

**С.Б. Таурогинская, А.П. Чайковский, В.Н. Щербаков**

## **ОПТИМАЛЬНАЯ ЛИНЕЙНАЯ ОЦЕНКА ИНТЕГРАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ МНОГОКОМПОНЕНТНОГО АЭРОЗОЛЯ**

Предлагается методика восстановления параметров дисперсной среды посредством линейных функций от измеренных характеристик в приложении к исследованиям атмосферного аэрозоля. Для нахождения коэффициентов линейной регрессии сформулирована оптимизационная задача с ограничениями в виде системы линейных уравнений. Критерий оптимальности и дополнительная априорная информация выбраны с учетом свойства многокомпонентности и связанных с ним особенностей образования и существования реального атмосферного аэрозоля.

Рассматривается применение разработанной методики к задаче обработки данных многоволнового лазерного зондирования атмосферы. Приведены результаты численных экспериментов.

При решении задач контроля параметров атмосферного аэрозоля все шире применяются оптические методы. Их преимущества по информативности и экономичности при сопоставлении с другими способами измерений проявляются в тех случаях, когда необходимо получить большой объем данных о свойствах аэрозоля на различных высотах и следить за их изменением в течение значительного промежутка времени. Расчет параметров аэрозоля по данным оптических измерений часто относится к классу некорректных задач, решение которых является неустойчивым к погрешностям измерений и вычислений [1].

Возможность применения линейных оценок для определения интегральных параметров микроструктуры аэрозоля по измеренным оптическим характеристикам рассматривалась в [2]. Простые линейные соотношения между параметрами рассеивающих частиц, полученные в рамках данного метода, дают возможность обрабатывать экспериментальные данные непосредственно в процессе измерений.

Эффективность применения метода линейных оценок напрямую зависит от выбора статистического ансамбля функций распределения частиц по размерам, для которого определяются параметры регрессионных соотношений. В случае несоответствия данной априорной информации реальным объектам исследования восстановленные значения параметров могут не иметь физического смысла. В настоящей статье в целях усовершенствования метода [2] было использовано предположение о многокомпонентности дисперсной среды и введены дополнительные условия, связанные с физическими представлениями о процессах образования и трансформации характерных типов аэрозоля (континентального, морского и др.). Это позволило с удовлетворительной точностью получить оценки параметров аэрозоля, достаточно устойчивые при значительных вариациях измеряемых данных. В статье дан общий подход к построению алгоритмов нахождения таких оценок, приводятся конкретные формулы и результаты численного анализа расчетов показателя ослабления по спектральным данным показателя обратного рассеяния. Постановка последней задачи обусловлена тем, что определение соотношений между показателем ослабления и обратного рассеяния является ключевым моментом построения методики многоволнового лазерного зондирования атмосферного аэрозоля [3].

### **1. Построение линейной оценки параметров многокомпонентного аэрозоля**

Будем рассматривать такие параметры аэрозоля, которые можно представить как интегральные функционалы плотности распределения частиц по размерам  $\varphi(r)$ :

$$M[l \varphi] = \int l(r) \varphi(r) dr, \quad (1)$$

где  $l(r)$  – весовая функция. В зависимости от выбора функции  $l(r)$  параметр  $M[l\phi]$  может иметь смысл показателя обратного рассеяния, ослабления, массовой концентрации и т.д. Предполагается, что аэрозоль представляет собой полидисперсный ансамбль однородных сферических частиц.

Задача состоит в том, чтобы некоторый искомый параметр  $\eta$  представить в виде линейной комбинации значений измеряемого параметра  $\xi$ :

$$\eta = \mathbf{x}^T \xi + \varepsilon. \quad (2)$$

В (2)  $\varepsilon$  – случайное отклонение;  $\mathbf{x}$  – вектор коэффициентов линейного разложения. Буква  $t$  означает транспонирование.

Коэффициенты  $\mathbf{x}$  можно определить, исходя из требования минимума среднего квадрата отклонения по ансамблю реализаций функции распределения частиц по размерам

$$g = \overline{(\mathbf{x}^T \xi - \eta)^2} = \min. \quad (3)$$

Черта означает среднее по ансамблю функций  $\phi(r)$ ;  $r$  – радиус частиц.

