«Оптика атмосферы», **1**, № 10 (1988) УДК 551.521.31:551.5.001.57

Т.Б. Журавлева, Г.А. Титов

КОРРЕЛЯЦИОННАЯ ФУНКЦИЯ ПОТОКОВ СОЛНЕЧНОЙ РАДИАЦИИ ПРИ КУЧЕВОЙ ОБЛАЧНОСТИ

В модели разорванной облачности, построенной на пуассоновских потоках точек, выведена замкнутая система уравнений для дисперсии и корреляционной функции интенсивности и разработан метод ее решения. Результаты расчетов, статистических характеристик потоков сравниваются с данными натурных измерений.

Кучевая облачность как рассеивающая и поглощающая оптическое излучение среда является чрезвычайно сложным нерегулярным образованием, состоящим из большого числа отдельных облачных элементов. Практически невозможно получить исчерпывающий объем информации о геометрических и оптических параметрах облаков, требуемой для однозначного определения из уравнения переноса характеристик модулируемого облаками излучения в произвольной точке фазового пространства координат и направлений. Это обстоятельство диктует необходимость статистического подхода к проблеме взаимодействия полей облачности и радиации. В рамках такого подхода на основе уравнения переноса нужно получить и решить уравнения, связывающие заданную статистику облачного поля с искомыми статистическими характеристиками излучения.

Математические модели облачных полей со случайной геометрией, уравнения для средней интенсивности и методы их решения изложены в [1]. Цель данной работы — вывести замкнутую систему уравнений для корреляционной функции интенсивности солнечной радиации, решить эту систему методом Монте-Карло и сравнить рассчитанные дисперсии и корреляционные функции потоков пропущенного излучения с имеющимися данными натурных измерений.

Уравнения и метод решения. Оптическая модель облачности задается в слое Λ: $0 \le z \le H$ в виде случайных скалярных полей коэффициента ослабления $\sigma\kappa(\boldsymbol{r})$, альбедо однократного рассеяния $\lambda\kappa(\boldsymbol{r})$ и индикатрисы рассеяния $g(\omega, \omega')\varkappa(\boldsymbol{r})$, где $\varkappa(\boldsymbol{r})$ — случайная индикаторная функция наличия облаков, $\boldsymbol{r} = (x, y, \boldsymbol{z})$, $\omega = (a, b, c)$ — единичный вектор направления. Модель поля $\varkappa(\boldsymbol{r})$, построенная на основе пуассоновских потоков точек на прямых, характеризуется безусловной $p = \langle\varkappa(r)\rangle$ и условной $V(r_1, r_2) = (1-p)\, e^{-A(\omega)|f_1 - f_2|} + p$ вероятностями присутствия облаков, $A(\omega) = |a|A_x + |b|A_y$ $\omega = (\boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_2)/|\boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_2|$ и угловые скобки означают среднее по ансамблю к. Значение $A = A_x = A_y$ (среднее число точек на единицу длины) рассчитывается по формуле

$$A = \frac{1{,}65\,(N-0{,}5)^2 + 1{,}04}{D},$$

где средний горизонтальный размер облаков D и балл облачности $N = p$ являются входными параметрами модели и наряду с σ, g, λ и H могут быть определены экспериментально.

Для упорядоченной последовательности точек $\{\boldsymbol{r}_i\}$, $i = 1, 2, \ldots, n$, координаты которых образуют монотонные последовательности, n-мерная вероятность наличия облаков факторизуется и справедлива формула для расщепления корреляций

$$\langle \varkappa(r_1)\, \varkappa(r_2)\, R[\varkappa] \rangle = V(r_1, r_2) \langle \varkappa(r_2)\, R[\varkappa] \rangle \tag{1}$$

где $R[\varkappa]$ — функционал, зависящий от значений $\varkappa(\boldsymbol{r})$ вдоль ломаной, проходящей через $\{\boldsymbol{r}_i\}$, $i = 2,\ldots, n$. Подробное описание модели и вывод (1) приведены в [2].

Пусть на верхнюю границу слоя Λ в направлении $\omega_\odot$ падает параллельный единичный поток солнечной радиации. Взаимодействие излучения с молекулярно-аэрозольной атмосферой и отражение от подстилающей поверхности не учитываются. Случайная монохроматическая интенсивность $I(\boldsymbol{r},\omega) = i(\boldsymbol{r},\omega) + j(\boldsymbol{r})\delta(\omega - \omega_\odot)$ в пределах слоя Λ удовлетворяет стохастическому уравнению переноса

$$i(\boldsymbol{r}, \omega) + \frac{\sigma}{|c|} \int_{E_z} \varkappa(\boldsymbol{r}')\, i(\boldsymbol{r}', \omega)\, d\xi = \frac{\sigma}{|c|} \int_{E_z} \varkappa(\boldsymbol{r}')\, B_i(\boldsymbol{r}', \omega)\, d\xi, \tag{2}$$

$$j(\boldsymbol{r}) + \frac{\sigma}{|c_\odot|} \int_z^H \varkappa(\boldsymbol{r}')\, j(\boldsymbol{r}')\, d\xi = 1, \tag{3}$$

$$B_i(\boldsymbol{r},\ \omega)=\lambda\left\{\int\limits_{4\pi} g(\omega,\ \omega')\, i(\boldsymbol{r},\ \omega')\, d\omega' + g(\omega,\ \omega_{\odot})\, j(\boldsymbol{r})\right\}, \tag{4}$$

