

Ю.И. Терентьев

## КОЛИЧЕСТВЕННОЕ ОПИСАНИЕ ДИФРАКЦИОННОЙ КАРТИНЫ СВЕТА ОТ ЩЕЛИ НА ОСНОВЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ ЮНГА

Получены формулы на основе представлений Юнга и новых данных о краевой волне, выражающие интенсивность света в дифракционной картине от щели через его интенсивность в плоскости картины в отсутствие щели и параметры дифракционной схемы. Произведено сравнение интенсивности дифракционной картины, рассчитанной по ним, с ее экспериментальными значениями и со значениями по Френелю.

В [1–3] рассмотрены новые факты, относящиеся к краевой волне и на основе их показано, что дифракционная картина от экрана вызвана интерференцией краевой и падающей волн. В таком случае дифракционная картина от щели за пределами ее проекции должна являться следствием интерференции краевых волн от противоположных экранов, образующих щель. Покажем, что это действительно так.

На рис. 1 приведена схема дифракции цилиндрической волны на щели  $\psi_2$ . Здесь  $l$  — расстояние от линейного источника света (щели  $\psi_1$  шириной  $t_0$  = 60 мкм, освещаемой параллельным пучком зеленого света с  $\lambda$  = 0,53 мкм) до  $\psi_2$ ;  $L$  — расстояние от  $\psi_2$  до плоскости сканирования дифракционной картины с помощью щели  $\psi_3$ ;  $H_1$ ,  $H_2$ ,  $h$  — расстояния до полос картины соответственно от границы геометрической тени (г. т.) и оси схемы.

Очевидно, положение полос в дифракционной картине будет определяться разностью хода  $\Delta$  между краевыми лучами 1, 2. Так как отклоняющийся в сторону от края щели луч 2 испытывает в момент отклонения сдвиг фазы на  $0,69\pi$  по направлению распространения, а луч 1, отклоняющийся в область тени, — сдвиг фазы на  $0,31\pi$  [1] против направления распространения, то луч 2 уже в начале пути опережает луч 1 на  $\pi$  или на  $\lambda/2$ . В связи с этим  $\Delta = (\Delta_r - \lambda/2) = (ht/L - \lambda/2) = \kappa\lambda/2$ , где  $\Delta_r$  — геометрическая разность хода. Отсюда  $h = (\kappa+1)\lambda L/2t$ . При  $\kappa = 2, 4, 6\dots$  лучи 1 и 2 встречаются с  $\Delta$ , равной целому числу  $\lambda$ , и образуют максимумы освещенности; при  $\kappa = 1, 3, 5\dots$  будут образовываться минимумы.

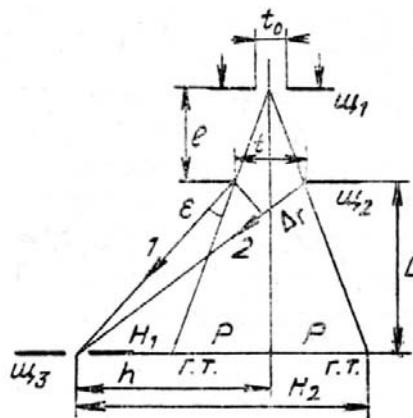


Рис. 1. Схема дифракции цилиндрической волны на щели

Из-за существования начальной разности хода между дифрагированными лучами  $h_{\min 1} = \lambda L/t = (h_{\min 2} - h_{\min 1})$ , т.е. центральный максимум оказывается в 2 раза шире боковых максимумов.

Если под  $\kappa$  понимать число полуволн в  $\Delta_r$ , то

$$h = \kappa\lambda L/2t, \quad (1)$$

при этом  $\kappa = 3, 5, 7\dots$  соответствует максимумам;  $\kappa = 2, 4, 6\dots$  — минимумам. Эта формула несколько расходится с экспериментом, о чем свидетельствует, например, табл. 1, характеризующая дифракцию света на щели шириной 95,2 мкм. Здесь  $h_{\text{эксп}}$  — экспериментальные значения  $h$ ;  $t_{\text{эфф}}$  — эффективная ширина щели,  $t_{\text{эфф}} = \kappa\lambda L/2h_{\text{эксп}}$ ;  $\Delta t$  — разница между действительной шириной щели  $t_d$  и  $t_{\text{эфф}}$ ;  $h_p$  — расчетные расстояния до полос,  $h_p = \kappa\lambda L/2t_{\text{эфф},c}$ , где  $t_{\text{эфф},c}$  — среднее значение  $t_{\text{эфф}}$ , найденных по  $h_{\min 2} \div h_{\max 4}$ , соответствующим области медленного спада интенсивности краевой волны [1]. В рассматриваемых усло-

виях  $t_{\text{эф.с}} = 91,3$  мкм, т.е. на 4 мкм меньше  $t_d$ . На основании этого можно заключить, что световые лучи, образующие полосы более высокого порядка, чем порядок  $\max_2$ , дифрагируют приблизительно на расстоянии 2 мкм от краев щели.

