«Оптика атмосферы», **1**, № 9 (1988) УДК 551.511:538.56:53.088.24

Н.С. Иванова, Г.М. Крученицкий

ВЛИЯНИЕ НЕОДНОРОДНОСТИ АТМОСФЕРЫ НА ПОГРЕШНОСТЬ ФАЗОВЫХ ДАЛЬНОМЕРОВ

Показано, что в условиях усредняющего действия приемной апертуры атмосферная неоднородность приводит к дополнительному сдвигу фазы сигнала, распространяющегося в атмосфере. Получено аналитическое выражение для этого фазового сдвига. Оно может быть использовано для снижения погрешности фазовых дальномеров.

Испытания в натурных условиях высокоточного фазового дальномера [1] выявили непредсказуемый рост погрешности измерения дальности днем [2], когда изменчивость значений метеоэлементов на приземной трассе особенно велика. Это приводит к необходимости исследовать влияние неоднородности атмосферы на погрешность фазовых измерений.

В настоящей работе исследуется влияние неоднородности атмосферы на фазу сигнала фазового дальномера в условиях усредняющего действия приемной апертуры. Показано, что неоднородность атмосферы приводит к появлению систематической погрешности, которая должна быть учтена при проведении дальномерных измерений с целью повышения их точности.

Перспективная модификация фазового дальномера [1] использует две оптические частоты, соответствующие двум соседним аксиальным модам резонатора, с последующим выделением в фотоприемнике разностной частоты, аналогичной частоте модуляции. Изучение флуктуации модулирующего колебания (при прохождении излучения через случайно–неоднородную среду [3]) позволило определить условия, при которых необходимо учитывать усредняющее действие приемной апертуры. Если выполняются неравенства

$$1 \ll z\varkappa_m^2\kappa^{-1} \ll \kappa\,(\Delta\kappa)^{-1};\; z\kappa^{-1} \ll \varkappa_0^{-2};\; \varkappa_m^{7/3}\varkappa_0^{5/3}z^2\kappa^{-2} \gg 1,$$

где z — длина трассы; $\kappa = 2\pi/\lambda$ — волновое число, соответствующее длине волны λ; $\Delta\kappa$ — разность волновых чисел, соответствующих двум соседним аксиальным модам; $\varkappa_m = 5{,}92/l_0$, l_0 — внутренний масштаб турбулентности; $\varkappa_0 = 2\pi/L_0$, L_0 — внешний масштаб турбулентности; масштаб корреляционной функции флуктуации фазы модулирующего колебания оказывается порядка l_0. Масштаб корреляции флуктуации амплитуды в области слабых флуктуаций диэлектрической проницаемости среды порядка $\sqrt{z/\kappa}$, а в области сильных флуктуации в оптическом диапазоне усреднение флуктуации амплитуды модулирующего колебания становится заметным на апертурах с размерами порядка нескольких миллиметров [4]. Если размер приемной апертуры фотоприемника существенно превышает масштабы корреляции флуктуации амплитуды и фазы модулирующего колебания, с учетом усредняющего действия приемной апертуры сигнал фотоприемника будет пропорционален величине $\mathrm{Re}\left[\exp(i\Delta\kappa z)\int\limits_P \Gamma(\rho,\rho,z)d^2\rho\right]$, где $\Gamma(\rho,\rho,z)$ – двухчастотная функция когерентности второго порядка; P — поверхность приемной апертуры.

Диэлектрическую проницаемость приземного слоя атмосферы можно представить в виде

$$\varepsilon(\boldsymbol{r}) = \langle\varepsilon(\boldsymbol{r})\rangle + \tilde{\varepsilon}(\boldsymbol{r}),$$

где $\tilde{\varepsilon}(\boldsymbol{r})$ — флуктуации диэлектрической проницаемости. Для усредненного по статистическому ансамблю значения диэлектрической проницаемости $\langle\varepsilon\rangle$ характерна отчетливо выраженная зависимость от высоты x надземной поверхностью. На трассах в несколько километров отклонение траектории пучка от прямолинейной обычно не превышает метра [5]. Поэтому можно ограничиться линейной аппроксимацией усредненного высотного профиля диэлектрической проницаемости

$$\langle\varepsilon\rangle = \varepsilon_0 + \mu(z)(\boldsymbol{r}\boldsymbol{x}_0),\; \mu(z)(\boldsymbol{r}\boldsymbol{x}_0) \ll 1,$$

где $\boldsymbol{x}_0$ — единичный вертикальный вектор; $\mu(z)$ — вертикальный градиент диэлектрической проницаемости.