$E_z = (0,\ z)$ при $c > 0$, $E_z = (z,\ H)$ при $c < 0$, $\boldsymbol{r}' = \boldsymbol{r} + \frac{\xi - z}{c}\boldsymbol{\omega}$. Из (1)—(4) получим замкнутую систему уравнений для корреляций интенсивности солнечной радиации. Для определенности рассмотрим нисходящее излучение. Пусть точки $\boldsymbol{r}_1$, $\boldsymbol{r}_2$ и направления ω_1, ω_2 выбраны таким образом (рис. 1), что

$$x'' \le x_2 \le x_1^{(H)} \le x' \le x_1,\ y'' \le y_2 \le y_1^{(H)} \le y' \le y_1, \tag{5}$$

знаки неравенств по одной или обеим координатам можно изменить на противоположные. Обозначим через $f(\boldsymbol{x})$ случайные интенсивности $i(\boldsymbol{x})$ или $j(\boldsymbol{x})$, $\boldsymbol{x} = (\boldsymbol{r},\ \omega)$. Согласно (2), (3) при выполнении (5) функционал $R[\varkappa] = i(\boldsymbol{r}',\ \omega_1)\, f(\boldsymbol{x}_2)$ явно зависит от значений поля $\varkappa(\boldsymbol{r})$ до точки $\boldsymbol{r}'$ и с учетом только этой зависимости справедлива формула (1) для расщепления корреляций. Однако $i(\boldsymbol{x})$ и, следовательно, $R[\varkappa]$ неявно (через B_i) определяются значениями $\varkappa(\boldsymbol{r})$ во всем слое Λ, поэтому (1) можно использовать как приближение, необходимое при выводе замкнутых уравнений.

Запишем (2) в точке $\boldsymbol{x}_1$, умножим на $f(\boldsymbol{x}_2)$ и $\varkappa(\boldsymbol{r}_1) f(\boldsymbol{x}_2)$ и после усреднения с учетом (1) получим

$$< i(\boldsymbol{r}_1,\ \omega_1)\, f(\boldsymbol{x}_2) > = \frac{\sigma}{|c_1|}\int\limits_{E_{z_1}} [B_t(\boldsymbol{r}',\ \omega_1,\ \boldsymbol{x}_2) - T(\boldsymbol{r}',\ \omega_1,\ \boldsymbol{x}_2)]\, d\xi, \tag{6}$$

$$T(\boldsymbol{r}_1,\ \omega_1,\ \boldsymbol{x}_2) = \frac{\sigma}{|c_1|}\int\limits_{E_{z_1}} V(\boldsymbol{r}_1,\ \boldsymbol{r}')\, [B_t(\boldsymbol{r}',\ \omega_1,\ \boldsymbol{x}_2) - T(\boldsymbol{r}',\ \omega_1,\ \boldsymbol{x}_2)]\, d\xi, \tag{7}$$

где $T(\boldsymbol{r}_1,\ \omega_1,\ \boldsymbol{x}_2) = < \varkappa(\boldsymbol{r}_1)\, i(\boldsymbol{r}_1,\ \omega_1)\, f(\boldsymbol{x}_2) >,\ t(\boldsymbol{r}_1,\ \boldsymbol{x}_2) = < \varkappa(\boldsymbol{r}_1)\, j(\boldsymbol{r}_1)\, f(\boldsymbol{x}_2) >,$

B_t определяется (4) с заменой i и j на T и t. Уравнение (7) формально совпадает с уравнением для функции $u(\boldsymbol{r},\boldsymbol{\omega}) = \langle \kappa(\boldsymbol{r}) i(\boldsymbol{r},\boldsymbol{\omega})\rangle / p$ [3], поэтому для функции $W(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2) = T(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2) + t(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{x}_2)\delta(\boldsymbol{\omega}_1 - \boldsymbol{\omega}_{\odot})$ можно записать интегральное уравнение

$$W(\boldsymbol{x}_1,\ \boldsymbol{x}_2) = \int\limits_X k(\boldsymbol{x}',\ \boldsymbol{x}_1)\, W(\boldsymbol{x}',\ \boldsymbol{x}_2)\, d\boldsymbol{x}' + \delta(\omega_1 - \omega_{\odot})\, t(\boldsymbol{r}_1,\ \boldsymbol{x}_2) \tag{8}$$

