

В.П. Лукин

**ПРОБЛЕМЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ЛАЗЕРНЫХ ОПОРНЫХ ЗВЕЗД
ДЛЯ АСТРОНОМИЧЕСКИХ ТЕЛЕСКОПОВ НАЗЕМНОГО БАЗИРОВАНИЯ**

Институт оптики атмосферы СО РАН, г. Томск

Поступила в редакцию 6.07.99 г.

Исследуются некоторые вопросы, связанные с одной из наиболее перспективных тенденций развития современного адаптивного телескопа наземного базирования, в частности с оснащением его дополнительной оптической системой формирования лазерной опорной звезды. В настоящей работе представлены результаты расчетов для такой схемы формирования лазерной опорной звезды, когда возможно получение произвольного значения корреляции между случайными угловыми смещениями изображения рассеивающего объема, обусловленными флуктуациями на прямой и обратной трассах. Выражения для моноста- тической и бистатической схем формирования лазерной опорной звезды получаются как предельные случаи.

Введение

Эффективность современных оптико-электронных систем, работающих в атмосфере, существенно ограничена из-за возмущающего влияния атмосферы. Одним из наиболее радикальных средств уменьшения этого возмущающего влияния является применение адаптивных оптических систем. Разработка и создание таких адаптивных систем требуют изучения теории распространения оптического излучения в условиях его комплексного взаимодействия с атмосферой при адаптивном фазовом управлении.

Из широкого класса адаптивных оптических систем рассмотрим когерентные адаптивные оптические системы. Для работы этих систем характерным условием является наличие опорного излучения, которое дает возможность получать информацию о флуктуациях в канале распространения оптического излучения.

Еще в самых первых работах по адаптивной оптике, написанных В.П. Линником [1] и Дж. Харди [2], а также другими авторами, появляется упоминание об «опорном источнике». При этом предполагается, что в качестве опорного источника может выступать:

- а) естественный источник,
- б) специально сформированный источник,
- в) излучение, рассеянное назад от объекта,
- г) и, наконец, это может быть излучение, рассеянное назад (или переизлученное) от неоднородностей атмосферы.

Взаимная корреляция случайных смещений пучков и изображений

Проблемы использования специальных опорных источников, а также естественных источников (звезд) изучались в работах автора в 1977–1983 гг. [3–10].

Так, в 1979–1980 гг. решалась задача стабилизации направленности лазерного пучка [4, 5] в турбулентной атмосфере. В частности, в работе [4] было показано, что достаточно эффективная стабилизация оси диаграммы направленности лазерного пучка достигается на основе отслеживания случайного положения изображения, формируемого от опорной плоской волны. В 1980 г. в [5] эти результаты были обобщены на случаи формирования в турбулентной атмосфере лазерных пучков с произвольными параметрами и для различных сценариев формирования опорного излучения.

Именно в этой работе впервые в открытой печати была высказана идея использования для адаптивной коррекции сигнала обратного рассеяния от аэрозоля атмосферы.

Таким образом, первые исследования применения лазерных опорных звезд начались еще в 1978–1980 гг. при изучении проблемы стабилизации направления распространения лазерного пучка в турбулентной атмосфере. При этом рассматривались измерения смещения изображения опорного источника (включая и естественную звезду) в фокальной плоскости телескопа. В частности, в работах [4, 5] была рассчитана взаимная корреляционная функция $\langle \rho_{л.п} \rho_F \rangle$ между вектором, характеризующим случайное смещение энергетического центра тяжести оптического пучка $\rho_{л.п}$, который распространялся через турбулентную среду, и вектором, определяющим центр тяжести изображения звезды или какого-либо опорного источника, формируемого той же оптической системой ρ_F . При этом предполагалось, что это может быть изображение опорного источника-бакена или оптического пучка, отраженного от некоего объекта. Как частные случаи это могут быть изображения естественной звезды, изображение лазерного пучка, отраженного зеркально, или точечный опорный источник.

В работе [4] рассчитана взаимная корреляционная функция между случайным смещением центра тяжести гауссова пучка и центра тяжести изображения неограниченной плоской волны. Пучок и плоская волна распространялись вдоль одной и той же оптической трассы. Случайные смещения центра тяжести пучка определяются вектором [11]:

$$\rho_{л.п} = \frac{1}{P_0} \int_0^X d\xi (X - \xi) \iint d^2R I(\xi, \mathbf{R}) \nabla_R n_1(\xi, \mathbf{R}),$$

$$P_0 = \iint d^2R I(0, \mathbf{R}), \tag{1}$$

где $n_1(\xi, \mathbf{R})$ – флуктуации показателя преломления в точке (ξ, \mathbf{R}) ; $I(\xi, \mathbf{R})$ – интенсивность поля в точке (ξ, \mathbf{R}) от лазерного источника, расположенного в начале координат в начальной плоскости (для $\xi = 0$); X – толщина слоя атмосферы. Случайные смещения изображения опорной плоской

волны в фокальной плоскости оптической системы (телескопа, или эквивалентной «тонкой» линзы с фокусным расстоянием F и площадью $\Sigma = \pi R_0^2$) даются выражением [12]:

$$\rho_F = -\frac{F}{k\Sigma} \iint_{\Sigma} \nabla_{\rho} S(x, \rho) d^2 \rho, \quad (2)$$

где k – это волновое число излучения; $S(x, \rho)$ – фазовые флуктуации в оптической волне на апертуре оптической системы (в плоскости $\xi = X$) в точке ρ . Взаимная корреляция случайных векторов $\rho_{л.п}$ и ρ_F дается

$$K = \langle \rho_{л.п} \rho_F \rangle / [\langle \rho_{л.п}^2 \rangle \langle \rho_F^2 \rangle]^{1/2}. \quad (3)$$

Здесь и далее $\langle \dots \rangle$ обозначает усреднение по ансамблю реализаций случайной функции $n_1(\xi, \mathbf{R})$. Предположим, что распределение средней интенсивности $\langle I(\xi, \mathbf{R}) \rangle$ и спектр турбулентности атмосферы $\Phi_n(\xi, \mathbf{k})$ – изотропные функции, а средняя интенсивность $\langle I(\xi, \mathbf{R}) \rangle$ для гауссова пучка дается выражением [11]:

$$\langle I(\xi, \mathbf{R}) \rangle = \frac{a^2}{a_{эф}^2(\xi)} \exp(-R^2 / a_{эф}^2(\xi)), \quad (4)$$

где

$$a_{эф}^2(\xi) = a^2 \left[\left(1 - \frac{X\xi}{f} \right)^2 + \Omega^{-2} + \Omega^{-2} \left(\frac{1}{2} D_S(2a) \right)^{6/5} \right];$$