При построении линейной оценки параметра  $\eta$  используем представление об аэрозоле как о совокупности статистически независимых фракций, имеющих отличные механизмы образования (морской аэрозоль, пылевой, водорастворимый и др.) [4, 5]. Тогда параметры  $\xi$  и  $\eta$  можно записать в виде

$$\xi = \sum_{j=1}^p c_j \xi_j, \quad \eta = \sum_{j=1}^p c_j \eta_j, \quad (4)$$

где  $\xi_j$  и  $\eta_j$  относятся к различным фракциям аэрозоля с соответствующими функциями распределения  $\phi_j(r)$  и оптическими характеристиками частиц;  $p$  – число фракций;  $c_j$  – счетная концентрация частиц  $j$ -й фракции. Плотность распределения каждой фракции  $\phi_j(r)$  является случайной функцией. Тем не менее результаты экспериментальных исследований микрофизических характеристик аэрозоля показывают, что плотность распределения частиц по размерам для многих характерных ситуаций с достаточной точностью может быть записана как линейная комбинация средних плотностей распределения  $\overline{\phi_j(r)}$ . Иначе говоря, изменение распределения частиц аэрозоля можно представить преимущественно как изменение концентрации отдельных консервативных фракций и в меньшей степени как трансформацию формы их функции распределения по размерам. Тогда с целью уменьшения погрешности оценки параметра  $\eta$  обоснованно можно использовать следующие дополнительные условия на коэффициенты линейной регрессии:

$$\mathbf{x}^T \overline{\xi_j} = \overline{\eta_j}, \quad j = 1, \dots, p. \quad (5)$$

Уравнения (5) накладывают требование точного описания линейной оценкой соотношений между средними значениями параметров  $\xi_j$  и  $\eta_j$ .

Преобразуя выражение (3) и объединяя его с (5), формулируем следующие условия для нахождения коэффициентов регрессии (2):

$$\begin{cases} \tilde{g} = \mathbf{x}^T \Phi \mathbf{x} - 2 \mathbf{L}^T \mathbf{x} = \min \\ \mathbf{x}^T \overline{\xi_j} = \overline{\eta_j}, j, \dots, p \end{cases}. \quad (6)$$

где  $\tilde{g} = g - \alpha$ ;  $\Phi = \overline{\xi \xi^T}$  – матрица  $n \times n$ ;  $\mathbf{L} = \overline{\xi \eta}$  –  $n$ -вектор;  $\alpha = \overline{\eta^2}$  – скаляр. По построению матрица  $\Phi$  симметрична и неотрицательно определена.

В итоге мы получили задачу линейного регрессионного анализа при наличии априорной информации о параметрах в виде линейных ограничений, которая может быть решена одним из известных на сегодняшний день методов (см., например, [6]).

## 2. Линейная оценка показателя ослабления по показателю обратного рассеяния

Описанная выше методика была применена к задаче восстановления показателя ослабления аэрозоля по заданному спектру показателя обратного рассеяния. Определяются коэффициенты в соотношении

$$\hat{\sigma}_i = \mathbf{x}^T \boldsymbol{\beta}, \quad (7)$$

где  $\hat{\sigma}_i$  – оценка показателя ослабления аэрозоля на длине волны  $\lambda_i$ ;  $\boldsymbol{\beta}$  –  $n$ -мерный вектор значений показателя обратного рассеяния на длинах волн  $\lambda_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ . Решение этой задачи является основой построения алгоритма обработки данных многоволнового лазерного зондирования, поскольку позволяет замкнуть систему локационных уравнений для различных длин волн [3]. Кроме того, соотношение (7) может непосредственно использоваться для определения показателя ослабления аэрозоля по результатам измерений показателя обратного рассеяния.

Значения показателя ослабления  $\sigma$  и показателя обратного рассеяния  $\beta_i$  на длинах волн  $\lambda_i$  для случая многокомпонентной дисперсной среды будут связаны с функциями плотности распределения частиц по размерам различных фракций  $\varphi_j(r)$  следующим образом:

$$\beta_i = \int \pi r^2 \sum_{j=1}^p c_j K_{\pi_{ij}}(r) \varphi_j(r) dr; \quad (8)$$

$$\sigma_i = \int \pi r^2 \sum_{j=1}^p c_j K_{i_j}(r) \varphi_j(r) dr, \quad (9)$$

где  $i = 1, \dots, n$ ;  $n$  – число рабочих длин волн;  $K_{\pi_{ij}}(r)$  и  $K_{i_j}$  – факторы эффективности обратного рассеяния и ослабления  $j$ -й фракции соответственно.

