

# Динамическое управление адаптивно-оптической коррекцией турбулентных искажений лазерного излучения

В.В. Лавринов\*

*Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН  
634055, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1*

Поступила в редакцию 1.04.2017 г.

Показано, что эффективность адаптивной коррекции турбулентных искажений лазерного излучения значительно возрастает, если для управления корректирующим зеркалом используется алгоритм, синтезированный на основе прогноза измерений датчика волнового фронта Шэка–Гартмана. Применение прогнозирующего алгоритма управления позволяет минимизировать ошибку, связанную со временем запаздывания системы. Прогноз воспроизводимой зеркалом поверхности выполняется с помощью анализа фазовых флуктуаций во времени.

*Ключевые слова:* датчик волнового фронта Шэка–Гартмана, параметры турбулентности, скорость ветра, алгоритм управления; Shack–Hartmann wavefront sensor, turbulence parameters, wind speed, control algorithm.

## Введение

Для эффективной адаптивной коррекции турбулентных искажений необходимо учитывать конечное пространственно-временное разрешение системы адаптивной оптики (АО), т.е. ее способность формировать и реализовывать управление корректируемым волновым фронтом с заданным быстродействием и в рамках конечного диапазона пространственных масштабов. Пространственное разрешение адаптивной системы определяется конструкцией ее ключевых элементов. Временное разрешение зависит, с одной стороны, от рабочей полосы частот электронных, механических и оптических элементов системы, а с другой — от алгоритма управления корректирующим зеркалом. Улучшить временное разрешение адаптивной системы можно за счет оптимизации этого алгоритма путем построения прогноза турбулентных искажений оптического сигнала. Прогноз строится на основе анализа динамики изменения турбулентности или эволюции фазовых флуктуаций на входной апертуре адаптивной системы.

Любая система АО представляет собой динамическую систему с обратной связью, т.е. с постоянным временем запаздывания [1, 2], которое выражается в том, что корректирующее зеркало воспроизводит фазовую поверхность, соответствующую волновому фронту на входной апертуре системы, со значительной задержкой.

Для каждого элемента системы время и положение в фазовом пространстве находятся в функциональной зависимости от времени и положения в фазовом пространстве других ее элементов и описыва-

ются вектором состояния, а именно набором параметров в некоторый момент времени. Статистическое описание состояния системы лежит в основе фильтра Калмана [3], который определяет динамику вектора состояния через плотности вероятности распределения его компонент в каждый момент времени.

Использование фильтра Калмана для уменьшения временной задержки в системе АО было впервые предложено в 2002 г. [4] и экспериментально реализовано в 2006 г. на стенде системы АО Французского национального аэрокосмического научно-исследовательского центра ONERA для фильтрации шумов, возникающих в результате собственных колебаний измерительной системы [5].

Управление адаптивной системой с помощью алгоритма на основе прогнозирующей составляющей фильтра Калмана, примененного к измерениям датчика волнового фронта Шэка–Гартмана (ДВФ Ш–Г) [6], впервые было осуществлено в 2010 г. на модели, характеризующей атмосферную турбулентность в районе обсерваторий Паломар и Лик. Для оценки скорости ветра использовалась минимизация методом Гаусса–Ньютона.

Цель настоящей работы состоит в разработке статистически-оптимального алгоритма управления гибким зеркалом для системы АО Большого солнечного вакуумного телескопа (БСВТ, г. Иркутск). Данный алгоритм строится на основе анализа динамических и статических характеристик всех элементов указанной выше системы. Ее аналог в нашем случае представлен на экспериментальном стенде, использующем программы, которые имитируют атмосферную турбулентность и изменение последней под действием ветра [7, 8].

\* Виталий Валериевич Лавринов (lvv@iao.ru).

Синтез статистически-оптимального алгоритма управления адаптивным зеркалом на основе фильтра Калмана предполагает построение модели эволюции системы. Основные параметры, отвечающие за эволюцию, — это скорость ветра и структурная характеристика флуктуаций показателя преломления. Знание их высотных зависимостей позволяет рассчитать флуктуации параметров световой волны, распространяющейся в атмосфере, и, следовательно, учесть вызываемые турбулентностью искажения [9]. Необходимо построить численные модели атмосферной турбулентности и скорости ветра, характерные для места расположения оптической системы, а также усовершенствовать существующий алгоритм управления адаптивным зеркалом [10, 11].

## Модель формирования фазовых флуктуаций светового поля на входной апертуре адаптивной системы

Рассматривая варианты подходов для увеличения эффективности работы адаптивной системы в условиях БСВТ [11], следует исходить из того, что на входной апертуре системы АО световое поле эволюционирует случайным образом. Под этим процессом понимаются постепенные количественные изменения флуктуаций волнового фронта, в результате которых происходит его качественное изменение. Эволюция фазовых флуктуаций, или трансформация турбулентных неоднородностей, со временем характеризуется скоростью, которая включает в себя скорость ветрового переноса турбулентных неоднородностей, а также мелкомасштабные флуктуации  $C_n^2$ , присутствующие в реальной атмосфере [12]. Таким образом, распределение двумерного массива  $S_{L,M}$  коэффициентов Фурье для случайного поля фазовых флуктуаций на входной апертуре адаптивной системы в момент времени  $t$  задается в виде

$$S_{L,M} = [F_S(\mathbf{x}_{L,M})]^{1/2} \Delta \mathbf{x} \exp(i\varphi_{\text{rand}}) \times \exp(i\Delta \mathbf{x} t [v_x L + v_y M]), \quad (1)$$