$\Omega = \frac{ka^2}{X\xi}$; a, f – начальные параметры гауссова пучка; $D_S(2a)$ – структурная функция фазы. В результате получаем [4]:

$$K = \int_0^1 d\xi (1-\xi) \int_0^{\infty} d\kappa \kappa^3 \Phi_n(\kappa) \exp\left(-\frac{\kappa^2 (R_0^2 + a_{эф}^2)}{4}\right) \times \\ \times \cos\left(\frac{\kappa^2 x(1-\xi)}{2k}\right) \left[\int_0^1 d\xi (1-\xi) \int_0^{\infty} d\kappa \kappa^3 \Phi_n(\kappa) \times \right. \\ \times \exp\left(-\frac{\kappa^2 a_{эф}^2(\xi)}{2}\right) \left. \right]^{-1/2} \left[\int_0^1 d\xi \int_0^{\infty} d\kappa \kappa^3 \Phi_n(\kappa) \times \right. \\ \times \exp\left(-\frac{\kappa^2 R_0^2}{2}\right) \cos^2\left(\frac{\kappa^2 x(1-x)}{2k}\right) \left. \right]^{-1/2}. \quad (5)$$

В расчетах использовался спектр турбулентности:

$$\Phi_n(\xi, \kappa) = 0,033 C_n^2(\xi) (\kappa^2 + \kappa_0^2)^{-11/6}, \quad (6)$$

учитывающий отклонение от степенного в области внешнего масштаба турбулентности $L_0 = 2\pi\kappa_0^{-1}$; $C_n^2(\xi)$ – структурный параметр турбулентной атмосферы.

Оценки были выполнены для однородной трассы (начальный диаметр лазерного пучка равен диаметру входной апертуры телескопа) для следующих параметров:

$$\kappa_0^{-1} \gg (R_0, a_{эф}; \sqrt{x/k}), \quad kR_0^2 \gg x;$$

$$\Omega^{-2} \left(\frac{1}{2} D_S(2a) \right)^{6/5} \ll 1.$$

В результате получаем (для фокусированного пучка $f=X$) значение $K = 0,84$.

Таким образом еще в 1979 г. была показана [4] высокая положительная корреляция между смещениями гауссова пучка и смещением центра тяжести изображения плоской волны при условии, что лазерный пучок и плоская волна распространяются на одной и той же трассе, в одном и том же направлении.

Позднее [5] в 1980 г. эти результаты были обобщены на случай, когда формирование пучка и опорного изображения происходит навстречу друг другу. При этом предполагалось, что формирование опорного изображения в фокальной плоскости телескопа производится для следующих сценариев: плоская волна, сферическая волна, произвольный гауссов пучок, отраженный от плоского зеркала. Для плоской волны на однородной трассе было получено: $K = -0,87$ (для коллимированного), $K = -0,82$ (для фокусированного пучка).

Эксперименты по использованию отраженных волн для адаптивной коррекции

Примерно в 1978–1983 гг. был выполнен ряд экспериментов. Так, по инициативе В.Г. Выгона проводились эксперименты по фиксации сигнала обратного рассеяния с больших высот с использованием наземного импульсного лазерного источника. Помимо этого были выполнены первые эксперименты по использованию фотоэлектрического измерителя дрожания изображения, формируемого от реальных звезд. Как показали оценки и первые эксперименты, сделанные в то время, технические возможности следящих систем позволяли в реальном времени обеспечивать наблюдение за источниками не слабее +4 звездной величины. В районе расположения 6-метрового телескопа БТА были проведены измерения (1981 г.) дрожания естественных ярких звезд с использованием следящих систем на диссекторе. Результаты были опубликованы в открытой печати [13–15].

Аналогичные исследования, связанные со стабилизацией направления распространения оптического излучения, были выполнены при работе оптико-электронных систем на горизонтальных трассах (для лазерных источников) [6, 9]. Естественно, что при этом проблем с приемом оптического сигнала не возникало. Были предприняты также попытки применения усилителей света – системы «Стрелец» и «Козерог» [15]. Известен [15] также опыт построения наземного адаптивного телескопа ГРАФ-1.

Все эти исследования были предметом обсуждения первого совещания (в рамках СССР) по проблеме «Атмосферная нестабильность и адаптивный телескоп», прошедшего в 1986 г. в Крымской астрофизической обсерватории.

Первые исследования по созданию лазерных опорных звезд в США

В США в рамках Стратегической оборонной инициативы работы по созданию лазерных опорных звезд начали разворачиваться с 1982 г. История развития этих исследований излагается в [16]. Первые измерения сигнала от лазерных звезд, сформированных на различных высотах, были

выполнены в США в Линкольнской национальной лаборатории (под руководством доктора Даррила Гринвуда) и Филипсовской лаборатории ВВС США (под руководством доктора Роберта Фугейта) в 1984 г. Однако эти результаты впервые были доложены в 1993 г. (на летней Школе НАТО во Франции) и в открытой печати опубликованы в [17].

Эффективность работы адаптивного телескопа, работающего с использованием лазерных опорных звезд

В 1983 г. была опубликована статья [10] о предельных возможностях систем формирования изображения протяженных объектов с использованием опорных источников. В ней были представлены проведенные впервые расчеты эффективности коррекции формирования изображения протяженного объекта через турбулентную атмосферу на основе адаптивного телескопа, работающего с использованием опорной звезды, и полученные достаточно простые количественные оценки угла изопланатизма всей толщи атмосферы и интегрального разрешения адаптивной оптической системы.

В 1993 г. на конференции в Мюнхене автор сделал приглашенный доклад [18] по расчету предельных возможностей адаптивных телескопов.

В 1995 г. в работе [19] В.П. Лукина и Б.В. Фортеса было рассчитано поведение параметра Штреля и интегрального разрешения адаптивного телескопа наземного базирования для двух типов опорных звезд – рэлеевской и натриевой. Однако следует заметить, что в данной работе было сделано серьезное предположение, что лазерная опорная звезда неподвижна, т.е. из каких-либо вспомогательных измерений получается информация о мгновенном положении звезды.

Использование лазерных опорных звезд для задач коррекции формируемых изображений внеатмосферных объектов (астрономия, съемки космических объектов ближнего космоса) наталкивается [20, 21] на ряд принципиальных проблем. Одной из таких проблем является невозможность «прямой» коррекции общего наклона волнового фронта при использовании сигнала от лазерных опорных звезд.

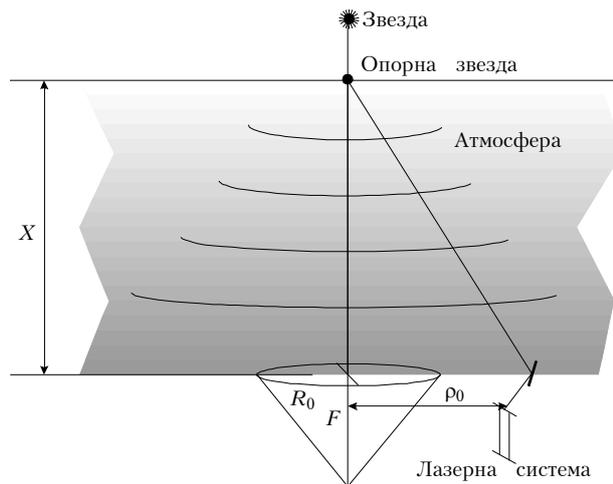


Рис. 1. Схема формирования лазерной опорной звезды: R_0 – размер апертуры основного телескопа; X – высота формирования лазерной опорной звезды (входная апертура телескопа размещена в плоскости $x = 0$); a_0 – размер апертуры вспомогательного телескопа, формирующего лазерную опорную звезду; ρ_0 – вектор смещения центра вспомогательного телескопа относительно оптической оси основного телескопа

Ряд авторов предлагал несколько схем формирования лазерных опорных звезд, которые помогали преодолеть эту проблему [22–25]. На рис. 1 показана схема, предложенная в работах Роберто Рагацони [22, 23] с опорной звездой, формируемой дополнительным лазерным осветителем. Опираясь на эту схему, в своих последних работах [26–28] мы провели корректные расчеты взаимной корреляции дрожания изображения лазерной звезды и естественной звезды.