Таблица 1

Полоса	$h_{\text{эксп.}}$ , мм	$t_{\text{эф.}}$ , мкм	$\Delta t$ , мкм	$h_p$ , мм	$\Delta h_{\text{эксп.} p}$ , мкм
$\min_1$	0,665	89,3	5,9	0,650	15
$\max_2$	0,925	96,3	-1,1	0,975	-50
$\min_2$	1,312	90,5	4,7	1,300	12
$\max_3$	1,612	92	3,2	1,625	-13
$\min_3$	1,962	90,8	4,4	1,950	12
$\max_4$	2,260	91,9	3,3	2,275	-15

Как видно из таблицы,  $h_{\text{эксп.}}$  в пределах погрешности измерений приблизительно равны  $h_p$  для всех полос, кроме  $\max_2$ , когда  $\Delta h_{\text{эксп.}} = (h_{\text{эксп.}} - h_p)$  значительна. Дело в том, что вследствие размещения  $\max_2$  в области крутого спада интенсивности краевых лучей он смещен к оси дифракционной картины относительно расчетного положения на такую величину, при которой увеличение интенсивности интерферирующих краевых лучей компенсируется ее уменьшением из-за нарастания рассогласования по фазе между ними.

В отличие от  $\max_2 \min_1$  стремится сместиться из расчетного положения от оси картины до тех пор, пока падение результирующей интенсивности интерферирующих лучей, вызванное уменьшением относительного различия между  $H_1$  и  $H_2$ , не будет компенсировано ее увеличением из-за нарастания отклонения сдвига фаз от оптимального значения. В сравнении с  $\max_2$  смещение  $\min_1$  менее заметно, т.к. в нем результирующая интенсивность, обусловленная неполным гашением лучей 1 и 2 из-за неравенства  $H_1$  и  $H_2$ , мала и поэтому ее уменьшение с ростом  $h$  подавляется при меньшем рассогласовании фаз.

Таблица 2

Полоса	$h_{\text{эксп.}}$ , мм	$t_{\text{эф.}}$ , мкм	$\Delta t$ , мкм	$h_p$ , мм	$\Delta h_{\text{эксп.} p}$ , мкм	$t_{\text{эф. с.}}$ , мкм
$\min_1$	0,840	137,2	9,8	0,812	28	—
$\max_2$	1,170	147,8	-0,8	1,218	-52	
$\min_2$	1,640	140,6	6,4	1,624	16	
$\max_3$	2,010	143,4	3,6	2,029	-19	
$\min_3$	2,450	141,2	5,8	2,435	15	
$\max_4$	2,830	142,6	4,4	2,841	-11	
$\min_4$	3,250	142	5	3,247	3	142
$\max_6$	3,650	142,1	4,9	3,653	-3	

Данное смещение в принципе распространяется на все полосы, но с увеличением их порядка должно становиться все менее заметным.

Рассмотренные особенности подтверждаются также данными табл. 2, характеризующими дифракцию плоской волны на щели  $t_d = 147$  мкм ( $L = 217,5$  мм).

В случае дифракции цилиндрической волны на проволочке действительным диаметром  $d_d = 61$  мкм (рис. 2;  $\lambda = 0,53$  мкм;  $L = 83,2$  мм) краевые лучи 1, 2 отклоняются над проволочкой. В результате этого среднее значение ее диаметра  $d$ , найденного по  $h_{\text{эксп.}}$   $\min_2$  и  $\max_3$ , оказалось больше действительного диаметра на 4,2 мкм (табл. 3).

Несовпадение  $t_{\text{эф.с.}}$  и  $d_{\text{эф.с.}}$  с  $t_d$  и  $d_d$  является дополнительным подтверждением существования над поверхностью тел зоны, отклоняющей входящие в нее световые лучи от первоначального направления [4–7].

При справедливости рассматриваемого подхода интенсивность полос дифракционной картины  $J$  должна определяться установленной в [1] закономерностью  $J_r = A/H^2$ , характеризующей распределение интенсивности  $J_r$  в краевой волне в зависимости от расстояния до г. т.  $H$ , и  $A$  должна быть постоянной для полос различных порядков.