Предполагается, что корреляция между вариациями функций распределения различных фракций аэрозоля отсутствует. Такое условие не ограничивает общности модели, так как две взаимодействующие фракции всегда можно рассматривать как одну. Тогда функция корреляции будет иметь вид

$$\overline{\varphi_j(r) \varphi_k(r')} = \overline{\varphi_j(r)} \overline{\varphi_k(r')} + \text{cov}(\varphi_j(r) \varphi_j(r')) \delta_{jk}, \quad (10)$$

где  $\delta_{jk}$  – символ Кронекера.

Так как аэрозольные частицы обладают конечными размерами, то можно без ограничения общности принять  $\varphi_j(r) = 0$ ,  $r > R$  для всех  $j$  и не учитывать поведение рассматриваемых функций вне интервала  $[0, R]$ .

Условия (6) определения коэффициентов линейной оценки (7) в данном случае могут быть записаны следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{l} g \sim = \mathbf{x}^T \Phi \mathbf{x} 2 \mathbf{L}^T \mathbf{x} = \min, \\ B^T \mathbf{x} = \mathbf{L}^* . \end{array} \right. \quad (11)$$

Введенные ранее матрицы и векторы с учетом (8) – (10) имеют следующий вид:

$$\Phi = \|\Phi_{ik}\|, \quad i, k = 1, \dots, n,$$

$$\Phi = (B\mathbf{c})(B\mathbf{c})^T + \tilde{\Phi}, \quad \tilde{\Phi} = \sum_{j=1}^p c_j^2 \tilde{\Phi}^j;$$

$$B = \|B_{ij}\|, \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, p,$$

$$B_{ij} = \int_0^R \pi r^2 K_{\pi_{ij}}(r) \overline{\varphi_j(r)} dr;$$

$$\tilde{\Phi}_{ik} = \int_0^R \int_0^R \pi^2 r^2 K_{\pi_{ij}}(r) \text{cov}(\varphi_j(r) \varphi_j(r')) K_{\pi_{kj}}(r') r'^2 dr dr'; \quad (12)$$

$$\mathbf{L} = (B \mathbf{c}) (\mathbf{c}^T \mathbf{L}^*) + \tilde{\mathbf{L}}, \quad \tilde{\mathbf{L}} = \sum_{j=1}^p c_j^2 \tilde{\mathbf{L}}^j,$$

$$L_j^* = \int_0^R \pi r^2 K_{l_j}(r) \overline{\varphi_j(r)} dr, \quad j = 1, \dots, p,$$

$$\tilde{L}_i^j = \int_0^R \int_0^R \pi^2 r^2 K_{\pi_{ij}}(r) \text{cov}(\varphi_j(r) \varphi_j(r')) K_{l_j}(r') r'^2 dr dr';$$

$$\alpha = (\mathbf{c}^T \mathbf{L}^*) (\mathbf{c}^T \mathbf{L}^*) + \tilde{\alpha}, \quad \tilde{\alpha} = \sum_{j=1}^p c_j^2 \tilde{\alpha}^j,$$

$$\tilde{\alpha}^j = \int_0^R \int_0^R \pi^2 r^2 K_{l_j}(r) \text{cov}(\varphi_j(r) \varphi_j(r')) K_{l_j}(r') r'^2 dr dr'.$$

Следует отметить, что, как видно из формул (12), при решении задачи (11) абсолютные величины счетных концентраций не влияют на получаемые значения коэффициентов линейной оценки. Важным является лишь процентное соотношение фракций. Это позволяет при дальнейших вычислениях выбирать числовые значения коэффициентов  $c_j$ , исходя из соображений удобства расчетов.

Линейный вид соотношения (7) позволяет достаточно просто оценить влияние погрешности задания показателя обратного рассеяния на результирующую погрешность оценки.

Очевидно, что при построении оценок других интегральных параметров аэрозоля вида (1) в приведенных выше выражениях изменятся только весовые функции  $K_\pi$  и  $K_l$ .

