

А.С. Запелов, Ю.Б. Ратнер

Эффекты квазигауссова характера распределения уклонов морской поверхности при лазерном зондировании

Морской гидрофизический институт НАН Украины, г. Севастополь

Поступила в редакцию 29.04.2002 г.

Анализируются данные натуральных измерений. Установлено, что отклонение распределения уклонов от распределения Гаусса приводит к росту вероятности бликов зеркального отражения при зондировании в надир. Показано, что вероятность зеркального отражения как функция скорости ветра в основном определяется изменением плотности зеркальных точек и в меньшей мере зависит от дисперсии уклонов.

Введение

До настоящего времени практически во всех моделях, описывающих рассеяние света морской поверхностью, используется ее представление в виде случайной движущейся гауссовой поверхности [1]. Такой подход используется как при анализе рассеяния солнечного света [2], так и при интерпретации результатов лазерного зондирования [3].

В то же время ряд натуральных экспериментов показывает, что морская поверхность не является строго гауссовой. В распределении уклона поверхности наблюдаются отклонения от распределения Гаусса, которые возрастают с усилением ветра [4 – 6]. Это приводит к изменению свойств границы океан – атмосфера, характеризующих ее как отражающую поверхность. В частности, изменение асимметрии продольной компоненты уклона с ростом скорости ветра проявляется в угловом смещении максимума отражения света [7].

Целью настоящей работы является оценка влияния отклонений статистики уклонов морской поверхности от распределения Гаусса на характеристики лазерного сигнала при зондировании в надир.

Двумерная модель квазигауссовой поверхности

Введем декартову систему координат, одна из осей которой ориентирована в направлении, совпадающем с основным направлением распространения волн, а другая – в ортогональном направлении. Обозначив возвышение поверхности как ξ , примем, что $d\xi/dx = \xi_u$ и $d\xi/dy = \xi_c$ являются продольной и поперечной компонентами уклона. Тогда компоненты уклона и его модуль ξ_m (или полный уклон) определяются выражениями:

$$\xi_u = \xi_m \cos \theta; \quad \xi_c = \xi_m \sin \theta; \quad \xi_m = \sqrt{\xi_u^2 + \xi_c^2},$$

где θ – направление уклона. Далее для всех характеристик уклонов индекс u соответствует продольной,

индекс c – поперечной компонентам, а индекс m – модулю уклона. Введем также σ^2 – дисперсию параметра, который будет обозначен нижним индексом.

Плотности вероятностей компонент уклона обозначим как $P_u(\xi_u)$ и $P_c(\xi_c)$. Поскольку продольная и поперечная компоненты уклона не коррелированы между собой, то двумерная плотность вероятностей уклона

$$P_{2D}(\xi_u, \xi_c) = P_u(\xi_u) P_c(\xi_c).$$

Перейдем от декартовой к полярной системе координат:

$$P_p(\xi_m, \theta) = \left| \frac{\partial(\xi_u, \xi_c)}{\partial(\xi_m, \theta)} \right| P_{2D}(\xi_u, \xi_c), \quad (1)$$

где якобиан $\left| \frac{\partial(\xi_u, \xi_c)}{\partial(\xi_m, \theta)} \right| = \xi_m$. Интегрируя $P_p(\xi_m, \theta)$ по всем направлениям, получаем статистическое распределение модуля уклона

$$P_m(\xi_m) = \int_0^{2\pi} P_p(\xi_m, \theta) d\theta. \quad (2)$$

Свойства поверхности, когда компоненты уклона подчиняются нормальному закону распределения, подробно исследованы в работе [1]. Было показано, что в этом случае вид распределения модуля уклона определяет один параметр – показатель трехмерности $\gamma = \sigma_c^2 / \sigma_u^2$, где σ_u^2 и σ_c^2 – дисперсии компонент уклона.