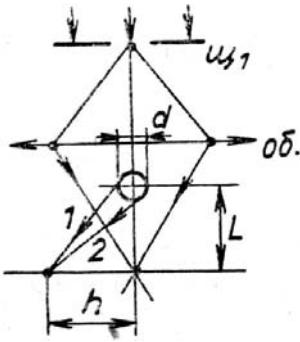


Рис. 2. Схема дифракции света на проволочке

Таблица 3

Полоса	$h_{\text{эксп.}},$ мм	$d_{\text{эф.}},$ мкм	$\Delta d,$ мкм	$h_p,$ мм	$\Delta h_{\text{эксп. п.}},$ мкм	$d_{\text{эф. с.}},$ мкм
min <sub>1</sub>	0,690	64	3	0,676	14	
max <sub>2</sub>	0,952	69,5	8,3	1,014	-62	
min <sub>2</sub>	1,375	64,1	3,1	1,353	22	
max <sub>3</sub>	1,660	66,4	5,4	1,691	-31	65,2

Согласно рис. 1  $J_{r1} = \frac{A}{H_1^2} = \frac{A}{(h - P)^2}; J_{r2} = \frac{A}{(h + P)^2}; P = \frac{t(l + L)}{2l}$ . Тогда амплитуды краевых волн равны:

$$a_1 = \frac{\sqrt{A}}{h - P} = \frac{2l\sqrt{A}}{2lh - t(l + L)}; a_2 = \frac{\sqrt{A}}{h + P} = \frac{2l\sqrt{A}}{2lh + t(l + L)}.$$

В связи с конечной шириной  $w_1$   $P$  будет иметь разброс на  $\Delta P = \pm \frac{t_0 L}{2l}$ , вносящим погрешность в значения амплитуд.

Для максимумов дифракционной картины

$$\begin{aligned} a_{\max} &= a_1 + a_2 = \frac{8l^2\sqrt{A}h}{(2lh)^2 - [t(l + L)]^2}; \\ J_{\max} &= a_{\max}^2 = \frac{64h^2l^4A}{\{(2lh)^2 - [t(l + L)]^2\}^2}; \\ A_{(\max)} &= \frac{J_{\max}\{(2lh)^2 - [t(l + L)]^2\}^2}{64h^2l^4} = \frac{J_{\max}[h^2 - 0,25(t + tL/l)^2]^2}{4h^2} = \\ &= 0,25J_{\max}[h^2 - 0,5(t + tL/l)^2]. \end{aligned} \quad (2)$$

В то же время согласно (2) [2] для цилиндрической волны  $A = \frac{0,02046\lambda(L+l)J_c}{l}$ , где  $J_c$  — интенсивность падающего света на краях г. т. в плоскости сканирования дифракционной картины при выведенной из пучка щели  $w_2$ . Следовательно,

$$J_{\max} = \frac{0,08184\lambda L(L+l)J_c}{l[h^2 - 0,5(t + tL/l)^2]} = \frac{0,32736\lambda L(L+l)t^2J_c}{l[(\kappa\lambda L)^2 - 2t^4(1 + L/l)^2]}, \quad (3)$$

где  $h = h_p$ ,  $t = t_c$  или  $(t_d - 4 \text{ мкм})$ .  $2t^4(1 + L/l)^2 \ll (\kappa\lambda L)^2$ . Например, при  $t = 0,155 \text{ мм}$ ;  $\kappa = 3$ ;  $L = 189 \text{ мм}$ ;  $l = 100 \text{ мм}$  первое выражение меньше второго в 9,4 раза. В таком случае интенсивность

максимумов дифракционной картины от щели приблизительно пропорциональна квадрату ее ширины. Данный факт, на первый взгляд, указывает на зависимость  $J$  полос от всей открытой части волнового фронта, но, как видно из рассмотренного, это не соответствует действительности.

В минимумах дифракционной картины от щели

$$a_{\min} = (a_1 - a_2) = \frac{4l \sqrt{A} [t(l+L)]}{(2lh)^2 - [t(l+L)]^2};$$

$$J_{\min} = \frac{16l^2 [t(l+L)]^2 A}{\{(2lh)^2 - [t(l+L)]^2\}^2}.$$

Поэтому

$$A_{\min} = \frac{J_{\min} \{(2lh)^2 - [t(l+L)]^2\}^2}{16l^2 [t(l+L)]^2} = \frac{J_{\min} [h^2 - 0,25(t+tL/l)^2]^2}{(t+tL/l)^2}. \quad (4)$$

Решая совместно (4) и (2) [2], находим

$$J_{\min} = \frac{0,02046 \lambda L (L+l) (t+tL/l)^2 J_c}{l [h^2 - 0,25(t+tL/l)^2]^2} = \frac{0,02046 \lambda L (L+l) (t+tL/l)^2 J_c}{l [\kappa^2 (\lambda L/2t)^2 - 0,25(t+tL/l)^2]^2}. \quad (5)$$