Распространение оптической волны в турбулентной среде с регулярной рефракцией рассмотрим в приближении параболического уравнения [5]. Ось z совпадает с направлением распространения.

$$2i\kappa\frac{\partial v}{\partial z}+\triangle_\perp v+\kappa^2[\mu(z)(\boldsymbol{\rho x}_0)+\tilde{\varepsilon}(\boldsymbol{\rho},\ z)]\ v=0;$$

$$v(\boldsymbol{\rho},\ 0)=v_0(\boldsymbol{\rho});\ \ \triangle_\perp=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2},$$

где v — комплексная амплитуда.

Чтобы получить уравнение для двухчастотной функции когерентности второго порядка, воспользуемся приближением марковского случайного процесса и проведем преобразования аналогичные [6]. В результате, сохранив только линейные по $\Delta\kappa/\kappa$ члены, получим уравнение

$$\frac{\partial\Gamma}{\partial z}-\frac{i}{2\kappa}\left[\triangle'_\perp-\left(1+\frac{\Delta\kappa}{\kappa}\right)\triangle''_\perp\right]\Gamma+\frac{\pi\kappa^2}{4}\left(1-\frac{\Delta\kappa}{\kappa}\right)H(\boldsymbol{\rho}'-\boldsymbol{\rho}'')\,\Gamma-$$
$$-\frac{i\kappa\mu(z)}{2}\,\boldsymbol{x}_0\left(\boldsymbol{\rho}'-\boldsymbol{\rho}''+\frac{\Delta\kappa}{\kappa}\boldsymbol{\rho}''\right)\Gamma=0 \tag{1}$$

с начальным условием

$$\Gamma(\boldsymbol{\rho}',\ \boldsymbol{\rho}'',\ 0)=\langle v_1(\boldsymbol{\rho}',\ 0)\,v_2^*(\boldsymbol{\rho}'',\ 0)\rangle,$$

где индексы 1 и 2 соответствуют излучению с волновыми числами κ и $\kappa-\Delta\kappa$; ось z совпадает с направлением распространения излучения; ρ' и ρ'' — радиус-векторы в плоскости $z=\mathrm{const}$;

$$H(\boldsymbol{\rho})=2\int\Phi_\varepsilon(\varkappa,\ 0)\,[1-\exp(\pm i\boldsymbol{\varkappa\rho})]\,d^2\varkappa;$$

$\Phi_\varepsilon(\kappa)$ — спектральная плотность флуктуаций диэлектрической проницаемости. Используя преобразование Фурье по переменной $\boldsymbol{R}=(\rho'+\rho'')/2$, решить уравнение (1) можно методом возмущений, положив в первом приближении $\Delta\kappa=0$ [5, 6].

$$\Gamma^{\mathrm{I}}(\boldsymbol{\rho},\ \boldsymbol{R},\ z)=\int\gamma_1^0\left(\boldsymbol{\rho}-\frac{\boldsymbol{p}z}{\kappa}\right)\exp\left\{i\boldsymbol{pR}+\frac{i\kappa\boldsymbol{x}_0}{2}\int_0^z\mu(\xi)\left[\boldsymbol{\rho}-\frac{\boldsymbol{p}(z-\xi)}{\kappa}\right]d\xi-\right.$$
$$\left.-\frac{\pi\kappa^2}{4}\int_0^z H\left(\boldsymbol{\rho}-\frac{\boldsymbol{p}\xi}{\kappa}\right)d\xi\right\}d^2p;$$