где  $\mathbf{x}_{L,M} = \Delta \mathbf{x} \sqrt{(L^2 + M^2)}$ ;  $\Delta \mathbf{x}$  — шаг дискретизации по пространственной частоте;  $\varphi_{\text{rand}}$  — равномерно распределенная фаза Фурье-образа в интервале  $[0, 2\pi]$ ;  $L, M$  — индексы, соответствующие узлам расчетной сетки;  $\Delta \mathbf{x} = 2\pi / (N_{\text{grid}} \cdot \Delta \rho)$ ,  $\Delta \rho$  — расстояния между разнесенными точками с координатами  $\rho = (x, y)$ ;  $v_x = |\mathbf{v}| \cos \theta$ ,  $v_y = |\mathbf{v}| \sin \theta$  — поперечные составляющие скорости ветра,  $\theta$  — угол между направлением вектора скорости ветра и осью абсцисс. Компонента  $v_y$  невелика и ею можно пренебречь, полагая  $\theta = 0$ .

Спектральная плотность фазовых флуктуаций светового поля в пределах инерционного интервала  $l_0 \ll \rho \ll L_0$  определяется как [12]:

$$F_S(\mathbf{x}_{L,M}) = A(\alpha) r_0^{-5/3} (\mathbf{x}_{L,M}^2 + \mathbf{x}_0^2)^{-\alpha/2} \exp\left(-\frac{\mathbf{x}_{L,M}^2}{\mathbf{x}_m^2}\right), \quad (2)$$

где  $A(\alpha) = \frac{1,182}{\pi} \Gamma(\alpha - 1) \cos(\alpha\pi/2)$  — константа, согласующая структурную постоянную  $C_n^2$  с показателем степени  $\alpha - 3$ ,  $3 < \alpha < 5$ ; при этом  $\alpha = 3,67$  является частным случаем закона «двух третей» Колмогорова—Обухова [13]. Варьирование параметра  $\alpha$  определяет степень изменения структурной функции флуктуаций показателя преломления;  $\mathbf{x}_m = c(\alpha)/l_0$ ,  $\mathbf{x}_0 = 2\pi/L_0$  — волновые числа, соответствующие внутреннему и внешнему масштабам турбулентности,  $c(\alpha) = \{\pi A(\alpha) \Gamma(3/2 - \alpha/2) (1 - \alpha/3)\}^{1/(\alpha-5)}$ ,  $\Gamma(r)$  — гамма-функция, которая распространяется понятие факториала на дробные, отрицательные и комплексные значения аргумента  $r$ . При этом если  $r < 0$  и  $1 - r > 0$ , то  $\Gamma(r) = \frac{\pi}{\sin(\pi r) \Gamma(1 - r)}$ ; если  $0 < r < 1$ , то  $\Gamma(r) = \Gamma(r + 1)/r$ ; если  $r > 2$ , то  $\Gamma(r) = (r - 1) \Gamma(r - 1)$ .

Интенсивность турбулентных искажений характеризуется радиусом Фрида, который для плоской волны связан со структурной постоянной флуктуаций показателя преломления  $C_n^2$  соотношением  $r_0^{-5/3} = 0,423 \kappa^2 L C_n^2$ , где  $\kappa = 2\pi/\lambda$  — волновое число,  $\lambda$  — длина волны [14].

Поскольку обусловленные атмосферной турбулентностью фазовые флуктуации светового поля носят случайный характер и скорость их эволюции — тоже случайная величина, то алгоритм ее вычисления основывается на корреляционных свойствах измерений ДВФ Ш—Г. Для расчета скорости переноса турбулентных искажений излучения на входной апертуре адаптивной системы был применен алгоритм, в основе которого лежит корреляционный анализ измерений ДВФ Ш—Г [15] в виде координат энергетических центров тяжести фокальных пятен (центроидов) [16]:

$$\xi_k = \sum_{i=1}^{n_i} i I_i / \sum_{i=1}^{n_i} \sum_{j=1}^{n_j} I_{ij}; \quad \eta_k = \sum_{j=1}^{n_j} j I_j / \sum_{i=1}^{n_i} \sum_{j=1}^{n_j} I_{ij};$$

$$I_i = \sum_{j=1}^{n_j} I_{ij}; \quad I_j = \sum_{i=1}^{n_i} I_{ij}. \quad (3)$$

Здесь  $I_{ij}$  — измеренное значение интенсивности сигнала элемента с координатами  $i, j$  ( $i = 1, 2, \dots, n_i$ ;  $j = 1, 2, \dots, n_j$ ),  $n_i, n_j$  — размерности субапертур (число пикселей);  $k$  — номер субапертуры в линзовом растре,  $k = 1, 2, \dots$ ;  $N_{\text{lens}} \times N_{\text{lens}}$ ,  $N_{\text{lens}}$  — размерность линзового раstra.

Разности координат центроидов измеряемого волнового фронта и опорного  $S_k^x = \xi_k - \xi_k^0$ , определенные для каждой зарегистрированной гартманограммы, последовательно размещаются в матрице  $C_\xi$ , между столбцами которой вычисляются коэффициенты корреляции  $R_{\xi\xi}$ . Полагаем, что заданные турбулентные искажения за время  $\tau = N_{\text{scr}} \Delta t$  ( $N_{\text{scr}}$  — число гартманограмм;  $\Delta t$  — время между кадрами) переместились на расстояние  $0,31r_0$ , соответствующее

расстоянию между двумя коэффициентами корреляции с максимальными значениями  $N = 2\pi/(\Delta\epsilon\Delta t v_x)$ .