Особенности флуктуаций отраженных волн

Дрожание изображения локационного объекта было описано ранее в ряде работ советских авторов [29], занимающихся исследованием обратно рассеянного излучения. Примерно в начале 70-х гг. исследователи, работающие с оптическими системами видения и формирования оптических пучков в атмосфере, поняли важность учета особенностей флуктуаций отраженных волн. В противоположность передающим системам в системах зондирования всегда присутствует прохождение атмосферной трассы дважды. Исследователи указанных систем и ввели такие термины, как *эффективный рассеивающий объем*, *моностатическая оптическая схема*, *бистатическая схема лазерного зондирования* и некоторые другие. На мой взгляд, такие термины, как *эффективный рассеивающий объем* и *лазерная опорная звезда*, – это научные синонимы.

В русле этих исследований [29] в период 1975–1983 гг. были рассмотрены флуктуации смещения центра тяжести изображения, формируемого в локационной схеме зондирования неоднородностей атмосферы с использованием фокусируемого лазерного пучка. Исследованы флуктуации смещения изображения лоцируемого объема атмосферы. Рассматривались моностатическая и бистатическая схемы локации. Были получены выражения [30] для дисперсии флуктуаций центра тяжести смещения оптического изображения в плоскости фотодетектора при локации поверхности с произвольными рассеивающими свойствами [30, с. 84–95]. Для сильно рассеивающей поверхности – в приближении ламбертовского рассеяния – и бистатической схемы локации было получено, что дисперсия линейного смещения центра тяжести изображения ρ_{im} при отражении дается [30, с. 92]:

$$\langle \rho_{im}^T \rangle = \frac{F^T}{x^T} \langle \rho_{lb}^T \rangle + F^T \langle (\rho_F^{SS})^T \rangle, \quad (7)$$

где $\langle \rho_{lb}^2 \rangle$ – дисперсия случайного смещения центра тяжести лазерного пучка в плоскости локации (распространяющегося снизу вверх), а $\langle (\rho_F^{SS}) \rangle$ – дисперсия случайного углового смещения изображения неподвижного «вторичного» источника (при распространении сверху вниз); F – фокусное расстояние телескопа; X – расстояние между лазерным источником и рассеивающим объемом.

Таким образом, было показано, что для бистатической схемы (предполагалась предельная бистатическая схема, когда отсутствует корреляция между флуктуациями для прямой и обратной трасс) дисперсия углового смещения изображения складывается из дисперсий угловых смещений зондирующего пучка и угловых смещений изображения неподвижного «вторичного» источника. Для сильно рассеивающей среды и фокусированного пучка «вторичный» источник фактически представляет собой точечный источник.

Особо следует выделить работы [31, 32], посвященные исследованию дрожания изображения протяженных источников. В [31] было получено выражение для дисперсии

дрожания изображения протяженного источника, представляющего собой светящуюся тонкую нить. Работа [32] была связана с исследованием корреляции дрожания центров тяжести двух произвольно ориентированных лазерных пучков.

Проблемы использования лазерной опорной звезды

В связи с использованием лазерной опорной звезды (ЛОЗ) в телескопах возникает нескольких серьезных проблем, о которых писал Р.Фугейт в [21], а именно проблемы влияния фокусного неизопланатизма и практической невозможности (для моностатической схемы) разделения вкладов в дрожание изображения ЛОЗ, обусловленных распространением как снизу вверх, так и сверху вниз.

Эффект фокусного неизопланатизма связан с тем, что естественная звезда формирует плоский волновой фронт, а лазерная опорная звезда – всегда формирует сферический волновой фронт.

На мой взгляд, достаточно полная библиография современных работ (к сожалению, сюда не вошли работы, выполненные ранее в СССР и в России в последние годы) по основным этапам развития систем формирования лазерных опорных звезд сделана в работе Р.Рагацони [22].

Корреляция между смещениями лазерного пучка и изображением естественной звезды для бистатической схемы формирования ЛОЗ

Вслед за Р. Рагацони [22, 23] рассмотрим следующую схему формирования лазерной опорной звезды (см. рис. 1). ЛОЗ создается с помощью лазерного устройства, имеющего отдельную передающую апертуру.

Предположим, что основной телескоп работает в условиях адаптивной коррекции с использованием излучения ЛОЗ, формируемой лазерным устройством на оптической оси основного телескопа на расстоянии (на высоте) X от входной апертуры. Согласно рис. 1 основной телескоп нацелен строго в зенит, на его оптической оси наблюдаются одновременно слабая естественная звезда и лазерная опорная звезда. Зенитный угол направления лазерного пучка (для условия, что $|\mathbf{p}_0| \ll X$ равен $|\mathbf{p}_0|/X$. Естественная звезда расположена практически на бесконечности и формирует плоский волновой фронт. Вектор, характеризующий случайный наклон этого волнового фронта, обусловленный турбулентностью атмосферы, записывается в следующем виде [12]:

$$\Phi_F^{nl} = -\frac{1}{\Sigma} \iint_{\Sigma} d^T \rho \nabla_{\rho} S^{nl}(0, \rho), \quad (8)$$

где

$$S^{nl}(0, \rho) = k \int_0^{\infty} d\xi \iint d^T n(\bar{\kappa} \xi X - \xi) \exp(i\kappa \rho)$$

– фазовые флуктуации плоского волнового фронта на входной апертуре; Σ – площадь входной апертуры телескопа; k – волновое число излучения. В выражении (8) учтен тот факт, что оптическая волна от реальной звезды распространяется в атмосфере сверху вниз, а также использовано следующее спектральное разложение для флуктуаций показателя преломления атмосферы:

$$n_1(\xi, \rho) = \iint d^T n(\kappa \xi) \exp(i\kappa \rho).$$

Случайные угловые смещения центра тяжести ЛОЗ, формируемой лазерным устройством на высоте X , можно записать [11] с помощью выражения (1), подставив в него

$$I = I(\xi, \mathbf{R} + \mathbf{p}_0(1 - \xi/X)). \quad (9)$$

В последнем выражении, таким образом, учтен тот факт, что оптическая ось лазерного источника смещена на вектор \mathbf{p}_0 и наклонена от зенита на угол $|\mathbf{p}_0|/X$.