### 3. Результаты численных экспериментов

Для проведения конкретных расчетов по рассмотренной методике предварительно необходимо определить некоторые свойства статистического ансамбля, для которого будут найдены оптимальные значения коэффициентов линейной оценки. Априорная информация об аэрозоле задается следующим образом. Определяется число независимых фракций  $p$ , для каждой из них вводятся оптические постоянные  $m = n - ik$ , при которых рассчитываются весовые функции оптических параметров; задаются средние значения счетной концентрации и распределения частиц по размерам для каждой фракции, а также функции ковариации  $\text{cov}(\varphi_j(r) \varphi_j(r'))$ . Выбор конкретных числовых значений указанных величин и аналитического вида функций осуществляется на основании имеющихся литературных данных о свойствах атмосферного аэрозоля.

Изложенная методика была реализована в виде комплекса программ для ПЭВМ типа IBM PC AT. Расчеты проводились для континентального и морского типов аэрозолей на основании моделей SRA-84, предложенных Международной комиссией по радиации [7, 8]. Представленные ниже результаты численных экспериментов относятся к модели <Maritime>, разработанной для морского аэрозоля.

Модель <Maritime> предполагает наличие двух фракций: water-soluble и oceanic, каждая из которых в среднем описывается логнормальным распределением (параметры см. в табл. 1).

Функция ковариации задавалась следующим образом:

$$\text{cov}(\varphi_j(r) \varphi_j(r')) = \overline{\varphi_j(r)} \overline{\varphi_j(r')} \omega_j(r, r') ((\exp(\sigma^2(r)) - 1) (\exp(\sigma^2(r')) - 1))^{1/2}, \quad (13)$$

$$j = 1, \dots, p,$$

где  $\sigma^2(r)$  – дисперсия величины  $\ln[\varphi(r)]$  в точке  $r$ ;  $\omega_j(r, r')$  – нормированная функция корреляции вида

$$\omega_j(r, r') = \exp(-(r - r')^2 v / D_j^2), \quad j = 1, \dots, p. \quad (14)$$

Считалось, что  $\sigma^2(r) = \ln(2) = \text{const}$ , а в выражении для  $\omega_j(r, r')$  параметры имеют следующие значения:  $v = -\ln(0,1)$ ,  $D_j = 0,1$  мкм,  $j = 1, \dots, p$ . Числовые значения  $\sigma^2(r)$ ,  $v$  и  $D_j$  были выбраны на основе анализа результатов измерений (в частности, [9]) статистических свойств функций распределения аэрозольных частиц по размерам.

Т а б л и ц а 1

Параметры модели аэрозоля <Maritime>		
Параметры	Water-soluble	Oceanic
Действительная часть показателя преломления, $n$	1,53	1,38
Мнимая часть показателя поглощения, $k$	0,007	5,е – 08
Размерный параметр логнормального распределения (мкм) $r_m$	0,005	0,3
Параметр ширины логнормального распределения $\sigma^*$	1,094	0,921
Счетная концентрация $c_j$	9,9957413e – 01	4,2587e – 04

Весовые функции  $K_{\pi_j}(r)$  и  $K_j(r)$  показателей обратного рассеяния и ослабления рассчитывались по формулам Ми.

Функция распределения частиц по размерам считалась нормированной, т.е.

$$\int_0^{\infty} \sum_{j=1}^p c_j \varphi_j(r) dr = 1. \quad (15)$$

В табл. 2 в виде матрицы приведены коэффициенты для расчета показателей ослабления по известным числовым значениям показателей обратного рассеяния для набора семи рабочих длин волн многоволнового лидара <Глория-М> [10].

Т а б л и ц а 2

Матрица коэффициентов восстановления показателей ослабления по значениям показателей обратного рассеяния

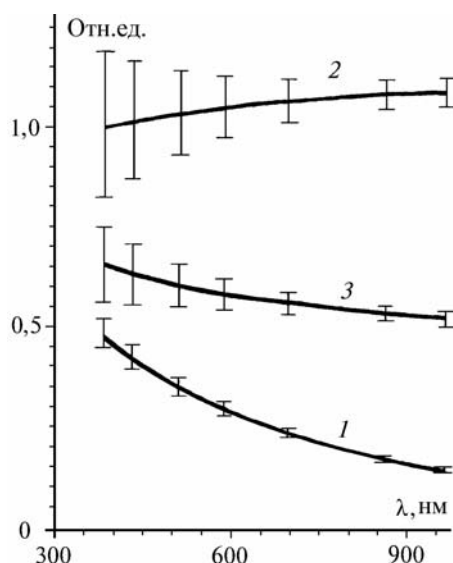
$\lambda, \text{нм}$	1	2	3	4	5	6	7
380	38,835	9,3629	1,8783	-12,415	14,044	-13,249	-35,788
430	32,436	7,9725	1,9715	-9,5500	11,614	-10,652	-27,829
510	23,598	6,5491	2,4238	-5,3609	8,2954	-6,9719	-18,331
585	18,405	4,1058	1,8990	-1,3087	5,8328	-4,3359	-11,362
694	14,341	0,53227	0,16042	1,6695	4,4344	-1,6419	-2,9240
860	7,7886	0,71204	-2,0632	3,8508	0,91496	2,1870	7,1123
965	2,7826	1,9188	-0,40919	4,4691	-1,3821	2,8027	12,218

