Креков Г.М., Крекова М.М., Кузьмин В.Н.* Поляризационная структура рассеянного излучения в оптически активной дисперсной среде // Оптика атмосф. и океана. 2003. Т. 16. № 12. С. 1060–1064.
87. *Wengenmayer M., Cheng A.Y.S., Volger P., Oppel U.G.* Raman lidar multiple scattering // Proc. SPIE. V. 5059. P. 200–211.
88. *Креков Г.М., Крекова М.М.,* Статистическое моделирование трансспектральных процессов при лазерном зондировании окружающей среды: I. Рамановское рассеяние // Оптика атмосф. и океана. 2004. Т. 17. № 10. С. 845–853.
89. *Krekov G.M., Krekova M.M.* Monte Carlo simulation of polarization Raman lidar // XIII Int. Workshop on MUSCLE. 2004, 26.6–1.7. St.-Peterburg. P. 69.
90. *Krekov G.M., Krekova M.M., Shamanaev V.S.* Influence of air bubbles in sea on the formation of lidar returns // J. of Atmos. and Ocean Technol. 2004. V. 21. P. 819–824.
91. *Krekov G.M., Krekova M.M.* Simulation of Raman lidar multiple scattering return // Proc. SPIE. 2004. V. 5743. P. 52–59.
92. *Krekov G.M., Krekova M.M., Romashov D.N., Shamanaev V.S.* Polarization structure of lidar signals reflected from ice crystal clouds // Appl. Opt. 2005. V. 44. N 19. P. 4148–4156.
93. *Креков Г.М., Крекова М.М.* Об эффективности лидарных методов дифференциального поглощения в условиях облачной атмосферы // Оптика атмосф. и океана. 2005. Т. 18. № 10. С. 903–913.
94. *Креков Г.М., Крекова М.М.* Об эффективности методов колебательно-вращательной рамановской спектроскопии при лазерном зондировании облачной атмосферы // Оптика атмосф. и океана. 2005. Т. 18. № 5–6. С. 471–481.
95. *Kokhanenko G.P., Krekova M.M., Penner I.E., Shamanaev V.S.* Influence of the air-water interface on hydrosol lidar operation // Appl. Opt. 2005. V. 44. N 17. P. 3510–3519.
96. *Журавлева Т.Б., Маршак А.Л.* К вопросу о валидации пуассоновской модели разорванной облачности // Изв. РАН. Физ. атмосф. и океана. 2005. Т. 41. № 6. С. 783–797.
97. *Каргин Б.А.* Новый подход к стохастическому моделированию задач атмосферной оптики // Оптика атмосф. и океана. 2005. Т. 18. № 12. С. 1058–1061.
98. *Михайлов Г.А., Каргин Б.А., Пригарин С.М., Антюфеев В.С., Огородников В.А., Сабельфельд К.К., Артемьев С.С., Войтишек А.В.* Стохастическое моделирование и метод Монте-Карло // Совр. проблемы вычисл. математики и матем. моделир. М.: Наука, 2005. Т. 1. С. 149–219.
99. *Гейнц Ю.Э., Землянов А.А., Креков Г.М., Крекова М.М., Матвиенко Г.Г.* Распространение фемтосекундного лазерного излучения в облачном аэрозоле: моделирование методом Монте-Карло // Оптика атмосф. и океана. 2006. Т. 19. № 10. С. 827–834.
100. *Креков Г.М., Крекова М.М.* Статистическое моделирование трансспектральных процессов при лазерном зондировании окружающей среды. 2. Лазерно-индуцированная флуоресценция // Оптика атмосф. и океана. 2007. Т. 20. № 2. С. 148–153.
101. *Креков Г.М., Крекова* М.М., *Матвиенко Г.Г., Ковшов А.В., Суханов А.Я.* Статистическое моделирование трансспектральных процессов при лазерном зондировании окружающей среды. 2. Лазерно-индуцированная флуоресценция; результаты модельных оценок // Оптика атмосф. и океана. 2007. Т. 20. № 3. С. 262–272.

G.M. Krekov. **Monte-Karlo method in problems of atmospheric optics.**

A concise retrospective analysis of works reflecting the history of development of Monte-Karlo methods in Siberian Branch of RAS is presented. The theoretical school founded in the middle of 70s of the last century by Academician G.I. Marchuk mainly contributed in producing and promoting of new efficient methods and algorithms of statistic modeling. Many-year cooperation of physicians of the Institute of Atmospheric Optics and the Institute of Computation Mathematics and Mathematician Geophysics SB RAS allowed solution of many problems of the atmospheric optics and hydrooptics, quantitatively justify potentialities of optical-location systems, and forecast a series of new physical effects.