Рассчитаем взаимную корреляционную функцию между случайными угловыми смещениями изображения естественной звезды (функция (8)), формируемой телескопом, и сдвигом центра тяжести лазерного пучка, формируемого наклоненным лазерным источником (функция (1)). В ряде работ [4, 5, 10, 33] такая корреляция рассчитывалась неоднократно, в том числе и с использованием модели спектра турбулентности, учитывающей отклонение от степенного закона в области больших масштабов [33–44]:

$$\Phi_n(\kappa, \xi) = 0,033 C_n^2(\xi) \kappa^{-1/3} \{1 - \exp(-\kappa^2/\kappa_0^2)\}, \quad (10)$$

где $C_n^2(\xi)$ – интенсивность турбулентности по трассе распространения; $\kappa_0^{-1}(\xi)$ – внешний масштаб турбулентности. С учетом [4, 5, 33, 45] данная корреляционная функция записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} \langle \Phi_{nl}(\mathbf{p}_0) \Phi_F^{nl} \rangle = & \left(-2\pi^2 0,33\Gamma\left(\frac{1}{6}\right) 2^{1/3} R_0^{-1/3} \right) \int_0^X d\xi C_n^2(\xi) (1 - \xi/X) \times \\ & \times \left\{ \left[1 + b^2 (1 - \xi/X)^2 \right]^{-1/6} {}_1F_1\left(\frac{1}{6}, 1; -\frac{d^2 (1 - \xi/X)^2}{(1 + b^2 (1 - \xi/X)^2)}\right) - \right. \\ & - \left[1 + b^2 (1 - \xi/X)^2 + 4c^2 \right]^{-1/6} {}_1F_1 \times \\ & \left. \times \left(\frac{1}{6}, 1; -\frac{d^2 (1 - \xi/X)^2}{(1 + b^2 (1 - \xi/X)^2 + 4c^2)}\right) \right\}, \quad (11) \end{aligned}$$

где $b = a_0/R_0$; $d = |\mathbf{p}_0|/R_0$; $c = \kappa_0^{-1} R_0^{-1}$; a_0 – исходный размер фокусируемого лазерного пучка; ${}_1F_1(\dots)$ – вырожденная гипергеометрическая функция Гаусса. Из (11) видно, что второе слагаемое, стоящее в фигурных скобках, связано с влиянием внешнего масштаба турбулентности. Для бесконечного внешнего масштаба ($c \rightarrow \infty$) вторым слагаемым в (11) можно пренебречь, тогда корреляционная функция принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} \langle \Phi_{nl}(\mathbf{p}_0) \Phi_F^{nl} \rangle = & \left(-2\pi^2 0,33\Gamma\left(\frac{1}{6}\right) 2^{1/3} R_0^{-1/3} \right) 2^{1/3} R_0^{-1/3} \times \\ & \times \int_0^X d\xi C_n^2(\xi) (1 - \xi/X) \left[1 + b^2 (1 - \xi/X)^2 \right]^{-1/6} \times \\ & \times {}_1F_1\left(\frac{1}{6}, 1; -\frac{d^2 (1 - \xi/X)^2}{(1 + b^2 (1 - \xi/X)^2)}\right). \quad (12) \end{aligned}$$

Случай $d=0$ соответствует моностатической схеме формирования лазерной опорной звезды. В противоположной ситуации (для бистатической схемы) условие $d \gg 1$ соответствует асимптотике для гипергеометрической функции ${}_1F_1(\dots)$, тогда

$$\langle \Phi_{л.п}(\rho_0) \Phi_F^{п.б} \rangle = \left(-2\pi^2 0,33\Gamma\left(\frac{1}{6}\right) 2^{1/3} R_0^{-1/3} \right) \times \\ \times \Gamma^{-1}\left(\frac{5}{6}\right) d^{-1/3} \int_0^x d\xi C_n^2(\xi) (1-\xi/X)^{2/3}. \quad (13)$$

Из анализа последнего выражения можно заключить, что корреляция плоской волны и пучка уменьшается примерно до уровня 0,1, когда $d \geq 10^3$. Это фактически соответствует «предельной» бистатической схеме формирования лазерной опорной звезды.

Как показывают многочисленные экспериментальные данные [33–44, 48], внешний масштаб турбулентности $\kappa_0^{-1}(\xi)$ в атмосфере – заведомо конечная величина. Выполненные нами на основе использования различных моделей высотных распределений $C_n^2(\xi)$, $\kappa_0^{-1}(\xi)$ численные оценки [46] показывают, что для условий распространения оптического излучения через всю толщу атмосферы можно ввести *эффективный внешний масштаб турбулентности* для атмосферы в целом (подобно сделанному в работе [44]). Оказалось [46], что в средних условиях «видения» [47] величина такого *эффективного внешнего масштаба* составляет 5–60 м. Тогда для телескопа с $R_0 = 4$ м параметр $c = \kappa_0^{-1} R_0^{-1} = 10$.

Проведенный в [45] асимптотический анализ (предполагающий, что величина эффективного внешнего масштаба равна вполне конечной величине) показывает, что для $c < 5$ при разное осей основного и вспомогательного телескопов на величину $\rho_0 \geq 2 \kappa_0^{-1}$ получаем практически «предельную» бистатическую схему.

Чтобы подтвердить выводы нашего асимптотического анализа, проведем численный расчет коэффициента корреляции

$$K(d, b, c, X) = \frac{\langle \Phi_{л.п}(\mathbf{r}_0) \Phi_F^{п.б} \rangle}{\sqrt{\langle \Phi_{л.п}(\mathbf{r}_0) \rangle^2 \langle \Phi_F^{п.б} \rangle^2}}, \quad (14)$$

который выражается через корреляционную функцию (11) и соответствующие дисперсии:

$$\langle \Phi_F^{п.б} \rangle^2 = \left(-2\pi^2 0,33\Gamma\left(\frac{1}{6}\right) 2^{1/6} R_0^{-1/3} \right) \times \\ \times \int_0^\infty d\xi C_n^2(\xi) [1 - [1 + 4c^2]^{-1/6}], \quad (15)$$

$$\langle \Phi_{л.п}(\rho_0) \rangle^2 = \left(-2\pi^2 0,33\Gamma\left(\frac{1}{6}\right) 2^{1/6} R_0^{-1/3} \right) \int_0^x d\xi C_n^2(\xi) \times \\ \times \{ (b^2(1-\xi/X)^2)^{-1/6} - (b^2(1-\xi/X)^2 + 4c^2)^{-1/6} \}. \quad (16)$$

Расчеты были проведены для модели $C_n^2(\xi)$ [47], соответствующей «средним» условиям видения, и для двух наиболее характерных высот $X = 10$ и 100 км, что соответствует примерно положениям рэлееской и натриевой лазерных опорных звезд. Значения параметра b выбирались равными 0,1; 0,3; 0,7; 1,0; 3,0; 5,0. Переменная d , характеризующая относительный разнос осей основного и вспомогательного телескопов, использовалась в качестве аргумента функции.