Таблица 4

Полоса	$h_{\text{эксп}}$ , мм	$h_p$ , мм	$J_{\text{эксп}}$	$J'_{\text{эксп}}$	$J_p$	$A$
$\min_1$	0,667	0,645	9,5	10	9,2	6,65
$\max_2$	0,916	0,968	33	29,7	29,2	6,2
$\min_2$	1,310	1,291	0,6	0,65	0,47	—
$\max_3$	1,581	1,614	10	10	9,75	6,25
$\min_3$	1,946	1,936	0,15	0,15	—	—
$\max_4$	2,246	2,259	5	5	4,9	6,25
$\min_4$	2,600	2,582	0,15	0,15	—	—

В соответствии рассчитанной по формулам (3), (5) интенсивности полос  $J_p$  ее экспериментальным значениям  $J_{\text{эксп}}$  и в постоянстве  $A$  для полос разного порядка можно убедиться по данным табл. 4, характеризующим дифракцию цилиндрической волны на щели  $t_d = 159$  мкм ( $l = 100$  мм;  $L = 189$  мм;  $t_{\text{эфф.с.}}$ , найденная по  $t_{\text{эфф.с.}} \min_2 \div \min_4$ , равна 155,2 мкм  $J_c = 1030$  отн. ед.), где  $J'_{\text{эксп}}$  — интенсивность на  $h_p$ .

В табл. 5 приведены значения  $A$ , найденные по  $J_{\max 2}$  при одинаковой  $J_c$  для различных значений ширины щели. Как видно, с учетом погрешности измерений  $A$  с измерением  $t$  остается постоянной. Данное обстоятельство свидетельствует о независимости дифрагированного потока от ширины щели (очевидно, при не слишком узких щелях), легко понять, исходя из образования дифрагированных лучей не по всей ширине волнового фронта, укладывающихся на ширине щели, а лишь в областях у ее краев.

Таблица 5

$t_d$ , мкм	$A$
159	6,2
117	6,4
79	6
39	6,5

Последнее подтверждается, кроме того, совмещением графиков, характеризующих зависимость интенсивности максимумов от  $h$  при различных значениях ширины щели.

На справедливость полученных формул и постоянство  $A$  указывают также данные табл. 6, соответствующие случаю дифракции цилиндрической волны на щели  $t_d = 95,2$  мкм при  $l = 36,2$  мм;  $L = 112$  мм;  $t_{\text{эфф.с.}} = 91,6$  мкм;  $J_c = 1271$  отн. ед.

Таблица 6

Полоса	$h_{\text{эксп}}$ , мм	$h_p$ , мм	$J_{\text{эксп}}$	$J'_{\text{эксп}}$	$J_p$	$A$
min <sub>1</sub>	0,655	0,628	7,2	8	6,9	—
max <sub>2</sub>	0,915	0,972	30,5	29	28,9	6,33
max <sub>3</sub>	1,625	1,620	10,5	10	9,9	6,32
max <sub>4</sub>	2,265	2,268	6	5,26	5	6,67

В случае плоской волны  $l = \infty$ , поэтому формулы (2), (4), (3), (5) принимают вид:

$$A_{(\text{max})} = 0,25J_{\text{max}}(h^2 - 0,5t^2); \quad (6)$$

$$A_{(\text{min})} = \frac{J_{\text{min}}(h^2 - 0,25t^2)^2}{t^2}; \quad (7)$$

$$J_{\text{max}} = \frac{0,08184\lambda L J_c}{h^2 - 0,5t^2} = \frac{0,32736\lambda L t^2 J_c}{(\kappa\lambda L)^2 - 2t^4}; \quad (8)$$

$$J_{\text{min}} = \frac{0,02046\lambda L t^2 J_c}{(h^2 - 0,25t^2)^2} = \frac{0,08184\lambda L t^4 J_c}{[(\kappa\lambda L)^2 - t^4]^2}. \quad (9)$$

Постоянство  $A$  в данных условиях и соответствие расчета по (8), (9) эксперименту демонстрируются табл. 7, 8.

Таблица 7

$t_d = 184$ мкм; $t_{\text{эф. с}} = 180,3$ мкм; $L = 130,3$ мм; $J_c = 2560$ отн. ед.						
Полоса	$h_{\text{эксп}}$ , мм	$h_p$ , мм	$J_{\text{эксп}}$	$J'_{\text{эксп}}$	$J_p$	$A$
min <sub>1</sub>	0,390	0,383	6,5	6,8	6,1	4
max <sub>2</sub>	0,550	0,575	47,5	47,5	46	3,74
max <sub>3</sub>	0,945	0,958	16,7	16,5	16	3,72
max <sub>4</sub>	1,343	1,341	8,5	8,5	8,1	3,79
max <sub>5</sub>	1,732	1,724	5	5,1	4,9	3,77
max <sub>6</sub>	2,120	2,107	3	3,2	3,3	3,53