Анализ результатов показал, что корреляционный алгоритм на основе измерений датчика Шэка–Гартмана [15] вычисляет мгновенное значение скорости ветрового переноса турбулентных неоднородностей, а также определяет скорость эволюции фазовых флуктуаций волнового фронта в заданный момент времени. Для смоделированной по формулам (1) и (2) выборки случайных фазовых экранов корреляционный алгоритм отслеживает связь между скоростью переноса турбулентности, временем переноса и числом кадров между последним кадром и кадром со столбцом с максимальным коэффициентом корреляции в матрице  $C_{\xi}$  [12].

Ни одна система регистрации не обеспечивает идеального качества изображения исследуемых объектов, так как изображения подвергаются воздействию случайных помех или шумов. Фундаментальным недостатком ДВФ Ш–Г является пространственное ограничение его измерений: размер фокального пятна подстраивается варьированием расстояния между линзами в растре и плоскостью приемного устройства. Для движения фокального пятна в пределах субапертуры его радиус должен составлять не более трети ее размера согласно дифракционной картине Эйри. Это ограничивает диапазон наклонов волнового фронта, которые могут быть измерены с помощью датчика Шэка–Гартмана. Поэтому мы получаем данные лишь о макродеформациях волнового фронта, а информация о мелкоструктурных деформациях поверхности отсутствует [17]. Медленно эволюционирующие aberrации телескопа нивелируются в нашем случае использованием дифференциального подхода к измерениям ДВФ Ш–Г [18].

## Алгоритм управления на основе фильтра Калмана

Динамика изменений оптических неоднородностей турбулентной атмосферы на входной апертуре адаптивной системы характеризуется смещениями центроидов в плоскости регистрации датчика. Вектор состояния системы представляет собой матрицу из разностей координат центроидов  $S_k^x = \xi_k - \xi_k^0$ . Если опорный волновой фронт плоский, то  $S_k^x = \xi_k$ .

Пусть  $\tau$  – время, за которое произошло изменение системы в целом и координаты  $\xi_k$  в частности. Разностное уравнение изменения координаты  $\xi_k$  может быть записано в виде

$$\xi_k(t+1) = \xi_k(t) + \beta_k \xi_k(t) \Delta t \quad (4)$$

( $t = 0, \dots, N$  – дискретное время с интервалом  $\Delta t$ ;  $\beta_k$  – переменная, моделирующая изменение координаты  $\xi_k$  за время  $\Delta t$ ).

Динамическая система изменения координат  $\xi_k(t)$  (4) соответствует модели непрерывного времени для эволюции состояния системы и модели дискретных измерений для уточнения состояния, по-

этому модель фильтра может быть записана в виде стохастического дифференциального уравнения

$$\xi_k(t) = \xi_k(t-1) + \beta_k \xi_k(t-1) \Delta t + W_k(\Delta t), \quad (5)$$

где  $W_k(\Delta t)$  – ошибка модели прогноза изменения системы; выражение  $\beta_k \xi_k(t-1) \Delta t$  характеризует влияние переноса атмосферной турбулентности на положение координаты центроида.

Пусть  $\delta_k(t)$  – случайная величина, ошибка измерения координаты центроида  $\xi_k(t)$ , тогда датчик в момент времени  $t$  дает неточное значение координаты центроида:

$$\xi_k'(t) = \xi_k(t) + \delta_k(t). \quad (6)$$

Уравнение (4) используется для задания модели эволюции искомого параметра при построении фильтра Калмана, включающего в себя и ошибку модели, и ошибку измерений координат центроидов. Значение  $\xi_k^{\text{opt}}(t)$ , наиболее близкое к реальному значению координаты центроида с учетом запаздывания системы  $\xi_k(t+1)$ , определяется с помощью фильтра Калмана, который является оптимальным линейным фильтром с точки зрения среднеквадратичных приближений:

$$\xi_k^{\text{opt}}(t) = K_k \xi_k'(t) + (1 - K_k) (\xi_k^{\text{opt}}(t-1) + \beta_k \xi_k(t-1) \Delta t). \quad (7)$$

Коэффициент  $K_k$  определяется в результате минимизации выражения  $\epsilon_k(t+1) = \xi_k(t+1) - \xi_k^{\text{opt}}(t+1)$ , откуда  $\epsilon_k(t+1) = (1 - K_k)(\epsilon_k(t) + W_k(\Delta t)) - K_k \delta_k(t+1)$ . Среднее значение квадрата ошибки  $\epsilon_k^2(t+1)$  стремится к минимуму:  $\langle \epsilon_k^2(t+1) \rangle \rightarrow \min$ , т.е.  $(1 - K_k)^2 \times \langle (\epsilon_k^2(t) + \sigma_W^2) \rangle - K^2 \sigma_\delta^2 \rightarrow \min$ . Коэффициент Калмана имеет вид

$$K_k(t+1) = \frac{\langle (\epsilon_k^2(t) + \sigma_W^2) \rangle}{\langle (\epsilon_k^2(t) + \sigma_W^2 + \sigma_\delta^2) \rangle}. \quad (8)$$