Следует отметить, что использование модели высотного изменения внешнего масштаба и особенно самой величины этого параметра для вертикальных оптических трасс вызывает постоянный скепсис. Для однородных приземных трасс показано, что величина внешнего масштаба вполне конечная и сопоставима с высотой над подстилающей поверхностью [48]. В то же время для астрономических наблюдений ряд исследователей рекомендует величину внешнего масштаба, равную сотням метров вплоть до нескольких километров. Однако имеется достаточно наблюдений, когда значения внешнего масштаба не превышали одного метра [14, 35, 42, 43].

Безусловно, внешний масштаб атмосферной турбулентности испытывает серьезные высотные вариации как в приземном слое, так и на больших высотах. Поэтому нельзя говорить о внешнем масштабе как об имеющей определенное значение величине для всей атмосферы в целом. Мы предлагаем рассмотреть возможные варианты изменения внешнего масштаба в зависимости от высоты:

$$A) \kappa_0^{-1}(h) \approx 0,4 h,$$

$$B) \kappa_0^{-1}(h) \approx \begin{cases} 0,4h & h \leq 5 \text{ м} \\ \tau\sqrt{h} & h > 5 \text{ м} \end{cases},$$

$$B) \kappa_0^{-1}(h) \approx \begin{cases} 0,4h & h \leq 5 \text{ м} \\ \tau\sqrt{h} & 5 < h \leq 7000 \text{ м}, \\ 88,4 \text{ м} & h > 7000 \text{ м} \end{cases},$$

$$Г) \kappa_0^{-1}(h) = 4/[1 + ((h - 8500)/2500)^2],$$

$$Д) \kappa_0^{-1}(h) = 5/[1 + ((h - 7500)/2000)^2].$$

Модель А рекомендована в [12] для использования на малых высотах, модель Б предложена Фридом [34], модель В представляет собой обобщение первых двух моделей, модели Г и Д получены на основе данных прямых измерений в США, во Франции, в Чили [34, 40, 41, 50] (интересно, что очень похожие значения для этого параметра были получены для обсерватории Мауна Кия (Гавайи) [41]). Нельзя сказать, что все эти модели не подвергались сомнениям [34, 35], однако признание высотных вариаций величины внешнего масштаба в широких пределах практически более оправдано, чем указание на какую-либо конкретную величину для нее на неоднородной оптической трассе.

Результаты расчетов приведены на рис. 2 и 3. Каждый из рисунков приведен в виде пяти фрагментов А, Б, В, Г, Д, что соответствует различным моделям высотного хода внешнего масштаба турбулентности.

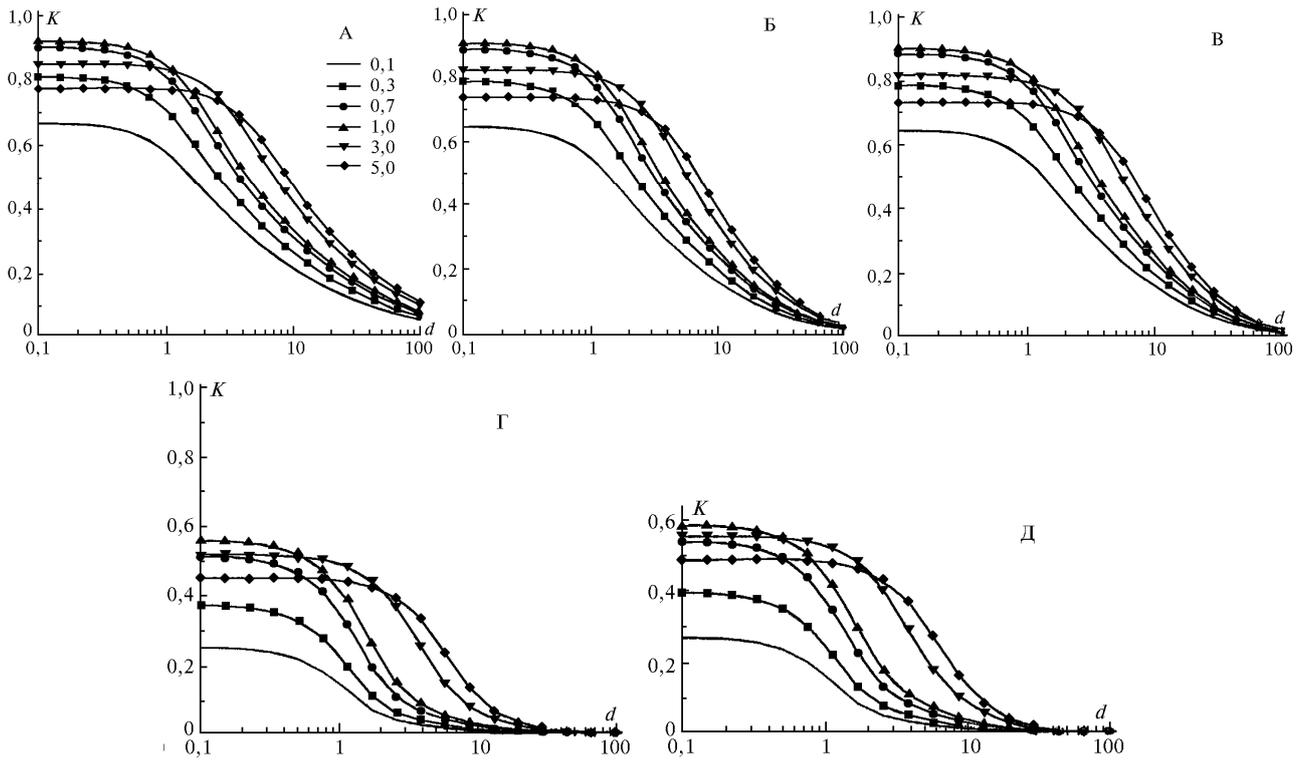


Рис. 2. Коэффициент корреляции (без учета знака) случайных угловых смещений центра тяжести изображения нормально падающей плоской волны и угловых смещений центра тяжести лазерного фокусированного пучка, наклоненного относительно оси телескопа для высоты формируемой лазерной опорной звезды $X = 10$ км. Используются различные модели внешнего масштаба турбулентности (А, Б, В, Г, Д)