Таблица 8

$t_d = 48$ мкм; $t_{\text{эф. с}} = 44$ мкм; $L = 99,5$ мм; $J_c = 7132$ отн. ед.						
Полоса	$h_{\text{эксп}}$ , мм	$h_p$ , мм	$J_{\text{эксп}}$	$J'_{\text{эксп}}$	$J_p$	$A$
max <sub>2</sub>	1,720	1,798	10	10	9,53	8,1
max <sub>3</sub>	2,980	2,997	3,55	3,55	3,43	8
max <sub>4</sub>	4,310	4,195	1,8	1,83	1,75	8,03

Содержащиеся в табл. 9 значения  $A$ , найденные по  $J_{\text{max}}$  для различных значений ширины щели при  $J_c = \text{const}$  ( $L = 99,5$  мм), показывают, что с переходом к плоской падающей волне  $A$  по-прежнему не зависит от  $t$ .

Таблица 9

$t_d, \text{ мкм}$	$A$
48	4
98	3,7
184	3,75

С целью вывода формулы, определяющей  $J$  дифракционной картины  $J_g$  на любых  $h > P$  при дифракции на щели цилиндрической волны, воспользуемся правилом сложения когерентных колебаний. Согласно ему

$$J_d = J_{r1} + J_{r2} + 2 \sqrt{J_{r1} \cdot J_{r2}} \cdot \cos \psi, \quad (10)$$

где  $\psi$  — разность фаз между лучами 1 и 2 (рис. 1). Подставляя в исходные выражения для  $J_{r1}$  и  $J_{r2}$  полученные выше значения  $A$  по (2) [2] и  $P$ , найдем, что

$$J_{r1} = \frac{0,02046\lambda L (L + l) J_c}{[hl - 0,5t(L + l)]^2}; \quad (11)$$

$$J_{r2} = \frac{0,02046\lambda L (L + l) J_c}{[hl + 0,5t(L + l)]^2}, \quad (12)$$

где  $t = t_{\phi,c}$  или ( $t_d = 4$  мкм).

Так как разность хода между лучами 1, 2 равна  $\frac{2ht - \lambda L}{2L}$ , то

$$\psi = 2\pi \frac{(2ht - \lambda L)}{2L} = \frac{(2ht - \lambda L)\pi}{\lambda L}. \quad (13)$$

Заменив в (10)  $J_{r1}$ ,  $J_{r2}$ ,  $\psi$  их значениями согласно (11), (12), (13), после несложных преобразований выразим  $J_d$  через  $J_c$ ,  $\lambda$  и параметры дифракционной схемы:

$$J_d = \frac{0,04092\lambda L (L + l + 1) J_c}{h^2 - 0,25t^2 (L + l + 1)^2} \left[ \frac{h^2 + 0,25t^2 (L + l + 1)^2}{h^2 - 0,25t^2 (L + l + 1)^2} + \cos \frac{(2ht - \lambda L)\pi}{\lambda L} \right]. \quad (14)$$

Поскольку при плоской падающей волне  $l = \infty$ , формула (14) упрощается до вида

$$J_d = \frac{0,04092\lambda L J_c}{h^2 - 0,25t^2} \left[ \frac{h^2 + 0,25t^2}{h^2 - 0,25t^2} + \cos \frac{(2ht - \lambda L)\pi}{\lambda L} \right]. \quad (15)$$

Сравнение результатов расчета по указанным формулам с экспериментом представлено в табл. 10—12, где  $\varepsilon = [(h - P)/L]57,3^\circ$ . Из таблиц видно, что имеющее место рассогласование между  $J_{\text{эксп}}$  и  $J_d$  начинается примерно с углов  $\varepsilon = 0,085^\circ$ , т.е. тогда, когда перестает действовать закон обратно пропорциональной зависимости амплитуды краевой волны от угла отклонения дифрагированных лучей [2]. Иногда при дифракции цилиндрической волны на щели  $J$  на боках максимумов может быть отличной от расчетной. Причем, если на дальних (от центра дифракционной картины) боках полос  $J$  больше или меньше, то на ближних боках она, наоборот, меньше или больше  $J_d$ . Причину этого можно понять с помощью рис. 3. Дифракционная картина от щели  $u_2$ , по существу, представляет собой сумму картин от источников  $x$ ,  $y$  дифрагированных лучей, расположенных у краев  $u_1$ . При этом картина от  $x$  сдвинута от оси схемы относительно картины, которая наблюдалась бы при учете разности хода только между лучами 2' и 1', вследствие возникновения начального сдвига фаз на  $\pi$  не только между лучами 1', 2' но и между предшествующими им лучами 1, 2 и связанного с ним опережения лучом 2 ( $0,5\lambda - tt_0/2l$ ) луча 1.