Здесь  $\sigma_\delta^2$  – дисперсия ошибок измерений координаты  $\xi_k$ ;  $\sigma_W^2$  – дисперсия ошибок модели. Оптимальное прогнозируемое значение вычисляется следующим образом:

$$\xi_k^{\text{opt}}(t) = K_k(t) \xi_k'(t) + (1 - K_k(t)) \xi_k^{\text{opt}}(t-1). \quad (9)$$

Традиционно в фазосопряженной системе АО управляющие зеркалом напряжения  $u_j$  определяют при решении системы уравнений [16, 19]:

$$\sum_{j=1}^{N_{\text{act}}} u_j \cdot S_{jk}^x = S_k^x; \quad \sum_{j=1}^{N_{\text{act}}} u_j \cdot S_{jk}^y = S_k^y, \quad (10)$$

где  $j$  – номер функции отклика;  $N_{\text{act}}$  – число управляющих электродов зеркала;  $k = 1, 2, \dots, N_{\text{lens}} \times N_{\text{lens}}$  – номер субапертуры датчика волнового фронта;  $S_k^x = \xi_k - \xi_k^0$ ,  $S_k^y = \eta_k - \eta_k^0$  – разности координат центроидов, измеренные на  $k$ -й субапертуре, и соответствующие наклонам волнового фронта, приходящего на входную апертуру системы; в случае плоского опорного волнового фронта  $S_k^x = \xi_k$ ,  $S_k^y = \eta_k$ ;

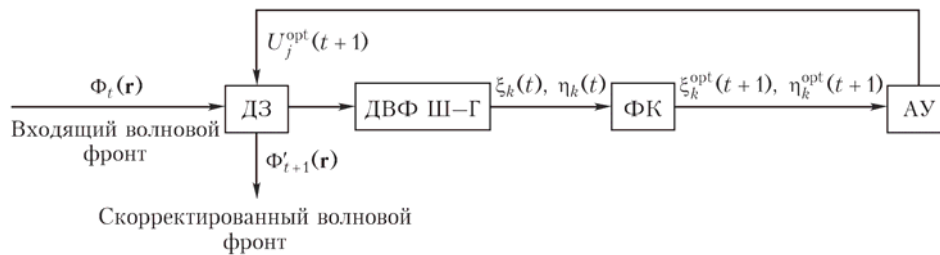


Рис. 1. Структурная схема алгоритма управления деформируемым зеркалом с использованием фильтра Калмана: ДЗ – деформируемое зеркало; ФК – фильтр Калмана; АУ – алгоритм управления

$S_{jk}^x, S_{jk}^y$  – разности координат центроидов, предварительно вычисленные для  $j$ -й функций отклика зеркала.

Применение фильтра Калмана к измерениям ДВФ Ш–Г позволяет организовать управление по напряжениям  $u_j^{opt}$ , которые находятся из системы уравнений

$$\sum_{j=1}^{N_{act}} u_j^{opt} \cdot S_{jk}^x = S_k^{opt,x}, \quad \sum_{j=1}^{N_{act}} u_j^{opt} \cdot S_{jk}^y = S_k^{opt,y}, \quad (11)$$

оптимальные прогнозируемые значения  $S_k^{opt,x} = \xi_k^{opt}(i)$  вычисляются по формуле (9). При этом  $S_k^{opt,y} = \eta_k(i)$  в предположении, что поперечная компонента скорости  $v_y$  невелика.

На рис. 1 продемонстрирована схема динамического адаптивного управления коррекцией лазерного излучения на основе фильтра Калмана: по прогнозируемым координатам центроидов  $\xi_k^{opt}$  определяются оптимальные значения управляющих напряжений  $u_j^{opt}$ , которые воздействуют на зеркало в точках размещения элементов управления.

### Эксперимент по динамическому управлению адаптивно-оптической коррекцией лазерного излучения на имитационном стенде

Сценарий эксперимента следующий (рис. 2): лазерное излучение от источника 1 с плоским волновым фронтом падает на деформируемое зеркало 2. Его поверхность воспроизводит фазовые искажения, полученные с помощью модели, имитирующей ветровой перенос турбулентных неоднородностей и мелкомасштабные флуктуации структурной характеристики показателя преломления во времени.

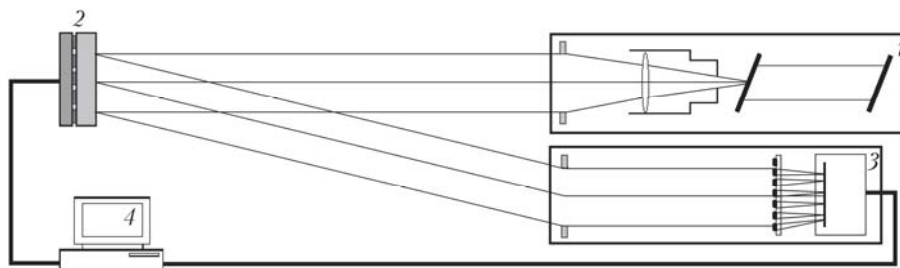


Рис. 2. Схема модельного эксперимента на имитационном стенде: 1 – источник лазерного излучения с плоским волновым фронтом 633 нм; 2 – биморфное деформируемое зеркало; 3 – датчик волнового фронта Шэка–Гартмана; 4 – система управления на ПК

Искаженный волновой фронт регистрируется датчиком Шэка–Гартмана 3, состоящим из раstra внеосевых дифракционных линз ( $8 \times 8$  микролинз с числовой апертурой 0,005 и размером квадратных субапертур  $640 \times 640$  мкм) и видеокамеры фирмы DALSA DS-41-300K0262 ( $512 \times 512$  пикселей; 1 пиксель равен 10 мкм, частота регистрации 260 кадров в секунду). Погрешность измерений датчика составляет не более 0,15 пикселей [20].