Чтобы учесть наблюдаемые отклонения распределений уклона от распределения Гаусса, обычно используют модели, в которых плотность вероятностей $P_u(\xi_u)$ и $P_c(\xi_c)$ аппроксимируется с помощью рядов Грама–Шарлье [4, 5]. Коэффициенты этого ряда рассчитываются по эмпирическим оценкам моментов распределения уклонов.

Обычно в экспериментах определяются моменты до четвертого порядка включительно. Поэтому, на практике, аппроксимация распределения уклонов

ограничена первыми пятью членами ряда Грама – Шарлье. Если ввести нормировку $\tilde{x} = x/\sigma_x$ и учесть, что средний уклон в любом направлении равен нулю, то распределение компонент уклонов можно записать в форме

$$P_{G-C}(\tilde{x}) = P_N(\tilde{x}) \times \left[1 + \frac{1}{6} \mu_3 H_3(\tilde{x}) + \frac{1}{24} (\mu_4 - 3) H_4(\tilde{x}) \right], \quad (3)$$

где P_N – нормальное распределение; μ_i – i -й статистический момент; H_i – ортогональный полином Чебышева – Эрмита i -го порядка. В данном случае $\mu_3 = A$ – асимметрия распределения, $\mu_4 - 3 = E$ – эксцесс.

Замена ряда Грама–Шарлье аппроксимацией (3) может привести к появлению отрицательных значений плотности вероятностей на «крыльях» распределения [8]. Однако при зондировании в надир в апертуру фотоприемника попадают только блики, сформированные площадками, ориентация которых близка к горизонтальной. Наклон площадки не должен превышать критического угла ξ_k . Значение ξ_k определяется геометрическими размерами апертуры фотоприемника и расстоянием от него до отражающей поверхности [9]. Натурные измерения, как правило, проводятся при очень малых критических углах. Поэтому использование здесь аппроксимации (3) является вполне корректным.

Связь характеристик бликов и уклона поверхности

Вероятность регистрации блика при лазерном зондировании в надир

$$\delta = \int_0^{\xi_k} P_m(\xi_m) d\xi_m \quad (4)$$

определяется двумя факторами: формой распределения $P_m(\xi_m)$ и дисперсией (или средним значением) модуля уклона. Рассмотрим эти факторы по отдельности.

В качестве критерия, определяющего влияние отклонений реальных распределений компонент уклона от распределения Гаусса, используем параметр

$$\varepsilon_1 = \delta / \int_0^{\xi_k} P_{mN}(\xi_m) d\xi_m, \quad (5)$$

где $P_{mN}(\xi_m)$ – распределение модуля уклона в ситуации, когда его компоненты распределены по нормальному закону.

Входящий в выражение (3) полином Чебышева – Эрмита третьего порядка $H_3(\tilde{x}) = \tilde{x}^3 - 3\tilde{x}$ обращается в нуль при $\tilde{x} = 0$. Поэтому при зондировании в надир в случае малых значений ξ_k влияние асимметрии продольной компоненты уклонов на величину ε_1 должно быть невелико. Ее, главным образом, долж-

ны определять эксцессы продольной и поперечной компонент уклонов.

Для расчета величины параметра ε_1 воспользуемся оценками статистических моментов компонент уклонов, полученными в трех экспериментах [4 – 6]. Средние значения E_c в этих экспериментах близки между собой, и можно принять, что $E_c = 0,4$. Для E_u были получены два значения: 0,23 и 0,4. Расчеты ε_1 , в случае, когда $\gamma = 1$, дали следующие результаты: при $E_u = 0,23$ и $E_c = 0,4$ параметр $\varepsilon_1 = 1,08$; при $E_u = 0,4$ и $E_c = 0,4$ параметр $\varepsilon_1 = 1,10$.

Рассмотрим ситуацию анизотропных уклонов, $\gamma < 1$. В работах [4 – 6] приводятся обратные величины квадрата показателя трехмерности γ , на основе которых среднее для трех экспериментов значение γ можно принять равным 0,81. Оказалось, что поскольку эффект анизотропии в равной степени влияет на вероятность δ в случае гауссовой и квазигауссовой поверхности, относительная вероятность ε_1 при изменении параметра γ остается практически постоянной.