с ядром

$$k(\boldsymbol{x}',\ \boldsymbol{x}_1) = \frac{\lambda\sum\limits_{i=1}^{2} D_i\lambda_i\, \mathrm{e}^{-\lambda_i|\boldsymbol{r}_1-\boldsymbol{r}'|}g(\mu_1)}{2\pi|\boldsymbol{r}_1-\boldsymbol{r}'|^2}\,\delta\left(\frac{\boldsymbol{r}_1-\boldsymbol{r}'}{|\boldsymbol{r}_1-\boldsymbol{r}'|}-\boldsymbol{\omega}_1\right), \tag{9}$$

где $\lambda_{1,2} = \dfrac{\sigma + A(\omega)}{2} \mp \dfrac{\sqrt{(\sigma + A(\omega))^2 - 4A(\omega)p\sigma}}{2}$,

$$D_1 = \frac{\lambda_2 - \sigma}{\lambda_2 - \lambda_1},\ D_2 = 1 - D_1,$$

$g(\omega_1,\ \omega') = g(\mu_1)/2\pi$, $\mu_1 = (\omega_1\omega')$ — косинус угла рассеяния. В (8) интегрирование ведется вдоль луча, что позволяет после несложных, но громоздких преобразований, связанных с изменением порядка интегрирования и вычислением соответствующих интегралов, получить из (6) выражение

$$< i(\boldsymbol{x}_1)\, f(\boldsymbol{x}_2) > = (W,\ h) = \frac{\lambda\sigma}{2\pi|c_1|}\int\limits_{E_{z_1}} d\xi \int\limits_{4\pi}\sum_{i=1}^{2} D_i\, \mathrm{e}^{-\frac{\lambda_i|z_1-\xi|}{|c_1|}}\, g(\mu_1)\, W(\boldsymbol{x}',\ \boldsymbol{x}_2)\, d\omega'. \tag{10}$$

В пространстве L_1 ряд Неймана для уравнения (8) сходится, что обеспечивает возможность применения метода Монте-Карло для оценки линейных функционалов $J_h = (W,\ h)$. Определим цепь Маркова $\{\boldsymbol{x}_i\}$ начальной $\psi_1(\boldsymbol{x}) = \tilde{\psi}_1(\boldsymbol{x})\delta(\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}_{\odot})$, $\tilde{\psi}_1(\boldsymbol{x}) = \sum\limits_{i=1}^{2} D_i\lambda_i e^{-\frac{\lambda_i|z-H|}{|C_{\odot}|}}$ и переходной $k(\boldsymbol{x}',\ \boldsymbol{x}_1)/\lambda$ плотностями вероятности. Тогда [4]

$$J_h = J(\boldsymbol{x}_1, \ \boldsymbol{x}_2) = M \sum_{n=0}^{N_1} q_n(\boldsymbol{x}_n, \ \boldsymbol{x}_2)\, h(\boldsymbol{x}_n, \ \boldsymbol{x}_2), \tag{11}$$

$$q_0 = \frac{t(\boldsymbol{r}_0, \ \boldsymbol{x}_2)}{\tilde{\psi}(\boldsymbol{x}_0)}, \ q_n = \lambda q_{n-1}, \tag{12}$$

где M — знак математического ожидания по ансамблю реализаций траекторий; N_1 — случайный номер последнего состояния; $\boldsymbol{r}_0 = \boldsymbol{r}_1 + \frac{z_0 - z_1}{c_1}\omega_1$. Задачу о вычислении J_h можно считать решенной, если найдем $t(\boldsymbol{r}_0, \ \boldsymbol{x}_2)$.

Пусть $f(\boldsymbol{x}_2) = i(\boldsymbol{x}_2)$. Уравнение (3), записанное в точке $\boldsymbol{r}_1$, умножим на $i(\boldsymbol{x}_2)$ и $\kappa(\boldsymbol{r}_1)i(\boldsymbol{x}_2)$ и усредним с учетом (1)

$$< j(\boldsymbol{r}_1)\, i(\boldsymbol{x}_2) > + \frac{\sigma}{|c_\odot|} \int_{z_1}^{H} t(\boldsymbol{r}', \ \boldsymbol{x}_2)\, d\xi = < i(\boldsymbol{x}_2) >, \tag{13}$$

$$t(\boldsymbol{r}_1, \ \boldsymbol{x}_2) + \frac{\sigma}{|c_\odot|} \int_{z_1}^{H} t(\boldsymbol{r}', \ \boldsymbol{x}_2)\, d\xi = \varphi(\boldsymbol{r}_1, \ \boldsymbol{x}_2), \tag{14}$$