С целью обеспечения работы системы АО при различных режимах турбулентности использовался алгоритм «слеящего окна» [20] для уменьшения ошибки в определении координат центроидов.

Зеркало DM-150-32 [21] на основе биморфного пьезоэлемента 2 представляет собой круглую кварцевую пластину, на которую наклеен пьезокерамический диск. При подаче управляющего напряжения на электроды, нанесенные на пьезокерамический диск, под действием обратного пьезоэффекта верхняя пластина расширяется, а нижняя сокращается, возникает изгибающий момент, который деформирует поверхность зеркала. Благодаря такой конструкции при подаче напряжения на один элемент управления изменяется вся поверхность зеркала, при подаче напряжения на все элементы поверхность зеркала приобретает сложную форму. Самым простым способом представления фазовой поверхности зеркала является аппроксимация измеренных датчиком локальных наклонов в виде комбинации полиномов Цернике [16, 20].

Модели, имитирующие ветровой перенос неоднородностей и мелкомасштабные флуктуации  $C_n^2$  во времени [12], представляют собой последовательности коррелированных турбулентных экранов, каждый из которых задается уравнениями (1), (2) и моделируется на компьютере в виде двумерного массива размером  $512 \times 512$  пикселей.

Анализ возможностей измерения скорости ветра с помощью ДВФ Ш–Г выполнен для различных значений радиуса Фрида  $r_0$  (1–10 см), характеризующего интенсивность турбулентных искажений, величин параметра  $\alpha$ , регулирующего вклад случайных флуктуации  $C_n^2$  в трансформацию неоднородностей атмосферы в сравнении с их переносом, и значений параметра  $\tau$ , формирующего эволюцию фазовых флуктуаций во времени. Варьировались время между кадрами, пропорциональное частоте регистрации камеры, и поперечная составляющая скорости ветра от 1 до 15 м/с.

Статистический анализ эффективности динамического управления адаптивно-оптической коррекцией лазерного излучения, турбулентные искажения которого соответствуют  $r_0 = 5$  см, проведен для скорости поперечного ветрового переноса 4 м/с.

### Анализ результатов

Для анализа эффективности статистически-оптимального алгоритма управления гибким зеркалом в системе АО сопоставление проводилось с ее эталоном, т.е. системой, в которой отсутствует времен-

ная задержка [1, 2]. Корректирующее зеркало воспроизводит фазовую поверхность, соответствующую волновому фронту на входной апертуре системы в заданный момент. Время, затрачиваемое на обработку сигнала зеркалом, равно нулю. Другими словами, волновой фронт на входной апертуре системы – результат его реконструкции по 35 полиномам Цернике [16] – и фазовая поверхность зеркала, моделируемая по 24 заданным функциям отклика зеркала, представляют собой двумерные распределения, зафиксированные в один момент времени.

Модель турбулентности, задаваемая уравнениями (1), (2), имитирует искаженный волновой фронт на входной апертуре системы. Результат поперечного ветрового переноса модели волнового фронта представлен на рис. 3, а. Мелкомасштабные флуктуации  $C_n^2$  формируются параметром  $\alpha$  и образуют последовательность из неповторяющихся волновых фронтов (рис. 3, в). Зависимость параметра  $\alpha$  от времени описывается функцией  $f(t) = 4,4 - \exp(-0,01(t - 1))$  (рис. 3, а).

Статистический анализ сформированных фазовых распределений случайного экрана, результата его реконструкции и фазовой поверхности зеркала, меняющихся со временем, представлен на графиках