Перейдем к анализу второго фактора – изменению уровня шероховатости морской поверхности. Будем полагать, что форма распределений компонент уклона с ростом скорости ветра W не меняется. В частности, это означает, что функция $P_m(\xi_m/\bar{\xi}_m)$ не меняется при изменении среднего значения модуля уклона $\bar{\xi}_m$.

Учитывая, что $\xi_k \ll \bar{\xi}_m$, функцию $P_m(\xi_m/\bar{\xi}_m)$ в окрестности нулевого значения модуля уклона можно аппроксимировать линейной зависимостью. Тогда вероятность δ_2 того, что значение модуля уклона удовлетворяет условию $0 \leq \xi_m \leq \xi_k$, пропорциональна отношению $[\xi_k/\bar{\xi}_m(W)]^2$.

Используя эмпирическую зависимость среднего значения модуля уклона от скорости ветра, $\bar{\xi}_m = 6,9 \cdot 10^{-3} W + 0,129$ [10], получаем

$$\delta_2(W) \sim (6,9 \cdot 10^{-3} W + 0,129)^{-2}. \quad (6)$$

Следует отметить, что выражение (6) справедливо для случая, когда размеры лазерного пятна на поверхности много меньше локального радиуса кривизны морской поверхности, т.е. когда изменением уклона внутри пятна можно пренебречь. Если же размеры пятна велики, то необходимо учитывать еще один фактор – увеличение плотности зеркальных точек на морской поверхности. Этот эффект должен приводить к росту вероятности зеркального отражения. При достаточно большом пятне может возникнуть ситуация, когда, начиная с некоторой скорости ветра, в его пределах будет постоянно находиться хотя бы одна зеркальная точка.

Вводя функцию $R(W)$, описывающую увеличение плотности зеркальных точек с ростом скорости ветра, получаем

$$\delta_3(W) = \delta_2(W) R(W). \quad (7)$$

Вид функции $R(W)$ будет определен ниже на основе экспериментальных данных.

Сравнение с данными лазерного зондирования

Для анализа воспользуемся результатами экспериментов по лазерному зондированию морской поверхности, проведенных на океанографической платформе Морского гидрофизического института. Оптическая схема прибора для лазерного зондирования и условия измерений описаны в работе [9]. Использовался прибор с совмещенными источником и приемником оптического сигнала. Диаметр апертуры фотоприемника равнялся 5 см. Зондирование проводилось в надир с высоты 5 м. Для данного фотоприемника и выбранных условий измерений $\xi_k = 0,0025$.

Диаметр пятна на невозмущенной поверхности равнялся 5 мм. Этот линейный размер превышает характерный масштаб длин волн, разделяющий гравитационно-капиллярный и капиллярный диапазоны, равный 4 мм. Поэтому можно было ожидать, что при средних и сильных ветрах наклон поверхности будет значительно меняться в пределах пятна.

По данным лазерного зондирования вероятность блика можно определить как

$$\delta_n(W) = \tau(W)/T, \quad (8)$$

где τ – суммарная длительность бликов, зарегистрированных за сеанс измерений продолжительностью T . Сравним, как меняются с изменением скорости ветра эмпирический параметр δ_n и модельная вероятность, определяемая только средним значением модуля уклона и плотностью зеркальных точек. В нашем эксперименте плотность зеркальных точек не определялась. Поэтому воспользуемся тем обстоятельством, что изменение плотности зеркальных точек пропорционально изменению частоты F регистрируемых бликов.