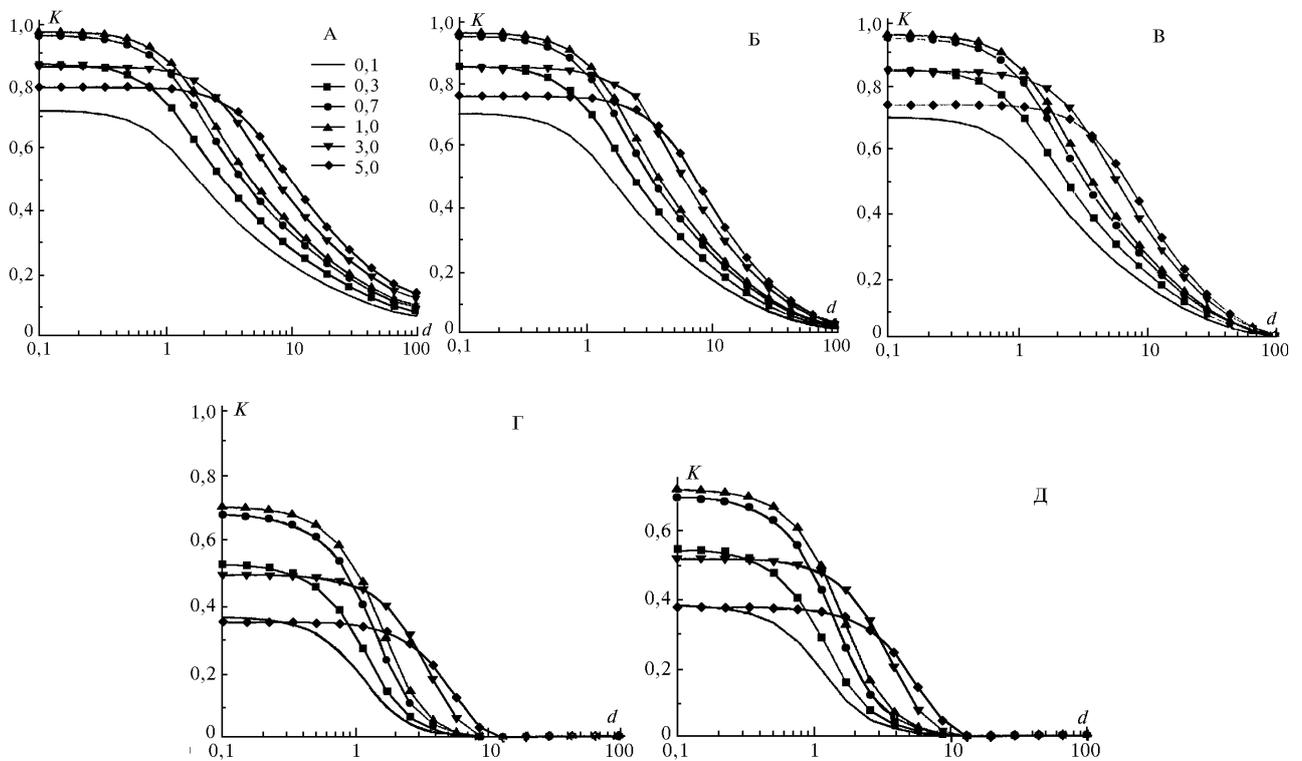


Рис. 3. Коэффициент корреляции (без учета знака) случайных угловых смещений центра тяжести изображения нормально падающей плоской волны и угловых смещений центра тяжести лазерного фокусированного пучка, наклоненного относительно оси телескопа для высоты формируемой лазерной опорной звезды $X = 100$ км

В частности, по результатам расчетов можно сформулировать следующие выводы:

1. Для моделей А, Б, В высотного хода внешнего масштаба переход от моностатической ($d=0$) к «пределной» бистатической схеме происходит, когда разнос осей основного и вспомогательного телескопов составляет 100–200 R_0 .

2. При малых значениях величины внешнего масштаба (модели Г, Д) уже практически для разносов, сравнимых с двумя – пятью размерами апертуры телескопа, происходит переход к «пределной» бистатической схеме.

3. Считаю необходимым отметить здесь, что эти наши расчеты отличаются от расчетов [25, 49], поскольку в этих работах изучалась угловая зависимость взаимной корреляции двух плоских волн, идущих из бесконечности под разными углами. В частности, в нашем случае коэффициент корреляции K для значений аргумента $d=0$ (см. формулы (11)–(13)) не равен тождественно минус 1. Только с ростом значений параметра X значение K (для $d=0$) асимптотически стремится к единице (со знаком минус). Впервые такие расчеты были выполнены автором еще в 1980 г. [5].

4. Интересно отметить особенность поведения коэффициента корреляции K для малых характерных значений внешнего масштаба (модели Г, Д) и при больших значениях параметра b ($b=3,5$). Этот случай реализуется, когда больший телескоп формирует опорную звезду для малого телескопа. Результаты показывают, что при этом корреляция в области значений аргумента $0,1 < d < 5$ остается практически постоянной (соответственно равной 0,5 – 0,55).

5. С ростом характерных значений внешнего масштаба корреляционная функция K становится более крупномасштабной. Должен заметить, что подобное явление отмечалось и в работе [25]: радиус угловой корреляции растет в зависимости от внешнего масштаба.

6. Такое явление, как изменение знака корреляции K (для этого нужно вернуться и сопоставить выражения (11) и (12)), предсказанное на основе асимптотического анализа [45], связано с проявлением конечности внешнего масштаба. Для малых значений внешнего масштаба турбулентности (модели Г, Д) в области значений аргумента $d > 20$ –30 корреляция K меняет свой знак на противоположный. Для больших значений внешнего масштаба это явление обнаружить практически не удается. Для бесконечного внешнего масштаба (см. выражение (12)) коэффициент корреляции K не меняет свой знак.

Алгоритм «оптимальной» коррекции общего наклона волнового фронта

Известно, что использование лазерной опорной звезды увеличивает зону устойчивой работы адаптивной системы. Но поскольку лазерная звезда формируется на конечной дальности и само положение лазерной опорной звезды является случайным, возникает необходимость корректирования данных оптических измерений от лазерной звезды для обеспечения эффективной коррекции искажений для реальных астрономических объектов. Мне представляется важным исследование возможности улучшения коррекции атмосферных искажений на основе использования моделей атмосферы [33, 34, 48].

В [26–28] предлагается конструировать алгоритм коррекции дрожания изображения звезды в виде

$$\Phi_F^{п.в} - A\Phi_m, \quad (17)$$

обеспечивая, за счет выбора коэффициента A , минимум дисперсии остаточных искажений:

$$\langle \beta^2 \rangle = \langle (\Phi_F^{п.в} - A\Phi_m)^2 \rangle = \langle (\Phi_F^{п.в})^2 \rangle + A^2 \langle (\Phi_m)^2 \rangle - 2A \langle \Phi_F^{п.в} \Phi_m \rangle. \quad (18)$$

Находя минимум для дисперсии в виде (18), имеем

$$\langle \beta^2 \rangle_{\min} = \langle (\Phi_F^{п.в})^2 \rangle - \langle \Phi_F^{п.в} \Phi_m \rangle^2 / \langle (\Phi_m)^2 \rangle, \quad (19)$$

где корректирующий коэффициент A выражается только через детерминированные функции следующим образом:

$$A = \langle \Phi_F^{п.в} \Phi_m \rangle / \langle (\Phi_m)^2 \rangle. \quad (20)$$

Из самого вида (20) этого корректирующего коэффициента A следует, что он может быть получен непосредственно в процессе оптического эксперимента на основе данных прямых измерений. Другим альтернативным подходом является расчет корректирующего коэффициента с помощью моделей турбулентной атмосферы по формулам (20), (9), (12), (13).