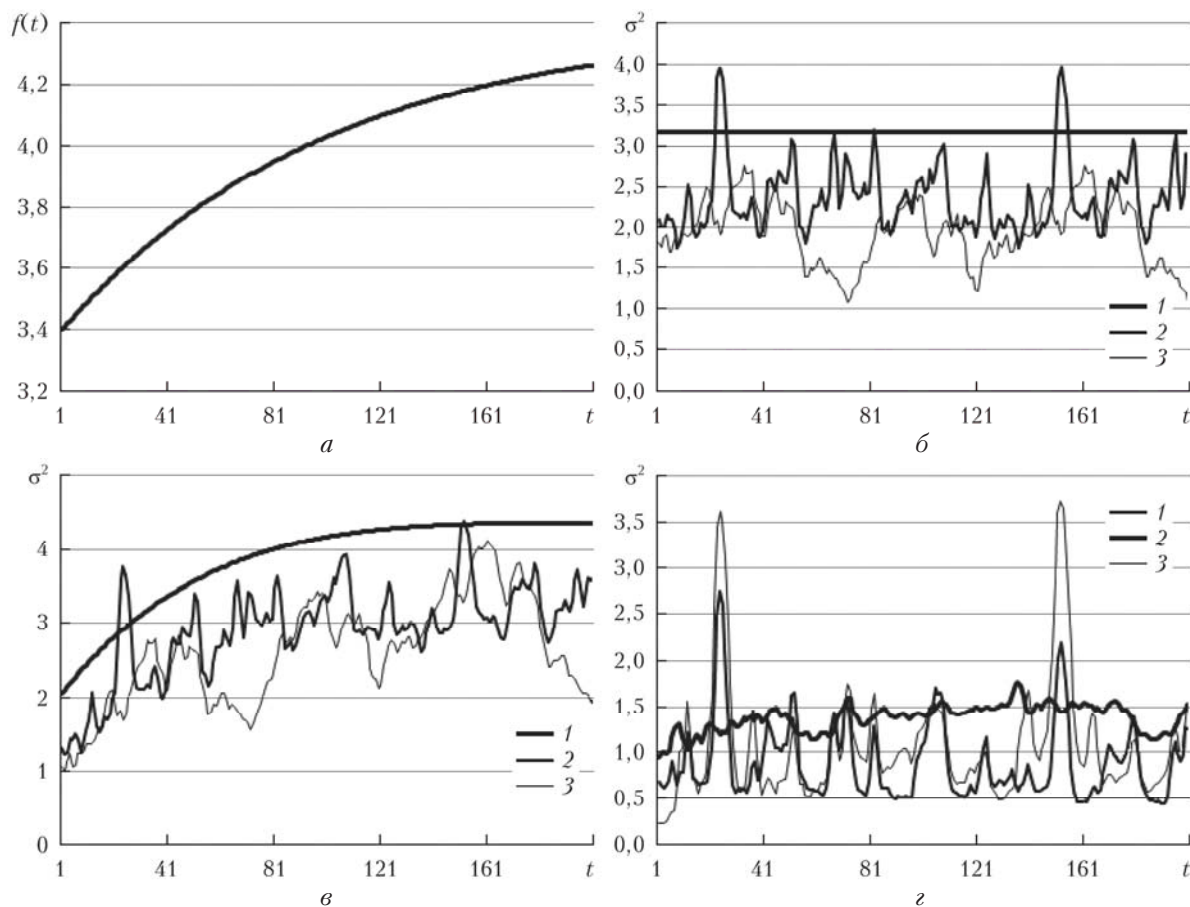


Рис. 3. Изменения параметра  $\alpha$  (а) и дисперсии амплитуды колебаний фазы относительно ее среднего значения: модель волнового фронта без мелкомасштабных флуктуаций  $C_n^2$  (б) и с флуктуациями (в): 1 – модель волнового фронта, 2 – результат его реконструкции, 3 – фазовая поверхность зеркала; дисперсия амплитуды колебаний разности фаз (г): 1 – между моделью волнового фронта и результатом его реконструкции, 2 – между моделью и фазовой поверхностью зеркала, 3 – между реконструированным волновым фронтом и поверхностью зеркала

в виде дисперсии амплитуды колебаний фазы в каждом пикселе распределения относительно ее среднего значения (рис. 3, б, в). Рис. 3, г демонстрирует изменения во времени дисперсии амплитуды колебаний разности фаз между моделью волнового фронта, результатом его реконструкции и фазовой поверхностью зеркала. Дисперсия  $\sigma^2$  на рис. 3, б–г имеет размерность длины волны  $\lambda$ . Дисперсия разности между моделью волнового фронта и фазовой поверхностью зеркала (см. рис. 3, г, кривая 2) для системы АО без задержки характеризуется небольшим разбросом в пределах одной длины волны, причем максимальную ошибку дает реконструкция волнового фронта.

Чтобы проанализировать работу реальной системы АО, зададим временную задержку  $0 < \tau < \Delta t$ , где  $\Delta t = 1/\nu$  – время между кадрами,  $\nu$  – частота камеры, регистрирующей изображение фокальных пятен датчиком Шэка–Гартмана. Тогда для имитации динамической атмосферной турбулентности распределение двумерного массива  $\tilde{S}_{L,M}$  коэффициентов Фурье для случайного поля фазовых флуктуаций вдоль входной апертуры адаптивной системы в момент времени  $t + \tau$ , согласно выражению (2), должно иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{L,M} &= [F_S(\mathbf{x}_{L,M})]^{1/2} \Delta \mathbf{x} \exp(i\varphi_{\text{rand}}) \exp(i\Delta \mathbf{x}(t + \tau)v_x L) = \\ &= [F_S(\mathbf{x}_{L,M})]^{1/2} \Delta \mathbf{x} \exp(i\varphi_{\text{rand}}) \exp(i\Delta \mathbf{x} t v_x L) \times \\ &\quad \times \exp(i\Delta \mathbf{x} \tau v_x L) = S_{L,M} \exp(i\Delta \mathbf{x} \tau v_x L). \end{aligned} \quad (12)$$

На рис. 4 представлены результаты статистического анализа сформированных фазовых распределений для системы АО, работающей с временной задержкой  $\tau$ , в сравнении с системой без задержки ( $\tau = 0$  мс). Для имитации турбулентности на входной апертуре системы использовалась модель волнового фронта с мелкомасштабными флуктуациями  $C_n^2$ . На рис. 4 показаны результаты усреднения по выборке случайных фазовых экранов (2).

Время между кадрами при частоте камеры 200 Гц составляет  $\Delta t = 5$  мс. Величина временной задержки  $\tau$  варьируется от 1 до 3 мс. С увеличением  $\tau$  дисперсия амплитуды колебаний фазы относительно ее среднего значения  $\sigma^2$  растет для усредненного моделируемого волнового фронта (рис. 4, а), усредненного результата его реконструкции (рис. 4, б) и усредненной фазовой поверхности зеркала (рис. 4, в).