$$\Gamma^{\mathrm{II}}(\boldsymbol{\rho},\ \boldsymbol{R},\ z)=\int\exp\left\{i\boldsymbol{pR}+\frac{i\kappa\boldsymbol{x}_0}{2}\int_0^z\mu(\xi)\left[\boldsymbol{\rho}-\frac{\boldsymbol{p}(z-\xi)}{\kappa}\right]d\xi-\frac{\pi\kappa^2}{4}\times\right.$$
$$\left.\times\int_0^z H\left(\boldsymbol{\rho}-\frac{\boldsymbol{p}\xi}{\kappa}\right)d\xi\right\}\left\{\gamma_2^0\left(\boldsymbol{\rho}-\frac{\boldsymbol{p}z}{\kappa},\ \boldsymbol{p}\right)+\int_0^z\left[-\frac{i\Delta\kappa}{2\kappa^2}f\left(\boldsymbol{\rho}-\frac{\boldsymbol{p}(z-\xi)}{\kappa},\ \boldsymbol{p},\ \xi\right)+\right.\right.$$
$$+\frac{\pi\kappa\Delta\kappa}{4}H\left(\boldsymbol{\rho}-\frac{\boldsymbol{p}(z-\xi)}{\kappa}\right)\gamma_1\left(\boldsymbol{\rho}-\frac{\boldsymbol{p}(z-\xi)}{\kappa},\ \boldsymbol{p},\ \xi\right)+\frac{i\Delta\kappa\mu(\xi)}{2}\times$$
$$\left.\times\,\boldsymbol{x}_0\gamma_2\left(\boldsymbol{\rho}-\frac{\boldsymbol{p}(z-\xi)}{\kappa},\ \boldsymbol{p},\ \xi\right)-\frac{i\Delta\kappa\mu(\xi)}{4}\boldsymbol{x}_0\left(\boldsymbol{\rho}-\frac{\boldsymbol{p}(z-\xi)}{\kappa}\right)\gamma_1\left(\boldsymbol{\rho}-\frac{\boldsymbol{p}(z-\xi)}{\kappa},\ \boldsymbol{p},\ \xi\right)\right]\times$$
$$\times\exp\left[\frac{\pi\kappa^2}{4}\int_0^\xi H\left(\boldsymbol{\rho}-\frac{\boldsymbol{p}(z-\xi_1)}{\kappa}\right)d\xi_1-\frac{i\kappa\boldsymbol{x}_0}{2}\int_0^\xi\mu(\xi_1)\times\right.$$
$$\left.\left.\times\left(\boldsymbol{\rho}-\frac{\boldsymbol{p}(z-\xi_1)}{\kappa}\right)d\xi_1\right]d\xi\right\}d^2p,$$

где $\rho = \rho' - \rho''$;

$$\gamma_1^0(\rho, p) = \frac{1}{4\pi^2}\int \exp(-ip\boldsymbol{R}')\,\Gamma(\rho, \boldsymbol{R}', 0)\big|_{\Delta\kappa=0} d^2R';$$

$$\gamma_2^0(\rho, p) = \frac{\Delta\kappa}{4\pi^2}\int \exp(-ip\boldsymbol{R}')\left[\frac{\partial\Gamma(\rho, \boldsymbol{R}', 0)}{\partial(\Delta\kappa)}\bigg|_{\Delta\kappa=0}\right] d^2R';$$

$$f(\rho, p, z) = \frac{1}{4\pi^2}\int \exp(-ip\boldsymbol{R}')\,\triangle_\perp''\Gamma^{\mathrm{I}}(\rho, \boldsymbol{R}', z)\, d^2R';$$

$$\gamma_1(\rho, p, z) = \frac{1}{4\pi^2}\int \exp(-ip\boldsymbol{R}')\,\Gamma^{\mathrm{I}}(\rho, \boldsymbol{R}', z)\, d^2R';$$

$$\gamma_2(\rho, p, z) = \frac{1}{4\pi^2}\int \exp(-ip\boldsymbol{R}')\boldsymbol{R}'\Gamma^{\mathrm{I}}(\rho, \boldsymbol{R}', z)\, d^2R'.$$

Решение

$$\Gamma(\rho, \boldsymbol{R}, z) = \Gamma^{\mathrm{I}}(\rho, \boldsymbol{R}, z) + \Gamma^{\mathrm{II}}(\rho, \boldsymbol{R}, z)$$

дает линейное по $\Delta\kappa/\kappa$ приближение искомой двухчастотной функции когерентности второго порядка.

Сигнал фотоприемника фазового дальномера при усредняющем действии входной апертуры определяется функцией $\Gamma(0, \boldsymbol{R}, z)$, которая для однородной по z трассы и падающего волнового пучка вида

$$v(\rho', \rho'', 0) = \exp\left[-(\rho')^2\left(\frac{1}{2a^2} - \frac{i\kappa}{2F}\right)\right] + \exp\left[-(\rho'')^2\left(\frac{1}{2a^2} - \frac{i(\kappa-\Delta\kappa)}{2F}\right)\right],$$