Необходимо отметить, что традиционный алгоритм коррекции (17), когда коэффициент $A = -1$, естественно, не обеспечивает минимума дисперсии (18). Чтобы подтвердить это, выполним сравнение величины остаточной дисперсии для оптимального и неоптимального алгоритмов коррекции.

В реальном эксперименте, как правило, у нас есть только измеренные значения Φ_m . Причина в том, что мы не можем измерить вектор $\Phi_F^{п.в}$, характеризующий угловое дрожание реальной звезды, изображение которой и необходимо скорректировать, связана с тем, что реальная звезда дает слишком мало света для измерения с помощью датчика волнового фронта. В этом случае можно провести оценку корректирующего коэффициента A по формуле (20), используя модельное описание высотного распределения турбулентности [26–28].

В наших обозначениях минимально возможная дисперсия остаточных флуктуаций угловых смещений изображения лазерной звезды (в предположении, что опорная звезда точечная и не разрешается апертурой исходного телескопа) для схемы (см. рис. 1) может быть оценена по следующей формуле:

$$\langle \beta^2 \rangle_{\min} = \langle (\Phi_F^{п.в})^2 \rangle \times \left\{ 1 - \frac{2^{1/3} f(X, b, d, C_n^2)}{\left[1 + b^{-1/3} - 2^{7/6} (1+b)^{-1/6} {}_1F_1\left(\frac{1}{6}, 1; -\frac{d^2}{(1+b)^2}\right) \right]} \right\}, \quad (21)$$

где функция

$$f(X, b, d, C_n^2) = \left[\int_0^X d\xi C_n^2(\xi) (1 - \xi/X) \left\{ \left[1 + (1 - \xi/X)^2 \right]^{-1/6} - \left[1 + b^2 (1 - \xi/X)^2 \right]^{-1/6} {}_1F_1\left(\frac{1}{6}, 1; -\frac{d^2 (1 - \xi/X)^2}{1 + b^2 (1 - \xi/X)^2}\right) \right\} \right]^2 \times \left[\int_0^X d\xi C_n^2(\xi) (1 - \xi/X)^{5/3} \int_0^\infty d\xi C_n^2(\xi) \right]^{-1} \quad (22)$$

зависит как от параметров оптического эксперимента, так и от используемой модели атмосферы (эти формулы записаны в предположении бесконечности внешнего масштаба

ба). Как показывает проведенный численный анализ [26–28, 45, 51] последних выражений, оптимальная коррекция позволяет несколько уменьшить величину остаточных угловых искажений по сравнению с традиционной схемой.

Эффект применения оптимального алгоритма наглядно демонстрирует таблица, в которой приведены остаточные угловые искажения изображений, формируемых телескопом, работающим по схеме бистатической опорной звезды. При этом предполагается, что опорная звезда может рассматриваться как точечный источник. Для оптимального и традиционного (неоптимального) алгоритмов коррекции в третьей и четвертой колонках таблицы приведены значения нормированной дисперсии остаточных угловых искажений $\langle e^2 \rangle = \langle \beta^2 \rangle_{\min} / ((\Phi_F^{\text{н.в.}})^2)$. В пятой колонке приведены также значения коэффициента A , рассчитанные для модели турбулентности [47]. Из таблицы видно, что оптимальная коррекция, использующая оптимизирующий коэффициент, полученный на основе моделей турбулентной атмосферы, позволяет более чем в 2 раза уменьшить величину остаточных искажений, тогда как традиционный алгоритм (т.е. когда $A = -1$) в ряде случаев даже увеличивает величину остаточных искажений.

Сопоставление алгоритмов «оптимальной» и (традиционной) неоптимальной коррекции случайных наклонов волнового фронта для «пределной» бистатической схемы формирования лазерной опорной звезды

X , км	b	Остаточный уровень угловых искажений		A
		оптимальный алгоритм	неоптимальный алгоритм	
8	0,3	0,640	1,291	-0,427
	0,5	0,603	1,105	-0,471
	0,7	0,578	0,999	-0,500
	1	0,552	0,899	-0,532
	2	0,500	0,736	-0,593
	3	0,471	0,656	-0,628
20	0,3	0,612	1,354	-0,420
	0,5	0,572	1,148	-0,463
	0,7	0,545	1,030	-0,492
	1	0,516	0,918	-0,523
	2	0,461	0,736	-0,583
	3	0,429	0,647	-0,618
40	0,3	0,602	1,406	-0,413
	0,5	0,561	1,187	-0,456
	0,7	0,533	1,062	-0,484
	1	0,504	0,944	-0,515
	2	0,447	0,751	-0,574
	3	0,414	0,657	-0,608
80	0,3	0,600	1,446	-0,407
	0,5	0,558	1,22	-0,450
	0,7	0,531	1,091	-0,478
	1	0,501	0,969	-0,508
	2	0,443	0,769	-0,567
	3	0,410	0,672	-0,600
100	0,3	0,599	1,455	-0,406
	0,5	0,588	1,227	-0,448
	0,7	0,530	1,097	-0,477
	1	0,501	0,974	-0,507
	2	0,443	0,774	-0,565
	3	0,410	0,676	-0,598
5	0,370	0,567	0,570	-0,641
	0,370	0,570	0,570	-0,639

Таким образом, доказано, что оптимальная коррекция, построенная на использовании информации о вертикальных профилях интенсивности турбулентности, обладает определенной эффективностью. Однако надо заметить, что получаемые при этом уровни остаточных искажений слишком велики, чтобы рекомендовать такую коррекцию для реальных экспериментов.

В связи с этим можно сделать вывод, что кардинальный путь получения высокого качества коррекции общих наклонов волнового фронта – это использование всякого рода гибридных схем [23, 25, 51], в том числе одновременное использование естественной (для определения общего наклона волнового фронта) и лазерной (для измерения высших аббераций волнового фронта) опорных звезд.

Следует отметить, что поскольку при формировании бистатической лазерной звезды ее видимое изображение уже не является точечным, а может рассматриваться как протяженный объект, было высказано несколько оптимистических предположений [22–25], что учет протяженности лазерной опорной звезды может улучшить оценку общего наклона волнового фронта. Однако оценки показывают [45, 52], что практически (при реальных схемах формирования лазерной звезды) дополнительный выигрыш будет составлять примерно 20–25%.

Автор выражает глубокую признательность Е.В. Носову, выполнившему ряд численных расчетов.

Статья написана на основе материалов, полученных при частичной поддержке European Office of Aerospace Research and Development, Air Force Office of Scientific Research, Air Force Research Laboratory в рамках контракта SPC98-4041.