На рис. 4, г представлено усредненное изменение дисперсии амплитуды колебаний разности фаз между

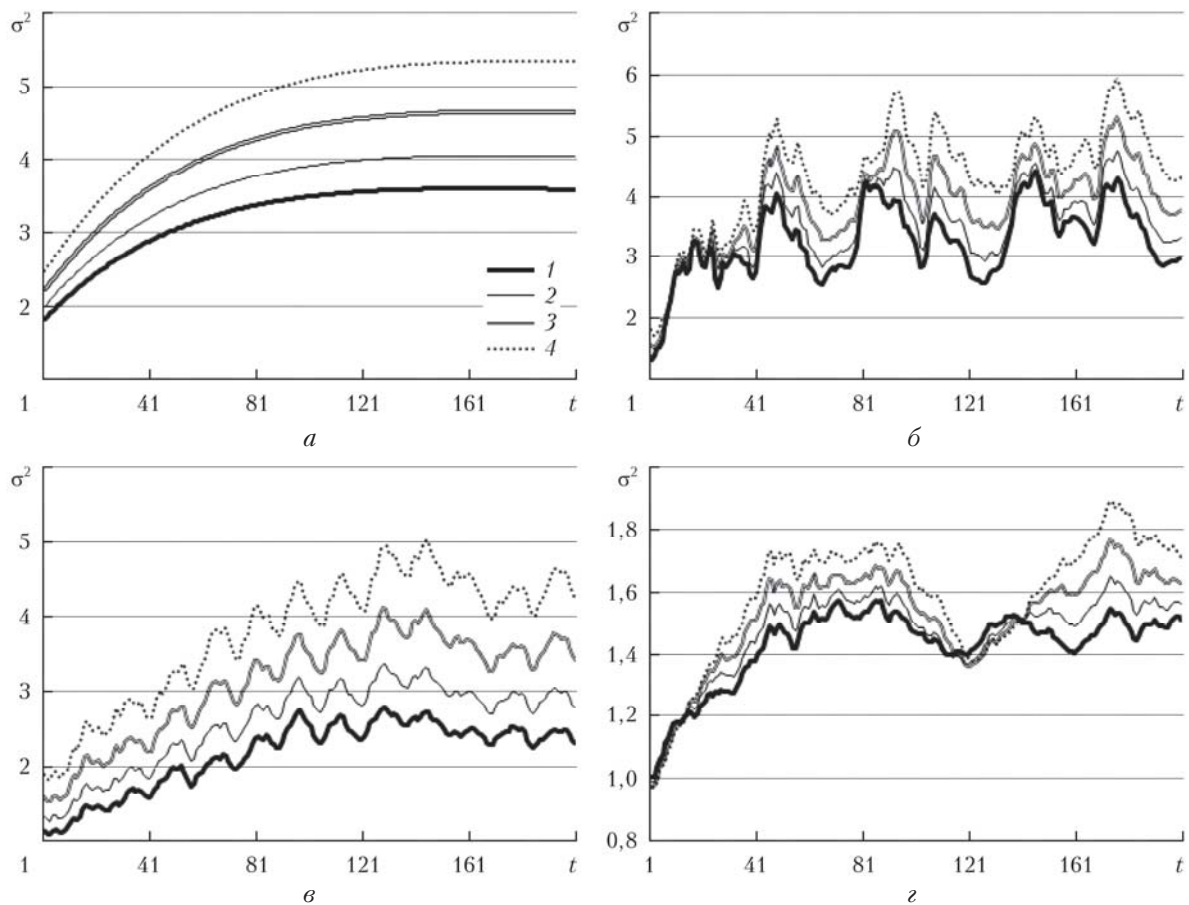


Рис. 4. Изменение дисперсии амплитуды колебаний фазы относительно ее среднего значения для модели волнового фронта (а); для результата реконструкции волнового фронта (б); для фазовой поверхности зеркала (в); дисперсия амплитуды колебаний разности фаз между моделью и поверхностью зеркала (г): 1 соответствует  $\tau = 0$ ; 2 –  $\tau = 1$ ; 3 –  $\tau = 2$ ; 4 –  $\tau = 3$  мс

распределениями, одно из которых имитирует волновой фронт на входной апертуре системы, второе соответствует фазовой поверхности зеркала. Видно, что дисперсия растет с увеличением  $\tau$ , но этот рост нагляден на одних участках графика и менее заметен на других, или же дисперсия даже уменьшается.

Для всех значений  $\tau$  дисперсия фазовой поверхности зеркала меньше дисперсии модели волнового фронта, если  $t$  меняется от 1 до 14 и от 118 до 139, что соответствует изменению  $\alpha$  от 3,4 до 3,52 и от 4,089 до 4,148 (см. рис. 3, *a*).

На рис. 5 приведены результаты применения статистически-оптимального алгоритма управления гибким зеркалом в системе АО (см. рис. 2). Кривая 1 соответствует дисперсии волнового фронта для системы АО без задержки, 2 – для запаздывающей системы с временной задержкой  $\tau = 1$  мс, 3 – для системы с задержкой  $\tau = 1$  мс и применением к измерениям датчика фильтра Калмана, выполняющего прогноз координат центроидов. По прогнозируемым координатам центроидов  $\xi_k^{opt}$  определяются оптимальные значения коэффициентов полиномов Цернике, по которым реконструируется волновой фронт (рис. 5, *a*), и оптимальные значения управляющих напряжений  $u_j^{opt}$ , при воздействии

которых на элементы управления формируется фазовая поверхность зеркала (рис. 5, *б*).