где $\varphi(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{x}_2) = \langle \varkappa(\boldsymbol{r}_1) i(\boldsymbol{x}_2) \rangle$ удовлетворяет уравнению

$$\varphi(\boldsymbol{r}_1, \ \boldsymbol{x}_2) = \frac{\sigma p}{|c_2|} \int_{E_{z_2}} V(\boldsymbol{r}_1, \ \boldsymbol{r}'') \{B_u(\boldsymbol{r}'', \ \boldsymbol{\omega}_2) - u(\boldsymbol{r}'', \ \boldsymbol{\omega}_2)\}\, d\eta, \tag{15}$$

$\boldsymbol{r}'' = \boldsymbol{r}_2 + \frac{\eta - z_2}{c_2}\omega_2$, B_u определяется формулой (4) с заменой i, j на $u(\boldsymbol{r}, \omega)$ и $v(r) = \sum_{i=1}^{2} D_i e^{-\frac{\lambda_j |H-z|}{|c_\odot|}}$. Для условной вероятности $V(\boldsymbol{r}_1, \ \boldsymbol{r}'')$ имеем $A(\boldsymbol{\omega})|\boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}''| = A_x|x_1 - x''| + A_y|y_1 - y''|$. Если неравенства (5) выполняются, то (см. рис. 1) $|x_1 - x''| = \Delta x + |a_2||\boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}''|$, $|y_1 - y''| = \Delta y + |b_2||\boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}''|$, $\Delta x = |x_1 - x_2|$, $\Delta y = |y_1 - y_2|$ и тогда $V(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}'') = p + e^{-A_x \Delta x - A_y \Delta y}[V(\boldsymbol{r}_2, \boldsymbol{r}'') - p]$. Поскольку модельное облачное поле статистически однородно и однородны граничные условия, то $\langle i(\boldsymbol{r}, \omega) \rangle = \langle i(z, \omega) \rangle$, $u(\boldsymbol{r}, \ \omega) = u(\boldsymbol{z}, \ \omega)$. С учетом уравнений для $\langle i(z, \omega) \rangle$ и $u(\boldsymbol{z}, \ \omega)$ [1, 3] соотношение (15) можно записать в виде

$$\varphi(\boldsymbol{r}_1, \ \boldsymbol{x}_z) = p < i(z_2, \ \boldsymbol{\omega}_2) > + p\, \mathrm{e}^{-A_x \Delta x - A_y \Delta y} [u(z_2, \ \boldsymbol{\omega}_2) - < i(z_2, \ \boldsymbol{\omega}_2) >]. \tag{16}$$

Из (13), (14), (16) следует $t(\boldsymbol{r}_1, \ \boldsymbol{x}_2) = v(\boldsymbol{z}_1)\varphi(\boldsymbol{r}_1, \ \boldsymbol{x}_2)$.

$$\begin{gathered} < j(\boldsymbol{r}_1)\, i(\boldsymbol{x}_2) > = < j(z_1) > < i(\boldsymbol{x}_2) > - \mathrm{e}^{-A_x \Delta x - A_y \Delta y} \times \\ \times [1 - < j(z_1) >]\, [u(z_2, \ \boldsymbol{\omega}_2) - < i(z_2, \ \boldsymbol{\omega}_2) >], \end{gathered} \tag{17}$$

где $<j(z)>$ — средняя интенсивность нерассеянного излучения [1].

Заметим, что из (17) можно определить корреляцию вида $\langle j(\boldsymbol{r}_2) i(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{\omega}_1) \rangle$. Действительно, $\langle j(\boldsymbol{r}_2, \boldsymbol{\omega}_\odot) i(x_1) \rangle = \langle j(\boldsymbol{r}_2^{(H)} - \boldsymbol{\omega}_\odot) i(x_1) \rangle$, справедливы неравенства типа (5), поэтому $\langle j(\boldsymbol{r}_2, \boldsymbol{\omega}_\odot) i(x_1) \rangle = \langle j(\boldsymbol{r}_2^{(H)} - \boldsymbol{\omega}_\odot) i(x_1) \rangle$, рассчитывается по формуле (17) с заменой Δx, Δy на $\left|\Delta x + \frac{a_\odot}{c_\odot} H\right|$, $\left|\Delta y + \frac{b_\odot}{c_\odot} H\right|$. Запишем (12) с учетом (17) в виде

$$q_n = Q_n \frac{\varphi(\boldsymbol{r}_0,\ \boldsymbol{x}_2)}{p},\quad Q_0 = \frac{pv(z_0)}{\tilde{\psi}(\boldsymbol{z}_0)},\quad Q_n = \lambda Q_{n-1}. \tag{18}$$

