«Оптика атмосферы», **2**, № 10 (1989)

УДК 621.375.9:535

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

А.И. Жилиба

КВАНТОВЫЕ ФЛУКТУАЦИИ ЛАЗЕРА С ВНУТРИРЕЗОНАТОРНОЙ ГЕНЕРАЦИЕЙ ВТОРОЙ ГАРМОНИКИ

В работе исследуется возможность создания макроскопического источника сжатого света на основе лазера с внутрирезонаторной генерацией второй гармоники. Показано, что излучение такого источника может приводить к подавлению дробового шума фоторегистрации основной волны.

Известно, что в некоторых приборах сверхчувствительной лазерной спектроскопии, например ВРЛС-спектрометрах, достигнута предельная чувствительность, которая ограничивается лишь спонтанным шумом лазерного источника [1, 2]. В данной работе исследуется схема источника сжатого света со сниженными квантовыми флуктуациями интенсивности. Излучение формируется внутри общего резонатора, куда наряду с активной лазерной средой помещен прозрачный нелинейный кристалл, преобразующий поле на частоте лазерного источника (ЛИ) – основная волна (ОВ) – во вторую гармонику (ВГ). Показано, что такой источник может генерировать сжатый свет ОВ и ВГ.

1. Полуклассическое описание ВГВГ

Процесс генерации ВГ в резонаторе лазера (ВГВГ) будем описывать следующей системой уравнений [3]:

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}_1 &= -\frac{\gamma_1}{2}\alpha_1 + \frac{\kappa\alpha_1}{2}(1+\beta|\alpha_1|^2)^{-1} - g\alpha_1^*\alpha_2; \\ \dot{\alpha}_2 &= -\frac{\gamma_2}{2}\alpha_2 + \frac{g}{2}\alpha_1^2, \end{aligned} \tag{1}$$

где $\alpha_{1,2}$ — безразмерные амплитуды волн ОВ и ВГ в резонаторе; $\gamma_{1,2}$ — резонаторная ширина; g — коэффициент нелинейной связи ОВ и ВГ; к и β — характеризуют усиление и насыщение ОВ в активной лазерной среде.

Формальное решение для α_2 имеет вид

$$\alpha_2(t) = \frac{g}{\gamma_2}\int_{-\infty}^{t} \exp\left[-\frac{\gamma_2}{2}(t-\tau)\right](\alpha_1^2)_\tau d\tau. \tag{2}$$

После интегрирования (2) по частям получим

$$\alpha_2(t) = \frac{g}{\gamma_2}\alpha_1^2 - \frac{g}{\gamma_2}\int_{-\infty}^{t} \exp\left[-\frac{\gamma_2}{2}(t-\tau)\right]2(\alpha_1\dot{\alpha}_1)_\tau d\tau. \tag{3}$$

Подставив в (3) правую часть уравнения для α_1 из (1), где вместо неизвестной α_2 воспользуемся решением $\alpha_2^{(0)} = \frac{g}{\gamma_2}\alpha_1^2$ в качестве нулевого приближения, затем вновь проинтегрируем по частям и получим

$$\alpha_2 = \frac{g}{\gamma_2}\alpha_1^2 + \frac{2g}{\gamma_2^2}\alpha_1^2\left(-\frac{\gamma_1}{2} + \frac{\kappa}{2(1+\beta|\alpha_1|^2)} - \frac{g^2}{\gamma_2}|\alpha_1|^2\right) + \Pi, \tag{4}$$

где

$$\Pi = -\frac{2g}{\gamma_2^2}\int_{-\infty}^{t}\exp\left[-\frac{\gamma_2}{2}(t-\tau)\right]\left[\left(-\frac{\gamma_2}{2}+\frac{\kappa}{2(1+\beta\,|\,\alpha_1\,|^2)}-\frac{g^2}{\gamma_2}\,|\,\alpha_1\,|^2\right)_\tau+(\alpha_1\dot{\alpha}_1)_\tau+\right.$$

$$\left.+\,\alpha_1^2\frac{d}{d\tau}\left(-\frac{\gamma_1}{2}+\frac{\kappa}{2(1+\beta\,|\,\alpha_1\,|^2)}-\frac{g^2}{\gamma_2}\,|\,\alpha_1\,|^2\right)_\tau\right]d\tau. \tag{5}$$

Запишем первые два члена (4) в виде

$$\alpha_2^{(1)} = \frac{g}{\gamma_2}\alpha_1^2\left[1+\left(\frac{\kappa}{(1+\beta\,|\,\alpha_1\,|^2)}-\frac{2g^2\alpha_1^2}{\gamma_2^2}-\frac{\gamma_1}{\gamma_2}\right)\right]. \tag{6}$$