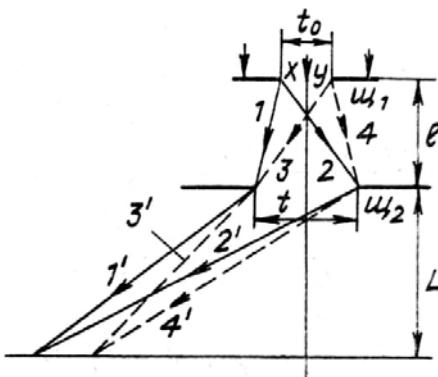


Рис. 3. Схема, поясняющая причину перераспределения интенсивности света в пределах полос дифракционной картины от щели с дальних боков на ближние и наоборот

Таблица 10

$t_d = 159$ мкм; $t_{\text{эф.} c} = 154,8$ мкм; $l = 100$ мм; $L = 189$ мм; $J_c = 414,5$ отн. ед.						
Полоса	$h$ , мм	$J_{\text{эксп}}$	$\Psi$	$\cos \Psi$	$J_d$	$\varepsilon^\circ$
	0,3	153	11°10'	0,9811	585	—
	0,4	80	44°53'	0,7056	119,5	0,053
	0,5	32	101°24'	-0,1976	32,5	0,083
	0,6	7,5	157°41'	-0,8452	7,7	0,113
$\min_1$	0,7	4,3	213°58'	-0,8293	4,5	0,144
	0,8	9,5	270°15'	0,0043	9,8	—
$\max_2$	0,9	12,5	326°52'	0,8341	12,7	—
	1	11	382°48'	0,9218	10,5	—
	1,1	5,8	439°5'	0,1894	5,4	—
	1,2	1,9	495°22'	-0,5788	1,8	—
$\min_2$	1,3	0,27	551°39'	-0,9794	0,25	—
	1,4	1,6	607°55'	-0,3759	1,7	—
	1,5	3,4	664°12'	0,5621	3,6	—
$\max_3$	1,6	4,1	720°29'	1	4	—
	1,7	3,1	776°46'	0,5481	3	—

Из-за отставания луча 4 на такую же величину от луча 3 дифракционная картина, образованная лучами 3', 4' являющимися производными от лучей 3 и 4, смещена к оси схемы. Принимая во внимание изложенное, нетрудно видеть, что в условиях различной интенсивности  $x$ ,  $y$ , вызванной неоднородным распределением интенсивности света в падающем на  $u_1$  параллельном пучке,  $J$  на левой стороне максимумов будет усиlena или ослаблена по сравнению со случаем постоянной интенсивности падающего света по ширине  $u_1$ , а на правой, наоборот, ослаблена или усиlena.

Если интенсивность света, падающего на  $u_2$ , неодинакова у ее краев, что имеет место, например, тогда, когда  $u_2$  несимметрична  $u_1$  и ширина центрального максимума от  $u_1$  сравнима с шириной  $u_2$ , то эффект интерференции лучей 1, 2 (рис. 1); 1', 2', 3', 4' (рис. 3) будет ослаблен. В результате этого появится фон, уменьшающий контрастность полос.

Согласно Френелю [8] интенсивность дифракционной картины от щели равна

$$J_F = C_F^2 + S_F^2,$$

где  $C_F = \int_{v_1}^{v_2} \cos\left(\frac{1}{2}\pi v^2\right) dv$  и  $S_F = \int_{v_1}^{v_2} \sin\left(\frac{1}{2}\pi v^2\right) dv$  являются интегралами Френеля.

Таблица 11

$t_d = 79 \text{ мкм}; t_{\phi, c} = 75 \text{ мкм}; L = 189 \text{ мм}; l = 100 \text{ мм}; J_c = 1969 \text{ отн. ед.}$						
Полоса	$h, \text{ мм}$	$J_{\text{эксп}}$	$\Psi$	$\cos \psi$	$J_d$	$\varepsilon^\circ$
	0,2	284	—124°57'	-0,5729	1101	—
	0,3	260	— 91°41'	-0,0294	386	0,057
	0,4	228	— 69°53'	0,088	238	0,088
	0,5	190	— 42°21'	0,739	181	0,118
	0,6	142	— 14°50'	0,9667	137	0,148
	0,7	105	12°42'	0,9756	99	0,179
	0,8	69	40°14'	0,7634	67	0,209
	0,9	43	67°46'	0,3784	41,2	—
	1	22,4	95°18'	-0,0923	22	—
	1,1	10	122°49'	-0,5419	9,3	—
	1,2	2,8	150°21'	-0,869	2,4	—
	1,3	0,6	173°53'	-0,9993	0,22	—
$\min_1$	1,35	0,8	191°39'	-0,9794	0,44	—
	1,4	0,8	205°25'	-0,964	0,6	—
	1,5	4	232°56'	-0,6027	4,2	—
	1,6	7,2	260°28'	-0,1656	7,7	—
	1,7	9,8	288°	0,309	10,7	—
	1,8	11,8	315°32'	0,7137	12,4	—
	1,9	12,2	343°3'	0,9565	12,7	—
$\max_2$	1,95	12,2	356°49'	0,9985	12,3	—
	2	12,2	370°35'	0,983	11,64	—
	2,1	10,4	398°7'	0,7867	9,5	—
	2,2	7,4	425°39'	0,4123	6,84	—
	2,3	4,8	453°10'	-0,0552	4,2	—
	2,4	2,4	480°42'	-0,5111	2	—
	2,5	0,8	508°14'	-0,8502	0,58	—
$\min_2$	2,6	0,1	535°46'	-0,9973	0,02	—
	2,7	0,4	563°17'	-0,9185	0,36	—
	2,8	1,2	590°49'	-0,6318	1,1	—
	2,9	2,2	618°21'	-0,2019	2,2	—
	3	3,5	645°53'	0,2736	3,3	—
	3,1	3,9	673°24'	0,6871	4,1	—
$\max_3$	3,25	4,4	714°42'	0,9958	4,4	—
	3,4	3,8	756°	0,809	3,7	—