Согласно (10), (16), (18) формулу (11) можно записать в виде

$$< i(\boldsymbol{x}_1)\, i(\boldsymbol{x}_2) > = < i(z_1,\ \boldsymbol{\omega}_1) > < i(\boldsymbol{z}_2,\ \boldsymbol{\omega}_2) > + [u(\boldsymbol{z}_2,\ \boldsymbol{\omega}_2) -$$

$$- < i(\boldsymbol{z}_2,\ \boldsymbol{\omega}_2) >]\, M \sum_{n=0}^{N_1} Q_n h(\boldsymbol{x}_n,\ \boldsymbol{x}_1)\, \mathrm{e}^{-A_x \Delta x_0 - A_y \Delta y_0}, \tag{19}$$

$$h(\boldsymbol{x}_n,\ \boldsymbol{x}_1) = \begin{cases} \dfrac{\sigma g(\mu_1)}{2\pi |c_1|} \displaystyle\sum_{i=1}^{2} D_i\, \mathrm{e}^{-\frac{\lambda_i |z_1 - z_n|}{|c_1|}}, & c_1(\boldsymbol{z}_1 - \boldsymbol{z}_n) > 0 \\ 0, & c_1(\boldsymbol{z}_1 - \boldsymbol{z}_n) < 0, \end{cases}$$

где $\Delta x_0 = |x_0 - x_2|$, $\Delta y_0 = |y_0 - y_2|$. По формулам (17), (19) можно численно оценить искомые корреляционные функции интенсивности.

Реальные приемники имеют конечные пространственные и угловые размеры, поэтому (17), (19) необходимо проинтегрировать по соответствующему фазовому пространству. При интегрировании расположение точек далеко не всегда будет удовлетворять неравенствам типа (5), при выполнении которых справедливо (1) и получены основные формулы (17), (19). Из-за отсутствия какого-либо другого способа расщепления корреляций будем использовать (17), (19) и при произвольном расположении точек. Формулы (17), (19) и тем более полученные на их основе соотношения будут приближенными, точность приближения оценим путем сравнения с имеющимися экспериментальными данными.

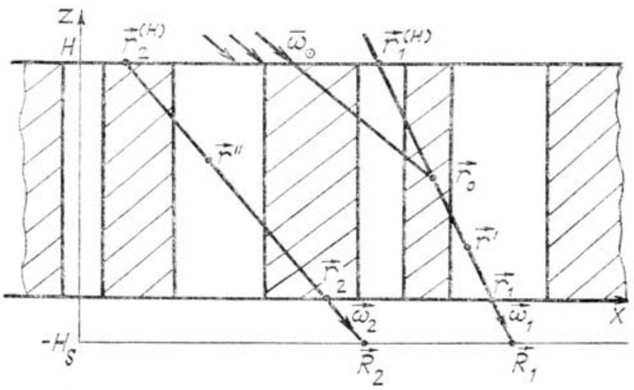

Рис. 1. Геометрическая схема расположения точек $\{r_i\}$, i=1, 2, удовлетворяющих соотношениям (5), в случайной реализации облачного поля (заштрихованные области соответствуют облакам)

Пусть на расстоянии H_s от границы облачного слоя в точках $\boldsymbol{R}_i = (\hat{x}_i, \hat{y}_i, -H_s)$, i = 1, 2, расположены ориентированные в зенит точечные приемники с телесным углом поля зрения 2π и $\hat{x}_1 \geq \hat{x}_2$, $\hat{y}_1 \geq \hat{y}_2$. При интегрировании по телесному углу необходимо учесть, что точкам $\boldsymbol{R}_i$ и каждому $\omega_i \in 2\pi$ соответствуют точки $\boldsymbol{r}_i$ на границе облачного слоя (рис. 1). Согласно (19) и формулам для расчета методом Монте-Карло $\langle i(z, \boldsymbol{\omega}) \rangle$, $u(\boldsymbol{z},\ \omega)$

$$< Q_s > = \int_{2\pi} |c| < i(z,\ \omega) > d\omega \text{ и } Q_u = \int_{2\pi} |c|\, u(\boldsymbol{z},\ \omega)\, d\omega,$$