Заметим, что при условии

$$0<\frac{\kappa}{\gamma_2}(1+\beta\,|\,\alpha_1\,|^2)^{-1}-\frac{2g^2}{\gamma_2^2}\,|\,\alpha_1\,|^2-\frac{\gamma_2}{\gamma_1}\ll 1 \tag{7}$$

решение в виде $\alpha_2 = \dfrac{g}{\gamma_2}\alpha_1^2$ является хорошим приближением для ВГ. В условиях устойчивой одновременной генерации лазера и ВГ нетривиальное решение для $n_0 = \left|\alpha_0^1\right|^2$ находится из соотношений

$$\Psi = 2\varphi_1-\varphi_2,\ \Psi = 0; \tag{8}$$

$$\gamma_1+\frac{2g^2}{\gamma_2^2}n_0 = \frac{\kappa}{1+\beta I_0}. \tag{9}$$

Введем следующие обозначения: $\eta = \dfrac{g^2}{\gamma^2}\alpha_1^2$ — коэффициент преобразовании во ВГ; $I_0 = \beta n_0$. Известно, что в отсутствие ВГВГ существует оптимальная резонаторная ширина $\gamma_1^{\text{опт}} = \dfrac{\kappa}{1+I_0}$. Коэффициент преобразования во ВГ связан следующим образом с параметрами системы:

$$\eta = \frac{1}{2}\left(\frac{\gamma_1^{\text{опт}}}{\gamma_2}-\frac{\gamma_1}{\gamma_2}\right). \tag{10}$$

Рассмотрим случай, когда излучение на частоте ω заперто в резонаторе ($\gamma_1 = 0$) и все преобразуется во ВГ. Для того чтобы описываемая система генерировала ВГ в оптимальном режиме, необходимо выполнение условия $\gamma_2 = \gamma_1^{\text{опт}}$. Отсюда следует, что $\eta^{\max} = 0{,}5$. Исходя из (1), запишем уравнение для $n = \left|\alpha_1\right|^2$ и на его основе — линеаризованное уравнение для v ($n = n_0 + v$; $v \ll n_0$):

$$\dot{v} = -\Gamma_1 v; \tag{11}$$

$$\Gamma_1 = I_0\,\frac{\gamma_1+2\eta\gamma_2}{1+I_0}. \tag{12}$$

При $\eta = 0$ выражение (12) переходит в известное для скорости затухания флуктуаций числа фотонов, генерируемых лазером [4].

2. Квантовое описание ВГВГ

Статистические свойства изучаемого нами источника света будем анализировать на основе уравнения Фоккера—Планка (УФП) для положительно определенной фазовой плотности Глаубера $\rho_{\alpha\alpha} = \left\langle\alpha\middle|\rho^F\middle|\alpha\right\rangle$ [5, 6]:

$$\frac{\partial\rho_{\alpha\alpha}}{\partial t}=\left[\frac{\partial}{\partial\alpha_1}\left(\frac{\gamma_1}{2}\alpha_1-\frac{\kappa\alpha_1}{2(1+\beta|\alpha_1|^2)}+g\alpha_1^*\alpha_2\right)+\text{ к. с.}\right]\rho_{\alpha\alpha}+$$
$$+\left[\frac{\partial^2}{\partial\alpha_2}\left(\frac{\gamma_2}{2}\alpha_2-\frac{g}{2}\alpha_1^2\right)+\text{ к. с.}\right]\rho_{\alpha\alpha}+\gamma_i(<n_i^T>+1)\frac{\partial^2\rho_{\alpha\alpha}}{\partial\alpha_i\partial\alpha_1^*}+ \tag{13}$$
$$+\left[\frac{g}{2}\alpha_2^*\frac{\partial^2}{\partial\alpha_1^{*2}}+\text{ к. с. }+\hat{D}_{\text{лаз}}\right]\rho_{\alpha\alpha}.$$

Анализ полуклассической системы уравнений (1) позволяет нам в (13) применить операцию адиабатического исключения переменных [4]. В полученном уравнении перейдем к полярной системе координат $\alpha=\sqrt{n}e^{i\varphi}$. В условиях стационарной генерации устанавливаются устойчивые значения n_0 и Ψ_0. Поэтому можно считать, что флуктуации $v = n - n_0$, $\delta\Psi = \Psi - \Psi_0$, задаваемые $\rho_{\alpha\alpha}$, малы. С учетом этого, а также предположения о независимости амплитудных и фазовых флуктуаций, т.е. $\rho_{\alpha\alpha} = R\Phi$, на основе уравнения (13) получим линеаризованное уравнение для R:

$$\dot{R}=\Gamma_1\left(\frac{\partial vR}{\partial v}+<v^2>_A\frac{\partial^2 R}{\partial v^2}\right., \tag{14}$$