где a — эффективный радиус пучка, а F — радиус кривизны волнового фронта, равна

$$\Gamma(0, \boldsymbol{R}, z) = \frac{a^2}{4\pi}\int d^2p \exp\left[ip\left(\boldsymbol{R} - \frac{\mu z^2\boldsymbol{x}_0}{4}\right) - \frac{p^2R_0^2}{4} - \frac{\pi\kappa^3}{4p}\int\limits_0^{pz/\kappa} H(\xi)\,d\xi\right] \times$$

$$\times\left\{1 + \Delta\kappa\left[\frac{3\pi\kappa^2}{8p}\int\limits_0^{pz/\kappa} H(\xi)\,d\xi - \frac{\pi\kappa z}{8}H\left(\frac{pz}{\kappa}\right) - \frac{p^2z^2}{4\kappa^3a^2} + \frac{\mu zR_0^2(\boldsymbol{p}\boldsymbol{x}_0)}{4} + \right.\right.$$

$$+ \frac{\pi\kappa^2\mu z^2(\boldsymbol{p}\boldsymbol{x}_0)}{8p^2}H\left(\frac{pz}{\kappa}\right) - \left.\frac{\pi\kappa^3\mu z(\boldsymbol{p}\boldsymbol{x}_0)}{8p^3}\int\limits_0^{pz/\kappa} H(\xi)\,d\xi\right] + i\Delta\kappa\left[\frac{z}{2}\left(\frac{1}{\kappa^2a^2} + \frac{a^2}{F^2}\right) + \right.$$

$$+ \frac{a^2}{2F} + \frac{\pi\kappa z}{8p}\dot{H}\left(\frac{pz}{\kappa}\right) + \frac{\mu^2z^3}{12} - \frac{p^2}{4}\left(\frac{z^3}{2}\left(\frac{1}{\kappa^2a^2} + \frac{a^2}{F^2}\right)^2 + \frac{3za^4}{2F^2} + \frac{z^2}{2\kappa^2F} + \frac{3z^2a^4}{2F^3} - \right.$$

$$\left. - \frac{z}{2\kappa^2} + \frac{a^4}{2F}\right) - \frac{\pi}{8}\left(\frac{z}{a^2} + \frac{z\kappa^2a^2}{F^2} + \frac{\kappa^2a^2}{F}\right)\left(zH\left(\frac{pz}{\kappa}\right) - \frac{\kappa}{p}\int\limits_0^{pz/\kappa} H(\xi)\,d\xi\right) -$$

$$\left.\left. - \frac{\pi^2\kappa^4z}{32p^2}H^2\left(\frac{pz}{\kappa}\right) + \frac{\pi^2\kappa^5}{16p^3}H\left(\frac{pz}{\kappa}\right)\int\limits_0^{pz/\kappa} H(\xi)\,d\xi - \frac{\pi^2\kappa^5}{32p^3}\int\limits_0^{pz/\kappa} H^2(\xi)\,d\xi\right]\right\}, \qquad (2)$$

где

$$R_0^2 = z^2\kappa^{-2}a^{-2} + z^2a^2F^{-2} + a^2 + 2a^2zF^{-1};$$

$\dot{H}(\xi)$ — производная по аргументу функции $H(\xi)$.

Чтобы определить фазу сигнала, необходимо предварительно проинтегрировать полученную функцию когерентности (2) по поверхности входной апертуры фотоприемника. Для удобства вычисления зададим гауссову форму входной апертуры. Нетрудно убедиться, что точность при этом практически не теряется.

При выполнении условия

$$R_m^2 = R_0^2 + r^2 + \frac{1}{3}\pi M C_\varepsilon^2 z^3 l_0^{-1/3} > 4z^2\kappa^{-2} l_0^{-2},$$

где C_ε^2 — структурная характеристика; $M = 0{,}522$; r — радиус приемной апертуры; можно пользоваться квадратичной аппроксимацией функции $H(\xi)$ [4]

$$H(\xi) = M C_\varepsilon^2 l_0^{-1/3} \xi^2.$$

В этом случае можно провести интегрирование до конца. Поскольку условие применимости метода возмущений требует выполнения соотношения

$$|\Gamma^{II}(\rho,\ R,\ z)/\Gamma^{I}(\rho,\ R,\ z)| \ll 1,$$

дополнительная фаза сигнала, обусловленная неоднородностью атмосферы, мала ($\Delta\varphi \ll 1$) и равна