полученных в [3], корреляционная функция потоков Q_s диффузного пропущенного излучения имеет вид

$$K_{Q_s}(\boldsymbol{R}_1,\ \boldsymbol{R}_2) = < Q_s >^2 + M \sum_{\kappa=0}^{N_2} Q_\kappa h_2(\boldsymbol{x}_\kappa) \cdot M_1 \sum_{n=0}^{N_1} Q_n h_1(\boldsymbol{x}_n), \tag{20}$$

$$h_1(\boldsymbol{x}_n) = \begin{cases} \sigma \displaystyle\sum_{i=1}^{2} D_i\, \mathrm{e}^{-\lambda_i \frac{z_n}{|c_{n+1}|}}\, \mathrm{e}^{-A_x \Delta x_n - A_y \Delta y_n}, & c_{n+1}\boldsymbol{z}_n < 0, \\ 0, & c_{n+1}\boldsymbol{z}_n > 0, \end{cases}$$

$$h_2(x_\kappa) = \begin{cases} \dfrac{1}{p}\sum\limits_{i=1}^{2} D_i(\lambda_i - \sigma p)\, e^{-\lambda_i \frac{z_\kappa}{|c_{\kappa+1}|}}, & c_{\kappa+1} z_\kappa < 0, \\ 0, & c_{\kappa+1} z_\kappa > 0, \end{cases}$$

$$\Delta x_n = \left| \Delta\hat{x} + H_s\left(\frac{a_{\kappa+1}}{c_{\kappa+1}} - \frac{a_{n+1}}{c_{n+1}}\right) + \frac{a_{n+1} z_0}{c_{n+1}} \right|, \quad \Delta\hat{x} = \hat{x}_1 - \hat{x}_2,$$

$$\Delta y_n = \left| \Delta\hat{y} + H_s\left(\frac{b_{\kappa+1}}{c_{\kappa+1}} - \frac{b_{n+1}}{c_{n+1}}\right) + \frac{b_{n+1} z_0}{c_{n+1}} \right|, \quad \Delta\hat{y} = \hat{y}_1 - \hat{y}_2.$$

В (20) M – безусловное, а M_1 – условное (при заданной траектории $\{\boldsymbol{x}_\kappa\}$) математические ожидания. Аналогичным образом из (17) получим корреляцию потоков прямой S и рассеянной Q_s радиации:

$$K_{S,Q_s}(\boldsymbol{R}_1, \boldsymbol{R}_2) = \langle S \rangle \langle Q_s \rangle - (1 - \langle S \rangle)\, M \sum_{\kappa=0}^{N_2} Q_\kappa h_2(\boldsymbol{x}_\kappa) \times$$
$$\times \exp\left\{ -A_x \left| \Delta\hat{x} + H_s\left(\frac{a_\odot}{c_\odot} - \frac{a_{\kappa+1}}{c_{\kappa+1}}\right)\right| - A_y \left| \Delta\hat{y} + H_s\left(\frac{b_\odot}{c_\odot} - \frac{b_{\kappa+1}}{c_{\kappa+1}}\right)\right| \right\}. \tag{21}$$

В случае когда приемники расположены на границе облачного слоя ($H_s = 0$), последний сомножитель в (21) можно вынести за знак математического ожидания, а условное математическое ожидание в (20) становится безусловным, тогда эти формулы существенно упрощаются

$$K_{Q_s}(\boldsymbol{R}_1, \boldsymbol{R}_2) = \langle Q_s \rangle^2 + (Q_u - \langle Q_S \rangle)\, M \sum_{n=0}^{N_1} Q_n h_1(\boldsymbol{x}_n), \tag{20'}$$

$$K_{S,Q_s}(R_1, R_2) = \langle S \rangle \langle Q_s \rangle - (1 - \langle S \rangle)(Q_u - \langle Q_s \rangle)\, e^{-A_x \Delta\hat{x} - A_y \Delta\hat{y}} \tag{21'}$$

С учетом сделанного выше замечания из (21) или (21′) нетрудно получить выражения для $K_{Q_s,s}(\boldsymbol{R}_1, \boldsymbol{R}_2)$. Формулы типа (20) или (20′) можно записать для корреляционной функции потоков отраженного излучения.

Сравнение с экспериментом. Натурные измерения статистики полей кучевых облаков и радиации не являются одновременными и комплексными, что затрудняет корректное сравнение модельных статистических характеристик лучистых потоков с реальными. В расчетах положим $D = 1$ км и $H = 0{,}5$ км [5], так как эти значения обеспечивают минимально возможные среднеквадратические отклонения между модельными и экспериментальными вероятностями закрытости направления визирования облаками. Зенитный угол Солнца $\xi_\odot \sim 50°$ и коэффициент ослабления $\sigma \sim 25$ км$^{-1}$ приблизительно соответствуют условиям проведения эксперимента. Индикатриса рассеяния рассчитана по теории Ми для длины волны 0,69 мкм и облака C_1 [6].