где

$$<v^2>_A=n_0\left[I_0^{-1}-\frac{1+I_0^{-1}}{2(1+\gamma_1/\gamma_2\eta)}+2\right]. \tag{15}$$

Здесь выражение для Γ_1 имеет вид (12). Примем во внимание связь $\left\langle v^2\right\rangle_A=\left\langle v^2\right\rangle_N+2n_0+1$ и получим выражение для $\left\langle v^2\right\rangle_N=n_0\delta_1$, где δ_1 — параметр статистики, определяемый как $\delta_1=\dfrac{\left\langle n_1^2\right\rangle-\left\langle n_1\right\rangle^2-\left\langle n_1\right\rangle}{\left\langle n_1\right\rangle}$. Для нашего случая δ_1 имеет вид

$$\delta_1=I_0^{-1}-0{,}5\,(I_0^{-1}+1)/(1+2\gamma_1/\gamma_2\eta). \tag{16}$$

Отметим, что в отсутствие ВГВГ, т. е. при $\eta = 0$, (16) переходит в известное выражение для лазера без технических шумов [4]. В противоположном случае, т. е. при $\dfrac{\gamma_1}{\gamma_2\eta}\ll 1$ (высокоэффективная ВГВГ) сжатие ОВ внутри резонатора может достигать предельного значения $\delta_1 = -0{,}5$. Для вычисления δ_2 будем исходить из операторного аналога системы (1). Решение для $\mathcal{E}_2$ осуществляется по схеме (4)—(9). Это позволяет определить δ_2:

$$\delta_2 = 4\eta\delta_1. \tag{17}$$

Из [7] следует, что возможно подавление дробового шума в низкочастотной области спектра мощности фототока, т.е. при $\Gamma^2 \ll \Omega^2$. Если $\Omega \to 0$, то

$$<i^2>=q\gamma n_0\left(1-\frac{2q\delta\gamma}{\Gamma}\right). \tag{18}$$

Подставим (12) в (18) и запишем выражение в скобках из (18) как

$$\kappa=1-2q\delta_1(1+I_0)/I_0(1+2\eta\gamma_2/\gamma_1). \tag{19}$$

При реальных параметрах источника и приемника ($q \approx 0{,}9$; $\eta = 25\%$; $\gamma_2/\gamma_1 = 5$; $I_0 = 10$) $1-\kappa = 0{,}12$, т.е. дробовой шум фоторегистрации ОВ снижается на 12%.

Проведенное теоретическое исследование позволяет сделать вывод о возможности создания макроскопического источника сжатого света на основе лазера с ВГВГ. Излучение такого источника может приводить к подавлению дробового шума фоторегистрации ОВ.

В заключение автор благодарит В.Н. Горбачева за полезное обсуждение затронутых вопросов и Е.П. Гордова за конструктивные замечания.

1. Сверхчувствительная лазерная спектроскопия /Под ред. Д. Клайджера. М.: Мир, 1986. 520 с.
2. Демтредёр В. Лазерная спектроскопия. М.: Мир, 1985. 606 с.
3. Mandel P., Wu Xiago-Guang /JOSA B. 1986. V. 3. P. 940–948.
4. Haken H. Laser Theory. Berlin, Heidelberg, N. Y.: Springer., 1983. 320 p.
5. Колобов М.И., Соколов И.В. /ЖЭТФ. 1986. Т. 90. С. 1899.
6. Гордов Е.П., Жилиба А. И. /Изв. АН СССР. Сер. физич. 1985. Т. 49. № 3. С. 580.
7. Смирнов Д.Ф., Трошин А.С. /УФН. 1987. Т. 153. Вып. 2. С. 233.

Институт оптики атмосферы СО АН СССР,
Томск

Поступило в редакцию
17 июля 1989 г.

A.I. Zhiliba. **Quantum Fluctuations in the Laser with the Intracavity Frequency Doubling.**

The paper presents a theoretical analysis of a possibility to create a macroscopic source of squeezed states of light using a laser with the intracavity frequency doubling. It is shown in the paper that the emission of such a light source can yield a suppression of the detector's shot-noise at the fundamental frequency.