1. Линник В.П. // Оптика и спектроскопия. 1957. Т. 25. № 4. С. 401–402.
2. Харди Дж.У. // ТИИЭР. 1978. Т. 66. № 7. С. 31–85.
3. Лукин В.П. // Квантовая электроника. 1978. Т. 4. С. 923–927.
4. Лукин В.П. // V Всесоюзный симпозиум по распространению лазерного излучения в атмосфере: Тезисы докл. Томск, 1979. Ч. II. С. 33–36.
5. Лукин В.П. // Квантовая электроника. 1980. Т. 7. С. 1270–1279.
6. Лукин В.П., Сазанович В.М., Слободян С.М. // Изв. вузов. Радиофизика. 1980. Т. 23. С. 721–729.
7. Лукин В.П. // Квантовая электроника. 1981. Т. 8. № 10. С. 2145–2153.
8. Лукин В.П., Черноцкий М.И. // Квантовая электроника. 1982. Т. 9. С. 952–958.
9. Лукин В.П., Емалеев О.Н. // Квантовая электроника. 1982. Т. 9. С. 2465–2473.
10. Лукин В.П., Матюхин В.Ф. // Квантовая электроника. 1983. Т. 10. С. 2465–2473.
11. Кляцкин В.И. Статистическое описание динамических систем с флуктуирующими параметрами. М.: Наука, 1975. 239 с.
12. Татарский В.И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1961. 286 с.
13. Белкин Н.Д., Ваулин П.П., Емалеев О.Н., Лукин В.П. и др. // VI Всесоюзный симпозиум по распространению лазерного излучения в атмосфере: Тезисы докл. Томск: ИОА СО РАН СССР. Ч. II. 1981. С. 249–252.
14. Губкин С.М., Емалеев О.Н., Лукин В.П. и др. // Астрономический журнал. 1983. Т. 4. № 2. С. 160–169.
15. Атмосферная нестабильность и адаптивный телескоп: Сборник статей / Под редакцией А.Х. Курмаевой и В.С. Шевченко. Л.: Наука, 1988.
16. Robert Q. Fugate and Walter J. Wild. // Sky & Telescope. May 1994. P. 25–32.
17. Special Issue on Adaptive Optics. Lincoln Laboratory Journal. Spring, 1992. V. 5. № 1. 170 p.
18. Lukin V.P. // Proc. ICO-16. «Active and Adaptive optics». 1993. P. 521–524.

19. *Lukin V.P., Fortes B.V.* // OSA Techn. Digest. 1995. V. 23. P. 192–194.
20. *Fugate R.* // Optics & Photonics News. 1993. P. 14–19.
21. *Ragazzoni R.* // Astron. Astrophys. 1996. V. 305. P. L13–L16.
22. *Adaptive Optics at the Telescopio Nazionale Galileo* / Edited by R. Ragazzoni. December 1997.
23. *Ragazzoni R., Esposito S., Marchetti E.* // Mon. Not. R. Astron. Soc. 1995. V. 276. P. L76–L78.
24. *Belen'kii M.S.* // Proc. SPIE. 1995. V. 2471. P. 289–296.
25. *Bele'kii M.S.* // Proc. SPIE. 1996. V. 2956. P. 206–217.
26. *Lukin V.P.* // Adaptive Optics. Techn. Digest Series. 1996. V. 13. P. 35–1–35–5.
27. *Лукин В.П.* // Оптика атмосферы и океана. 1995. Т. 8. С. 301–341.
28. *Лукин В.П., Фортес Б.В.* // Оптика атмосферы и океана. 1997. Т. 10. С. 34–41.
29. *Tatarskii V.I., Ishimaru A.* // Meeting Digest of «Scintillation» International Meeting for Wave Propagation in Random Media. University of Washington. Seattle. USA. 1992.
30. *Орлов В.М., Самохвалов И.В., Матвиенко Г.Г., Белов М.Л., Кожемяков А.Н.* Элементы теории светорассеяния и оптическая локация. Новосибирск: Наука, 1982. 225 с.
31. *Калистратова М.А., Кон А.И.* // Изв. вузов. Радиофизика. 1966. Т. 9. № 6. С. 1100–1107.
32. *Миронов В.Л., Носов В.В., Чен Б.Н.* // Изв. вузов. Радиофизика. 1982. Т. 25. № 12. С. 1467–1471.
33. *Лукин В.П.* Атмосферная адаптивная оптика. Новосибирск: Наука, 1986. 286 с. (Перевод: V.P.Lukin. Atmospheric Adaptive Optics // SPIE Optical Engineering Press. V. PM23. 1996. 275 p.).
34. *Good R.E., Beland R.R., Marphy E.A., Brown J.H. and Dewan E.M.* // Proc. SPIE. 1988. V. 928. P. 165–186.
35. *McKechnie T.S.* // J. Opt. Soc. Am. A. 1992. V. 9. P. 1937–1954.
36. *Лукин В.П.* // Оптика атмосферы и океана. 1992. Т. 5. С. 354–377.
37. *Лукин В.П.* // Оптика атмосферы и океана. 1992. Т. 5. С. 834–840.
38. *Лукин В.П.* // Оптика атмосферы и океана. 1993. Т. 6. С. 1102–1107.
39. *Voitsekhovich V.V., Cuevas S.* // J. Opt. Soc. Am. A. 1995. V. 12. P. 2523–2531.
40. *ESO VLT Report.* 1986. № 55.
41. *Site testing for the VLT* // ESO VLT Report. 1990. № 60.
42. *Nakato N., Iye M., Yamaguchi I.* // ESO Proc. 1993. № 48. P. 15–20.
43. *Agabi A., Borgino J., Martin F., Tokovinin A.V., Ziad A.* // Astron. Astrophys. Suppl. Ser. 1995. V. 109. P. 557–562.
44. *Borgnino J.* // Applied Optics. 1990. V. 29. № 13. P. 1863–1865.
45. *Lukin V.P.* // Applied Optics. 1998. V. 37. № 21. P. 4634–4644.
46. *Лукин В.П., Носов Е.В.* // Оптика атмосферы и океана. 1997. Т. 10. С. 162–171.
47. *Грачева М.А., Гурвич А.С.* // Изв. АН СССР. Сер. ФАО. 1980. Т. 16. С. 1107–1111.
48. *Lukin V.P.* // Adaptive Optics–96, Technical Digest Series. 1996. V. 13. P. 150–152.
49. *Sasiela R.J., Shelton J.H.* // J. Opt. Soc. Am. A. 1993. V. 10. P. 646–660.
50. *Marriotti J.-M., Di Benedetto G.P.* IAU. Col. № 79. Garching. Apr. 9–12, 1984.
51. *Лукин В.П.* // Оптика атмосферы и океана. 1997. Т. 10. С. 975–979.
52. *Лукин В.П.* // Оптика атмосферы и океана. 1998. Т. 11. № 11. С. 1253–1257.

V.P.Lukin. Problems of Laser Guide Stars Use for Astronomical Ground-Based Telescopes.

Some problems, connected with development of ground-based adaptive telescope, particularly, with its fitting with additional optical system for laser guide star formation, are treated in the paper. The point of the work is a determination of type of the laser guide star being formed. Here, the calculational results are presented for the scheme for laser guide star formation, in which arbitrary magnitudes of correlation between random angular displacements of image of scattering volume stipulated by the laser beam fluctuations over direct and back paths can be obtained. Expressions for the monostatic and bistatic schemes are obtained as limiting cases.