Теоретическая дисперсия D_s потока прямой радиации, вычисленная по формулам [5], существенно отличается (рис. 2) от экспериментальных данных [7] и расчетов по эмпирической формуле [8]

$$D_s = 0{,}15 \sin[1{,}2\pi(N_0 - 0{,}15)], \tag{22}$$

где относительный балл облачности $N_0 = N + 0{,}5\, N(1 - N)$ при $0{,}2 \le N \le 0{,}9$. Это связано с неучетом в теории ряда факторов: аэрозольно-молекулярной подоблачной атмосферы, макромасштабных флуктуаций оптических параметров внутри облака и наличия оптически тонких краев отдельных кучевых облаков. Если учет двух последних факторов является сложной, нерешенной задачей, то нетрудно получить оценки влияния подоблачной атмосферы на статистику прямой радиации. Действительно, случайный поток $\tilde{S}$ прямой солнечной радиации на уровне подстилающей поверхности можно записать в виде $\tilde{S} = S e^{-\tau_a/|c_\odot|}$, где S – случайное пропускание облачным слоем, τ_a – оптическая толщина подоблачной атмосферы. Отсюда следует, что

$$\langle \tilde{S} \rangle = \langle S \rangle\, e^{-\tau_a/|c_\odot|}, \quad D_{\tilde{s}} = D_s\, e^{-2\tau_a/|c_\odot|}.$$

Отсутствие в эксперименте даже грубых оценок τ_a и ее зависимости от N, а также пределов изменения $\xi_\odot$ не позволяет сделать однозначный вывод о результатах сравнения между расчетами и натурными измерениями. Тем не менее, изменяя τ_a и $\xi_\odot$ в разумных пределах, можно получить удовлетворительное качественное и количественное согласие теории с экспериментом (рис. 2, кривые *2*, *3*).

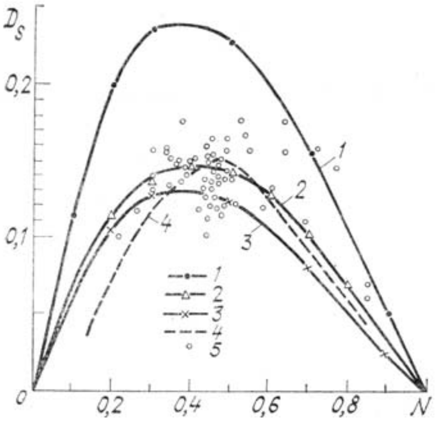

Рис. 2. Зависимость дисперсии потока прямой радиации D_s от балла облачности: модельные расчеты при σ = 25 км$^{-1}$, H = 0,5 км, D = 1,0 км и различных значениях τ_a (*1* — τ_a = 0; *2*, *3* — τ_a = 0,2) и $\xi_\odot$ (*1*, *2* — $\xi_\odot$ = 50°, *3* — $\xi_\odot$ = 40°); расчеты по эмпирической формуле [8] — *4*; данные натурных измерений [7] — *5*

Зависимость среднеквадратического отклонения $\sqrt{D_Q}$ потока суммарной радиации от N иллюстрирует рис. 3, где также приведены данные натурных измерений [9] и расчеты по эмпирической формуле [8]

$$D_Q = 0{,}1 \sin [\pi (N_0 - 0{,}1)]. \tag{23}$$

При оценке D_Q учитывалось ослабление подоблачной атмосферой только прямой радиации. При оценке статистики рассеянной радиации считается, что приемник расположен на нижней границе облачного слоя ($H_s = 0$), поэтому не учитывается уменьшение в среднем амплитуды флуктуаций потока Q_S, которое имеет место при увеличении расстояния от приемника до облаков. При малых и средних значениях N основной вклад в D_Q вносит D_s [10], поэтому в данной области N сделанные выше предположения не приводят к существенным ошибкам в определении D_Q.

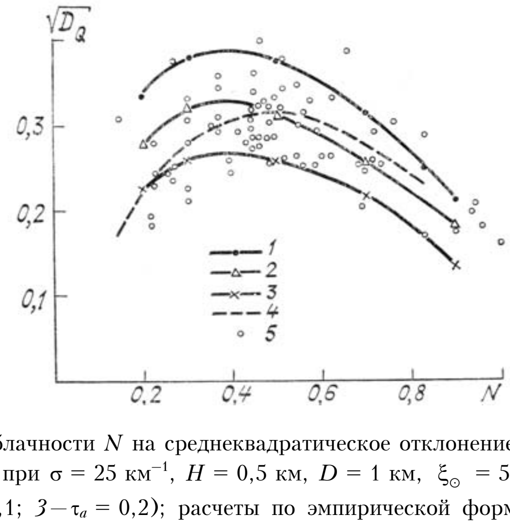

Рис. 3. Влияние балла облачности N на среднеквадратическое отклонение потока суммарной радиации: модельные расчеты при σ = 25 км$^{-1}$, H = 0,5 км, D = 1 км, $\xi_\odot$ = 50° и различных значениях τ_a (*1* — τ_a = 0; *2*—τ_a = 0,1; *3*—τ_a = 0,2); расчеты по эмпирической формуле [8] — *4*, экспериментальные данные [9] — *5*