Рассмотрим относительные изменения вероятностей: $\epsilon_n(W) = \delta_n(W)/\delta_n(W_0)$, $\epsilon_2(W) = \delta_2(W)/\delta_2(W_0)$ и $\epsilon_3(W) = \delta_3(W)/\delta_3(W_0)$. Будем полагать, что $R(W) = F(W)/F(W_0)$. Для ϵ_2 нормирующий множитель определяется при $W_0 = 8$ м/с. Для остальных параметров нормирующий множитель определялся по данным лазерного зондирования как среднее для соответствующего параметра значение при $7,5 < W < 8,5$ м/с. Указанный диапазон скоростей ветра выбран потому, что при слабых ветрах наблюдается большой разброс статистик уклонов, а при значениях W выше этого диапазона начинают сказываться эффекты уменьшения интенсивности бликов ниже порога чувствительности фотоприемника.

Рост значений $\bar{\xi}_m$ и рост плотности бликов приводят к противоположным эффектам (рис. 1). С увеличением $\bar{\xi}_m$ вероятность регистрации бликов монотонно снижается. Изменение величины $\bar{\xi}_m$ от значений, соответствующих штилевым условиям, до значений, соответствующих $W = 15$ м/с, приводит к уменьшению параметра ϵ_2 в три раза.

Изменение $R(W)$ происходит в более широких пределах. В нашем эксперименте наблюдался рост

параметра F , когда ветер усиливался от штилевых значений до $W \approx 10$ м/с (рис. 1). Изменение характера зависимости $F = F(W)$ при $W > 10$ м/с обусловлено увеличением локальной кривизны поверхности, которое приводит к уменьшению интенсивности отраженного сигнала. Поэтому часть бликов, попадающих в апертуру фотоприемника, не регистрируется, так как их интенсивность оказывается ниже его порога чувствительности [9].

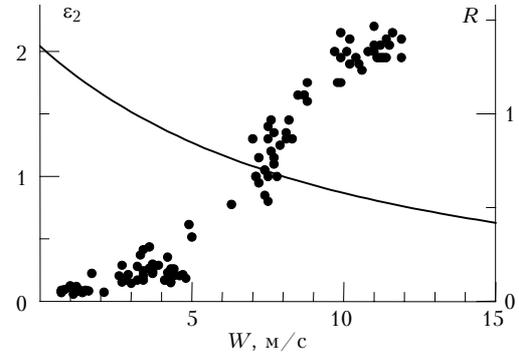


Рис. 1. Зависимости параметров R (точки) и ϵ_2 (сплошная линия) от скорости ветра W

Сопоставление зависимостей от скорости ветра параметров R и ϵ_2 показывает, что эффект, связанный с ростом плотности зеркальных точек, преобладает над эффектом, обусловленным ростом $\bar{\xi}_m$. Он в основном и определяет вид функции $\epsilon_3 = \epsilon_3(W)$.

Сравним, как меняются с изменением скорости ветра параметры ϵ_3 и ϵ_n . Для расчета значений параметра ϵ_n был взят тот же массив данных лазерного зондирования, который был использован для расчета значений параметра R . В целом поведение параметров ϵ_3 и ϵ_n во всем диапазоне скоростей ветра подобно (рис. 2).

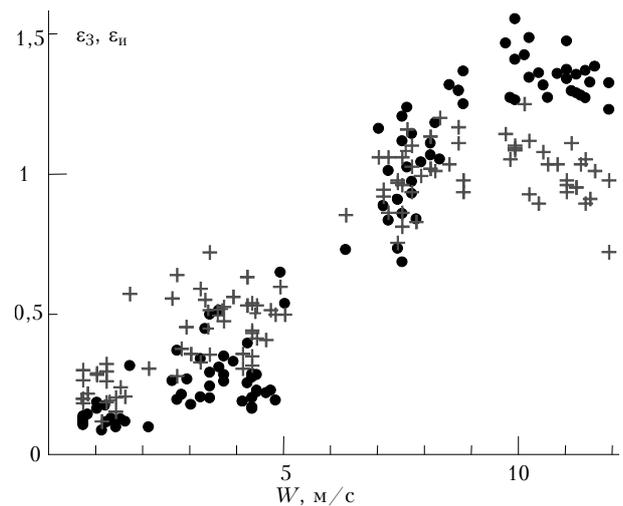


Рис. 2. Зависимости параметров ϵ_3 (точки) и ϵ_n (крестики) от скорости ветра W

Однако параметр ϵ_n меняется в несколько более узких пределах. В частности, это могло быть связано с тем, что в данном случае не учтено уменьшение локальных радиусов кривизны поверхности.