Рисунок иллюстрирует результаты численного эксперимента по выяснению влияния ошибок измерений на точность получаемых линейных оценок. В качестве микрофизических параметров фракций аэрозоля были выбраны числовые данные табл. 1.

Рассматривались три возможные ситуации: 1) имеется только фракция oceanic ( $c_1 = 0$ ); 2) только фракция water-soluble ( $c_2 = 0$ ); 3) аэрозоль содержит частицы обеих фракций (соотношение счетных концентраций – в соответствии с табл. 1).

Рассчитывались <истинные> значения показателей ослабления  $\sigma_i$  (кривые 1 – 3 на рисунке для наглядности показаны в относительных единицах) и обратного рассеяния  $\beta_i$  для семи длин волн. Затем в  $\beta_i$  вносилась случайная нормально распределенная ошибка с относительным среднеквадратическим отклонением 10%. По <отягощенным погрешностям измерений> спектральным зависимостям  $\tilde{\beta}_i$  с помощью матрицы перехода (табл. 2) восстанавливались спектры показателей ослабления  $\tilde{\sigma}_i$ . С целью получения статистически обеспеченного результата указанная процедура повторялась 8000 раз. Среднеквадратические отклонения  $\sigma_i$  от среднего отмечены интервалами у соответствующих кривых.

Из рисунка видно, что, во-первых, использование полученной матрицы перехода даже при значительных вариациях счетных концентраций отдельных фракций не приводит к систематической погрешности и, во-вторых, коэффициент усиления ошибок измерений в большинстве случаев близок к единице.



Влияние погрешностей измерений на качество восстановления спектрального хода показателя ослабления модели аэрозоля <Maritime>: кривая 1 – Water-soluble; 2 – Oceanic; 3 – <Maritime>

Как уже отмечалось, существенным фактором возникновения погрешностей при расчетах линейных оценок является несоответствие микрофизических параметров фракций реального атмосферного аэрозоля и модельных данных. Ниже приводятся результаты двух численных экспериментов по исследованию влияния ошибок априорной информации о микроструктуре аэрозоля.

В первом случае анализировались погрешности, возникающие вследствие вариаций параметров логнормального распределения. Была задана сетка значений  $r_m$  и  $\sigma^*$  (табл. 3), которая для каждой из фракций давала 15 реализаций.

Таблица 3

Вариации значений параметров логнормального распределения для фракций аэрозоля <Maritime>

Water-soluble		Oceanic	
$r_m$	$\sigma^*$	$r_m$	$\sigma^*$
0,005	0,7	0,20	0,80
0,01	1,0	0,25	0,90
0,05	1,3	0,30	0,95
0,1	–	0,35	–
0,2	–	0,40	–

Распределение аэрозольных частиц по размерам задавалось таким образом, что микрофизические параметры одной из фракций (постоянной) совпадали с данными табл. 1, а другой (варьируемой) – выбирались в соответствии с табл. 3 в следующем порядке: при каждом фиксированном значении  $r_m$  три раза изменялось значение  $\sigma^*$ . Коэффициенты счетной концентрации варьируемой фракции задавались такими, чтобы для нее значение показателя обратного рассеяния для  $\lambda_4$  совпадало с  $\beta(\lambda_4)$  для соответствующей фракции <Maritime>. Для полученных распределений рассчитывались <истинные> значения  $\beta_i$  и  $\sigma_i$ . По  $\beta_i$  при помощи матрицы перехода вычислялись оценки спектральной зависимости показателя ослабления. Затем определялись  $err_0$  (максимальное по  $\lambda_i$  значение модуля относительной ошибки восстановления  $\sigma_i$ ) и  $err_2$  (среднеквадратическая относительная ошибка). Результаты расчетов приведены в табл. 4.