Сколько-нибудь обоснованное количественное сопоставление пространственных корреляционных функций потоков суммарной и рассеянной радиации с экспериментальными данными не представляется возможным. Дело в том, что в эксперименте определяются, как правило, временные корреляционные функции потоков и переход к пространственным возможен, если известна составляющая скорости перемещения облачного покрова вдоль плоскости наблюдения. Эта составляющая скорости не определена, поэтому ограничимся лишь качественным сравнением теоретических и экспериментальных нормированных корреляционных функций. Из эксперимента известны следующие характерные особенности [10]:

1) при $N \lesssim 0,6-0,7$ корреляционные функции потоков прямой $B_s(l)$ и суммарной $B_Q(l)$ радиации мало отличаются и почти всегда $B_Q(l) > B_s(l)$, $l = |\boldsymbol{R}_1 - \boldsymbol{R}_2|$, тогда как при больших N $B_Q(l)$ приближается к корреляционной функции $B_{Q_s}(l)$ потока рассеянной радиации и $B_{Q_s}(l) \geq B_Q(l)$;

2) радиус корреляции потока суммарной радиации может иметь минимум при $N = 0,2-0,3$;

3) корреляционная функция $B_{Q_s}(l)$ слабо зависит от N. Модельные корреляционные функции, представленные на рис. 4, имеют указанные выше качественные зависимости.

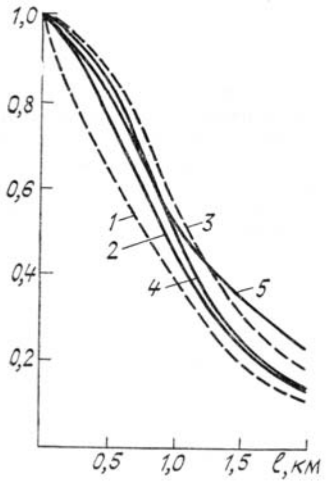

Рис. 4. Модельные корреляционные функции пропущенного солнечного излучения в зависимости от балла облачности при $\sigma = 25$ км$^{-1}$, $H = 0,5$ км, $D = 1,0$ км, $\xi_{\odot} = 50°$: суммарная — *2* ($N = 0,2$), *4* ($N = 0,1$), *5* ($N = 0,3$); прямая и рассеянная радиация — *1*, *3* ($N = 0,2$)

Сравнение результатов расчетов с данными натурных измерений показывает, что между теорией и экспериментом существует удовлетворительное согласие по всем сравниваемым здесь статистическим характеристикам радиации. Эта согласованность не достигалась путем специального подбора параметров задачи, поэтому она не является результатом «подгонки» и позволяет считать, что пуассоновские модели полей кучевых облаков и приближенные уравнения для стохастических характеристик излучения в главных чертах правильно отражают реальный процесс формирования радиационного поля.

1. Титов Г.А. //Оптика атмосферы. 1988. Т. 1. № 4. С. 3.
2. Титов Г.А. //Изв. АН СССР. ФАО. 1985. Т. 21. № 9. С. 940.
3. Скоринов В.Н., Титов Г.А. //В кн.: Методы и алгоритмы статистического моделирования. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР. 1983. С. 91.
4. Марчук Г.И., Михайлов Г.А., Назаралиев М.А. и др. Метод Монте-Карло в атмосферной оптике. Новосибирск: Наука, 1976. 283 с.
5. Журавлева Т.Б., Титов Г.А. //В кн.: Оптико-метеорологические исследования атмосферы. Новосибирск: Наука. 1987. С. 108.
6. Дейрменджан Д. Рассеяние электромагнитного излучения сферическими полидисперсными частицами. М.: Мир. 1971. 290 с.
7. Тимановская Р.Г., Фейгельсон Е.М. //В кн.: Теплообмен в атмосфере. М.: Наука. 1972. С. 112.
8. Радиация в облачной атмосфере //Под ред. Е.М. Фейгельсон, Л.: Гидрометеоиздат. 1981. 280 с.
9. Пылдмаа В.К., Тимановская Р.Г. //В кн.: Теплообмен в атмосфере.М.: Наука. 1972. С. 101.
10. Стохастическая структура полей, облачности и радиации //Под ред Ю.-А.Р. Мулламаа. Тарту. 1972. 281 с.

Институт оптики атмосферы
СО АН СССР, Томск

Поступила в редакцию
10 мая 1988 г.

T.B. Zhuravleva, G.A. Titov. **Solar Radiation Flux Correlation Function for Cumulus Cloudiness.**

A closed system of equations for the intensity variance and correlation function is derived within the framework of a broken cloudiness model based on the Poisson point fluxes.

A workable approach to the solution of the equations is developed. The calculation data on the statistical solar flux characteristics are compared with experimental observations.