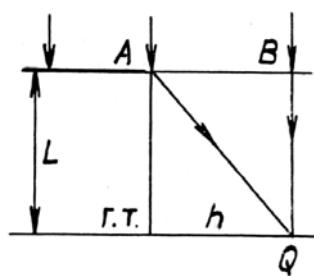


Рис. 4. Схема дифракции плоской волны на экране с прямолинейным краем

В случае дифракции плоской волны на экране с прямолинейным краем (рис. 4) параметр  $v = h\sqrt{2/\lambda L}$  [9]. В то же время геометрическая разность хода между лучами 1 и 2, идущими в некоторую точку  $Q$  дифракционной картины соответственно от края  $A$  экрана и полюса волны  $B$ , равна  $\Delta_r = h^2/2L = \kappa\lambda/2$ . Отсюда  $h\sqrt{2/\lambda L} = \sqrt{2\kappa}$ , т. е.  $v$  равен квадратному корню из числа длин волн в  $\Delta_r$ .

Основываясь на рассмотренном, нетрудно найти значения  $v_1$  и  $v_2$  при дифракции плоской волны на щели. Они равны соответственно

$$\sqrt{2/\lambda L}(h - 0,5t) \text{ и } \sqrt{2/\lambda L}(h + 0,5t).$$

Таблица 12

$t_d = 48$ мкм; $t_{\text{эф.с}} = 44$ мкм; $L = 99,5$ мм; $l = \infty$ ; $J_c = 7132$ отн. ед.						
Полоса	$h_{\text{эксп.}}$ , мм	$\psi$	$\cos \psi$	$J_{\text{эксп.}}$	$J_d$	$\theta^\circ$
	0,06	-161°59'	-0,951	235	1775	—
	0,16	-131°56'	-0,6682	220,3	227	0,0795
	0,26	-101°54'	-0,2062	189,5	185,4	0,136
	0,36	-71°52'	0,3112	159,5	157,2	—
	0,46	-41°50'	0,7451	125,5	127,6	—
	0,56	-11°48'	0,9788	95	97,4	—
	0,66	-18°15'	0,9497	67,5	69	—
	0,76	48°17'	0,6655	45	44,5	—
	0,86	78°19'	0,2025	26,5	25,1	—
	0,96	108°21'	-0,3148	12,25	11,6	—
	1,06	138°24'	-0,7478	3,75	3,5	—
	1,16	168°26'	-0,9797	0,8	0,24	—
$\min_1$	1,2	180°27'	-1	0,75	0,01	—
	1,26	198°28'	-0,9485	0,85	0,5	—
	1,36	228°30'	-0,6626	3,25	2,8	—
	1,46	258°32'	-0,1988	5,8	5,8	—
	1,56	288°35'	0,3187	8,7	8,4	—
	1,66	318°37'	0,7503	9,75	9,8	—
$\max_2$	1,72	336°38'	0,918	10	10	—
	1,8	360°4'	1	9,55	9,5	—

В табл. 13 произведено сравнение результатов расчета  $J_F$  полос дифракционной картины, выполненного для  $L = 130,3$  мм;  $t_d = 184,3$  мм;  $t_{\text{эф.с}} = 180,3$  мм с экспериментальными значениями интенсивности, содержащимися в табл. 7.