Аналогичным образом был проведен эксперимент по выяснению погрешностей линейных оценок вследствие вариаций показателя преломления (табл. 5). Результаты представлены в табл. 6. Из табл. 4 и 6 видно, что отклонения микрофизических параметров фракций от модельных значений могут приводить к существенным систематическим погрешностям. Вместе с тем существует достаточно широкая область возможных вариаций распределений частиц по размерам и их оптических констант, для которой полученная матрица перехода дает хорошую точность.

Т а б л и ц а 4

**Влияние ошибок априорной информации о распределении аэрозольных частиц по размерам на восстановление значений показателя ослабления по значениям показателя обратного рассеяния**

N	Вариации water-soluble		Вариации oceanic	
	$err_0$	$err_2$	$err_0$	$err_2$
1	4,0714e-001	3,1921e-001	3,3962e-001	2,1196e-001
2	3,5580e-002	2,0846e-002	1,8539e-001	1,1402e-001
3	7,8484e-003	5,1657e-003	1,0352e-001	6,4389e-002
4	1,9823e-001	1,5393e-001	2,6003e-001	1,5827e-001
5	5,0544e-003	3,8163e-003	9,7336e-002	5,9186e-002
6	4,2203e-002	2,7019e-002	1,7826e-002	1,1739e-002
7	2,9309e-002	2,2286e-002	1,8500e-001	1,1364e-001
8	9,8069e-003	7,4724e-003	2,1383e-002	1,4290e-002
9	2,5211e-001	1,4846e-001	5,5873e-002	3,2763e-002
10	1,1789e-001	5,8171e-002	1,1603e-001	7,4170e-002
11	1,2255e-001	6,9072e-002	4,4443e-002	2,6978e-002
12	3,7872e-001	2,3135e-001	1,1718e-001	6,9194e-002
13	1,7566e-002	1,0265e-002	5,9680e-002	3,9308e-002
14	2,8968e-001	1,6496e-001	1,0131e-001	6,0501e-002
15	5,3918e-001	3,5733e-001	1,6827e-001	9,9320e-002

Т а б л и ц а 5

**Вариации значения показателя преломления для фракций аэрозоля <Maritime>**

Water-soluble		Oceanic	
n	κ	n	κ
1,45	0,001	1,33	5,e-9
1,50	0,005	1,36	5,e-7
1,52	0,010	1,40	5,e-6
1,54	-	1,43	-
1,57	-	1,45	-

Т а б л и ц а 6

**Влияние ошибок априорной информации о показателе преломления на восстановление значений показателя ослабления по значениям показателя обратного рассеяния**

N	Вариации water-soluble		Вариации oceanic	
	$err_0$	$err_2$	$err_0$	$err_2$
1	1,2080e-001	7,9176e-002	2,1576e-001	2,0018e-001
2	1,7240e-001	1,1616e-001	2,1602e-001	2,0054e-001
3	2,2524e-001	1,5523e-001	2,1811e-001	2,0362e-001
4	8,4971e-003	7,4493e-003	1,5579e-001	1,3000e-001
5	4,8782e-002	3,2000e-002	1,5686e-001	1,3070e-001
6	1,0931e-001	7,4697e-002	1,6111e-001	1,3381e-001
7	5,9966e-002	4,1099e-002	2,4560e-001	1,7003e-001
8	2,2482e-003	1,9913e-003	2,4429e-001	1,6917e-001
9	6,0911e-002	4,1803e-002	2,3337e-001	1,6195e-001
10	1,0903e-001	7,2973e-002	3,5256e-001	2,6636e-001
11	5,0693e-002	3,3948e-002	3,5132e-001	2,6550e-001
12	1,4165e-002	1,0457e-002	3,4291e-001	2,5944e-001
13	1,7555e-001	1,1562e-001	2,1950e-001	1,3067e-001
14	1,1555e-001	7,6192e-002	2,1919e-001	1,3010e-001
15	4,8812e-002	3,1409e-002	2,1661e-001	1,2608e-001

Рассчитанные матрицы коэффициентов линейных оценок показателей ослабления по значениям показателей обратного рассеяния для морского и континентального типов аэрозоля применялись при обработке данных многоволнового лазерного зондирования атмосферы. Измерения производились с использованием лидара <Глория-М> [10] в акватории Атлантиче-