$$\Delta\varphi = \Delta\kappa \left\{ \frac{z}{2\kappa^2 a^2} + \frac{za^2}{2F^2} + \frac{a^2}{2F} + \frac{\pi M C_\varepsilon^2 z^2}{4 l_0^{1/3}} + \frac{\mu^2 z^3}{12} + \left[\frac{z^3}{2}\left(\frac{1}{\kappa^2 a^2} + \frac{a^2}{F^2}\right)^2 + \right.\right.$$
$$+ \frac{3z^2 a^4}{2F^3} + \frac{z^2}{2\kappa^2 F} + \frac{3za^4}{2F^2} - \frac{z}{2\kappa^2} + \frac{a^4}{2F} + \frac{\pi M C_\varepsilon^2 z^3}{3 l_0^{1/3}}\left(\frac{z}{\kappa^2 a^2} + \frac{za^2}{F^2} + \frac{a^2}{F}\right) +$$
$$\left.\left. + \frac{\pi^2 M^2 C_\varepsilon^4 z^5}{15 l_0^{2/3}} \right] \left(\frac{s^2}{R_m^4} - \frac{1}{R_m^2} \right) \right\}, \tag{3}$$

где s — расстояние от центра фотоприемника до оси падающего на фотоприемник пятна.

Для оценки погрешности дальномера положим

$$s^2 = \sigma_{ю}^2 + \sigma_c^2,$$

где $\sigma_{ю}$ — погрешность механической юстировки дальномера; σ_c^2 — дисперсия флуктуации центра тяжести волнового пучка [4, 7].

Дополнительный набег фазы $\Delta\varphi$ представляет собой систематическую погрешность фазового дальномера. Увеличение фазы сигнала приводит к увеличению измеряемого расстояния на величину

$$\Delta L = \Delta\varphi/(2\Delta k),$$

что соответствует систематической относительной погрешности измерения дальности

$$\delta = \Delta L/L = \Delta\varphi/(z\Delta k);\ z = 2L.$$

Геометрия оптического пучка выбирается таким образом, чтобы дифракционные члены в (3) были пренебрежимо малы. Вклад в систематическую погрешность измерения дальности членов, в которых фигурирует структурная характеристика флуктуаций диэлектрической проницаемости атмосферы, будет порядка 10^{-7} даже при сильных флуктуациях (но только на трассах, превышающих несколько километров). На трассах в несколько километров относительная систематическая погрешность измерения расстояния может тем не менее достигать 10^{-7} и более при наличии большого вертикального градиента диэлектрической проницаемости (или, что в оптическом диапазоне длин волн практически эквивалентно, градиента температуры).

$$|\mu| \gtrsim 10^{-3} z^{-1}.$$

Для трассы $z = 2$ км [2] это соответствует вертикальным градиентам диэлектрической проницаемости $|\mu| \gtrsim 5 \cdot 10^{-9}$ см$^{-1}$ или вертикальным градиентом средней температуры $|\partial T/\partial x| \gtrsim 0{,}27$ град/м, которые для приземного слоя атмосферы не являются редкостью [8].

1. Андрусенко А.М., Данильченко В.П., Крупно В.С., Кочин С.М., Лукин Н.В., Мищенко И.А., Олейник И.С., Сугачев О.Л., Щербань Ю.И. Измерительная техника. 1981. № 2. С. 31.

2. Волисон В.И., Пушкарев Г.П., Русаловский А.С., Сугачев О.Л. // В кн.: Метрологическое обеспечение измерений больших длин. Харьков: НПО «Метрология». 1983. С. 23—24.
3. Беленький М.С., Лукин В.П., Миронов В.Л., Покасов В.В. Когерентность лазерного излучения в атмосфере. Новосибирск: Наука. 1985. 176 с.
4. Гурвич А.С., Кон А.И., Миронов В.Л., Хмелевцов С.С. Лазерное излучение в турбулентной атмосфере. М.: Наука. 1976. 277 с.
5. Виноградов В.В., Костерин А.Г., Медовиков А.С., Саичев Л.И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1985. Т. 28. № 10. С. 1227.
6. Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. II. Случайные поля. М.: Наука. 1978. 464 с.
7. Миронов В.Л. Распространение лазерного пучка в турбулентной атмосфере. Новосибирск: Наука. 1981. 246 с.
8. Перепелкина А.В. //Изв. АН СССР. Сер. Геофизич. 1957. № 6. С. 765.

Центральная аэрологическая обсерватория,
г. Долгопрудный

Поступила в редакцию
5 мая 1988 г.

N.S. Ivanova, G.M. Kruchenitskii. **Effect of Atmospheric Inhomogeneity on Phase Rangefinder Measurement Error.**

In the presence of the averaging effect of the receiving aperture the atmospheric inhomogeneity is shown to increase the phase shift. An analytic expression for the phase difference is derived. The proposed relation can be used for calculating the phase rangefinder measurement accuracy.