В данном случае  $J'_{F1}, J'_{F2}$  — интенсивности полос на основании интегралов Френеля, приведенные к значению  $J_c$  (равному 2560 отн. ед.) по формулам  $J'_{F1} = F_1 \cdot J_c / J_{Fc}$ ;  $J'_{F2} = F_2 \cdot J_c / J_{Fc}$ . В них через  $J_{F1}$  и  $J_{F2}$  обозначены интенсивности, найденные соответственно для  $t_{\text{эф.с}}$  и  $h_p$ ,  $t_d$  и  $t_{\text{эксп.}}$  по интегралам Френеля [10], а  $J_{Fc}$  — интенсивность от полностью открытого волнового фронта по Френелю, равна  $(2\sqrt{0,5^2 + 0,5^2})^2 = 2$ , где 0,5 — предельное значение интегралов Френеля.

Поскольку  $v = \sqrt{2\kappa}$ , а  $\kappa$  равно числу полуволн в геометрической разности хода между лучами, идущими из источника в точку наблюдения через полюс волны и края щели, при дифракции на щели цилиндрической волны (рис. 1)

$$v_1 = \left[ h - \frac{t(l+L)}{2l} \right] \sqrt{\frac{2l}{\lambda L(l+L)}};$$

$$v_2 = \left[ h + \frac{t(l+L)}{2l} \right] \sqrt{\frac{2l}{\lambda L(l+L)}}.$$

На основе этих выражений была рассчитана интенсивность полос дифракционной картины от щели применительно к экспериментам, поставленным при  $l = 36,2$  мм;  $L = 112$  мм;  $t_d = 95,2$  мкм;  $t_{\text{эфф.с}} = 91,6$  мкм;  $J_c = 1271$  отн. ед. и характеризующимся табл. 6. Данные расчета приведены в табл. 14.

Таблица 13

Полоса	$J'_{F1}$	$J'_{F1}/J'_{\text{эксп}}$	$J'_{F2}$	$J'_{F2}/J'_{\text{эксп}}$
min <sub>1</sub>	6,67	0,98	9,28	1,365
max <sub>2</sub>	56,3	1,186	61,22	1,289
min <sub>2</sub>	0,43	—	1,27	—
max <sub>3</sub>	19,85	1,203	20,34	1,233
max <sub>4</sub>	10,05	1,182	9,44	1,111
max <sub>5</sub>	6,06	1,188	5,27	1,033
max <sub>6</sub>	4,04	1,347	3,2	1,067

Таблица 14

Полоса	$J'_{F1}$	$J'_{F1}/J'_{\text{эксп}}$	$J'_{F2}$	$J'_{F2}/J'_{\text{эксп}}$
min <sub>1</sub>	6,88	1	9,48	1,317
max <sub>2</sub>	35,3	1,221	40,1	1,315
min <sub>2</sub>	0,4	1,212	1,8	—
max <sub>3</sub>	12,23	1,235	10,87	1,035
max <sub>4</sub>	6,17	1,174	5,18	0,863

Как видно из табл. 13, 14, в отличие от значений  $J_p$  значения  $J'_{F2}$  на малых порядках полос заметно отклоняются от экспериментальной величины интенсивности, однако с увеличением порядка это различие постепенно уменьшается.

1. Терентьев Ю. И. //Оптика атмосферы. 1989. Т. 2. № 11. С. 1141–1146.
2. Терентьев Ю. И. //Оптика атмосферы. 1989. Т. 2. № 12. С. 1147–1153.
3. Терентьев Ю. И. //Оптика атмосферы. 1989. Т. 2. № 12. С. 1325–1327.
4. Терентьев Ю. И. //Изв. вузов СССР. Сер. Физика, 1977. № 8. С. 48–54.
5. Терентьев Ю. И. //Изв. вузов СССР. Сер. Физика. 1987. № 12. С. 55–58.
6. Терентьев Ю. И. //Оптика атмосферы. 1988. Т. 1. С. 130–133.
7. Терентьев Ю. И. //Оптика атмосферы. 1988. Т. 1. № 2. С. 111–112.
8. Дитчберн Р. Физическая оптика. М.: Наука, 1965. 631 с.
9. Фриш С. Э., Тиморева А. В. Курс общей физики. Т. 3. М.: ГИТТЛ, 1951. 796 с.
10. Артамонов Г. Т. и др. Таблицы интегралов Френеля/Отв. ред. В.А. Диткин. М.: Изд. АН СССР, 1953. 267 с.

Институт оптики атмосферы СО АН СССР,  
г. Томск

Поступила в редакцию  
19 июня 1990 г.

Y. I. Terent'ev. Quantitative Description of the Diffraction Pattern from a Slit Based on the Use on Young Representation.

The paper presents formulas derived based on the use of Young representation and new data on the edge wave, which relate the intensity of the diffraction pattern from a slit to the light intensity in the pattern plane with no slit and to the parameters of the diffraction experiment arrangement.

A comparison is made in the paper of the diffraction pattern intensity calculated using these formulas with the experimental values and the values calculated using Fresnel formulas.