ского океана, а также в сельских и индустриальных районах Республики Беларусь. Для каждого типа аэрозоля была рассчитана матрица перехода, аналогичная представленной в табл. 2. Применение основанных на этих соотношениях алгоритмов расчета оптических характеристик аэрозоля позволило повысить качество восстановления профилей спектральных зависимостей показателей ослабления  $\sigma_a(\lambda, h)$  и обратного рассеяния  $\beta_a(\lambda, h)$  в сравнении с методикой [2] или полученных при заданных значениях лидарного отношения. В частности, отсутствовали решения, не имеющие физического смысла. Рассчитанные  $\beta_a(\lambda, h)$  и  $\sigma_a(\lambda, h)$  стали лучше отслеживать пространственные вариации микрофизических характеристик частиц при переходе от аэрозольной атмосферы к оптически тонким облачным слоям.

## Заключение

В настоящей статье представлена методика расчета коэффициентов линейной оценки интегральных параметров микроструктуры дисперсных сред применительно к исследованиям атмосферного аэрозоля. Положенный в основу метод линейных оценок [2] модифицирован посредством введения дополнительных ограничений в виде системы линейных уравнений, сформулированных на основании учета физических свойств атмосферного аэрозоля. Как показывают результаты численных экспериментов, описанный подход обеспечивает хорошую точность восстановления параметров аэрозоля и достаточную устойчивость получаемых линейных оценок к вариациям исходных данных.

Представленная методика является удобным средством для расчета оценок параметров в различных синтетических моделях аэрозоля, так как дает возможность использовать предварительно наработанный вычислительный материал по базовым аэрозольным фракциям.

Авторы статьи глубоко признательны канд. физ.-мат. наук В.А. Бабенко за предоставленный методический материал, позволивший оптимизировать алгоритмы расчетов по формулам Ми.

1. Зуев В. Е., Наац И. Э. Обратные задачи лазерного зондирования атмосферы. Новосибирск: Наука, 1982. 240 с.
2. Чайковский А. П., Щербakov В. Н. // ЖПС. 1985. Т. 42. Вып. 5. С. 820–824.
3. Чайковский А. П. // ЖПС. 1986. Т. 44. Вып. 2. С. 183–197.
4. Аэрозоль и климат / Под ред. К.Я. Кондратьева. Л.: Гидрометеиздат, 1991. 541 с.
5. Lenoble J., Brogniez C. // Beitr. Phys. Atmos. 1984. V. 57. N 1. P. 1–19.
6. Габасов Р., Кириллова Ф. М., Костюкова О. И., Ракецкий В. М. Конструктивные методы оптимизации. Ч. 4. Выпуклые задачи. Минск: Университетское, 1987. 223 с.
7. A preliminary cloudless standard atmosphere for radiation computation. International Association for Meteorology and Atmospheric Physics. Radiation Commission. Boulder, Colorado, U.S.A. 1984. 53 p.
8. Маров М. Я., Шари В. П., Ломакина Л. Д. Оптические характеристики модельных аэрозолей атмосферы Земли. (Тематический сборник) М.: Институт прикладной математики им. М.В.Келдыша АН СССР, 1989. 229 с.
9. Иванов В. П., Масленников П. А., Сидоренко В. И. и др. // Первый глобальный эксперимент ПИГАП, Т. 1. Аэрозоль и климат. Л.: Гидрометеиздат, 1981. С. 90–98.
10. Бородавка А. Н., Гитлин Е. М., Губский В. И. и др. // Каталог приборов. Минск: Наука и техника, 1988. С. 28–29.

Институт физики  
АН Беларуси, Минск

Поступила в редакцию  
29 декабря 1993 г.

S. B. Tauroginskaya, A. P. Chaikovskii, V. N. Shcherbakov.  
**Optimized Linear Estimate of Integral-Parameters of Multicomponent Aerosol.**

The method for reconstructing the disperse medium's parameters by means of linear functions of measured characteristics in application to the atmospheric aerosol is proposed. The optimization problem with restrictions in the form of the system of linear equations is formulated to find the coefficients of linear regression. The optimizing criterion and additional a priori information are chosen with due account of the peculiarities of real atmospheric aerosol formation and existence concerned with its multifractional structure. The application of the method for analysis of the data of multifrequency laser sounding of the atmosphere is considered. The results of numerical calculations are presented.