Выводы

Проведен анализ факторов, влияющих на вероятность регистрации бликов зеркального отражения при лазерном зондировании в надир. Показано, что наблюдаемые в натурных экспериментах отклонения распределений компонент уклонов от нормального закона должны приводить к росту вероятности бликов зеркального отражения при лазерном зондировании в надир. Это обусловлено тем, что значения эксцесса компонент уклонов превышают величину, соответствующую нормальному закону. Поскольку коэффициенты E_u и E_c не зависят от скорости ветра, то этот эффект является фактором, снижающим точность решения задачи определения скорости ветра по данным лазерного зондирования.

При усилении ветра наблюдается рост вероятности бликов зеркального отражения. Он происходит до тех пор, пока вследствие роста локальной кривизны поверхности и соответствующего уменьшения интенсивности бликов значительная часть из них не окажется ниже порога чувствительности фотоприемника. Установлено, что из двух факторов, влияющих на вероятность бликов зеркального отражения: изменение плотности точек зеркального отражения и изменение дисперсии уклонов, преобладающим является первый фактор.

A.S. Zapevalov, Yu.B. Ratner. Effects of quasi-Gaussian distribution of sea surface slopes at laser sounding.

From analysis of field measurement data, it is established that the deviation of slope distribution from the Gaussian distribution results in the increasing probability of mirror reflection when laser sounding is vertical. It is shown that the probability of mirror reflection as a function of wind velocity is generally determined by the density of mirror points and to a lesser degree depends on the slope variance.

1. Лонге-Хиггинс М.С. Статистический анализ случайной движущейся поверхности // Ветровые волны. М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1962. С. 125–218.
2. Гардашов Р.Г. Плотность распределения гауссовой кривизны морской поверхности в точках зеркального отражения // Изв. АН СССР. Физ. атмосф. и океана. 1991. Т. 27. № 12. С. 1367–1371.
3. Малиновский В.В., Гродский С.А., Кудрявцев В.Н., Смолов В.Е. Статистические характеристики лазерного сигнала, отраженного от морской поверхности // Морской гидрофиз. ж. 2000. № 3. С. 64–75.
4. Cox C., Munk W. Statistics of the sea surface derived from the sun glitter // J. Mar. Res. 1954. V. 13. N 2. P. 198–227.
5. Hughes B.A., Grant H.L., Chappell R.W. A fast response surface-wave slope meter and measured wind-waves components // Deep-Sea Res. 1977. V. 24. N 12. P. 1211–1223.
6. Христофоров Г.Н., Запёвалов А.С., Бабий М.В. Статистические характеристики уклонов морской поверхности при разных скоростях ветра // Океанология. 1992. Т. 32. Вып. 3. С. 452–459.
7. Longuet-Higgins M.S. On the skewness of sea-surface slopes // J. Phys. Oceanogr. 1982. V. 12. P. 1283–1291.
8. Кендалл М.Дж., Стьюарт А. Теория распределений. М.: Наука, 1966. 587 с.
9. Запёвалов А.С. Зависимость статистики бликов зеркального отражения при лазерном зондировании морской поверхности от характеристик ее локальных уклонов // Оптика атмосф. и океана. 2000. Т. 13. № 12. С. 1123–1127.
10. Запёвалов А.С. Статистические характеристики модуля уклона морской поверхности // Морской гидрофиз. ж. 2002. № 1. С. 51–59.