Из анализа данных на рис. 5, *a, б* следует, что усредненная по времени дисперсия волнового фронта для системы АО без временной задержки составляет  $1,66\lambda$ , для системы с запаздыванием на  $\tau = 1$  мс –  $1,84\lambda$ , для системы АО с задержкой и применением рассчитанного по измерениям датчика прогнозирующего фильтра Калмана –  $1,74\lambda$ .

Среднеквадратичная ошибка волнового фронта является функцией турбулентной атмосферы и параметров системы АО. Поскольку атмосферная турбулентность – это случайный процесс, то и ошибка волнового фронта является случайной функцией в смысле среднего ожидаемого значения его дисперсии. Необходимо уметь минимизировать ожидаемую остаточную дисперсию путем оптимальной обработки измеренных датчиком данных. Наибольшее преимущество оптимального управления волновым фронтом проявляется при низком уровне отношения сигнал-шум, что достигается максимизацией числа Штреля [4].

При разложении измеренного датчиком волнового фронта по полиномам Цернике лучше всего для оценки числа Штреля использовать формулу Маршала [22], которая позволяет оценить число

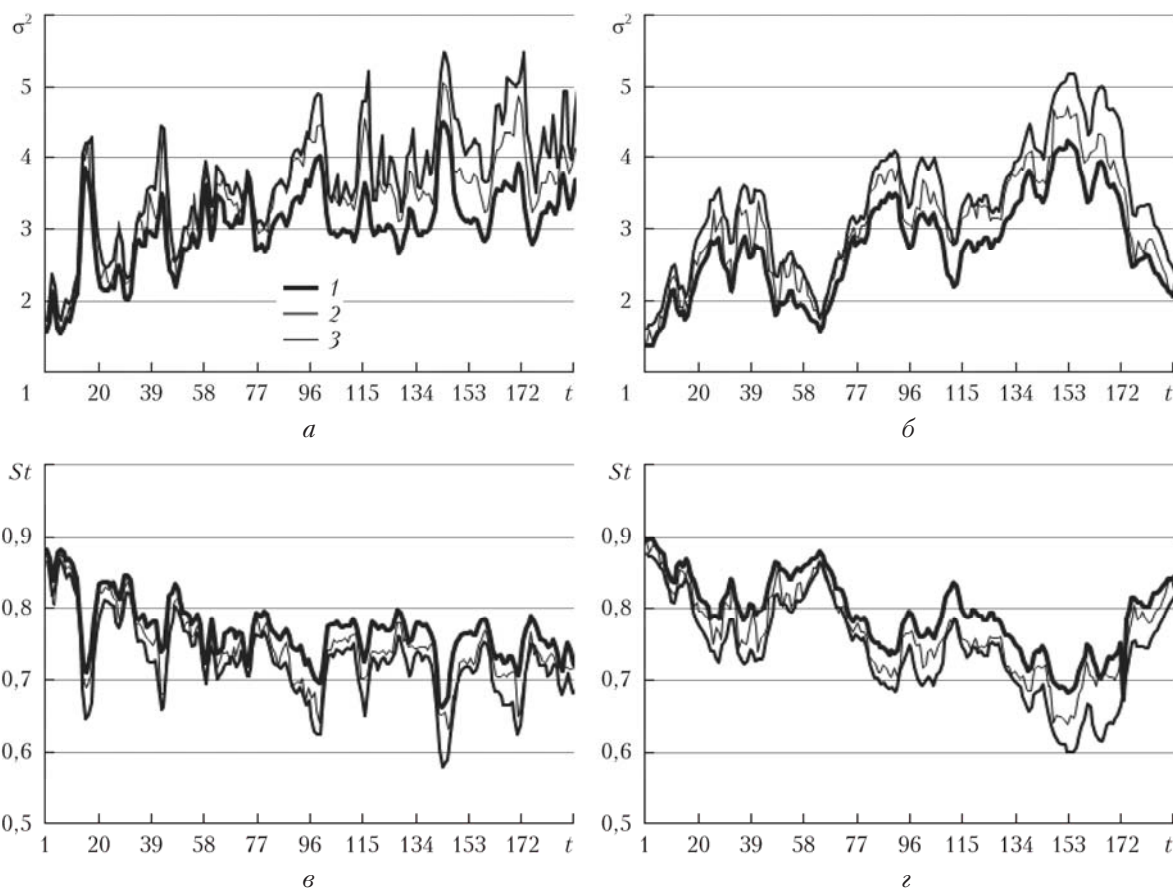


Рис. 5. Изменение дисперсии амплитуды колебаний фазы относительно ее среднего значения: результат реконструкции волнового фронта (*a*); фазовая поверхность зеркала (*б*); число Штреля для результата реконструкции (*в*) и для фазовой поверхности зеркала (*г*): 1 соответствует  $\tau = 0$ ; 2 –  $\tau = 1$  мс; 3 – результат применения фильтра Калмана к измеренным датчиком координатам центроидов

Штреля через средний квадрат деформации волнового фронта:  $St = 1 - 4\pi^2\sigma^2$ . На рис. 5, в, г показано, что применение фильтра Калмана к измеренным датчиком координатам центровидов позволяет повысить число Штреля.

### Заключение

Оптимизация алгоритма управления адаптивной системой путем построения прогноза искажений оптического сигнала на основе применения фильтра Калмана к измерениям ДВФ Ш–Г улучшает временное разрешение системы независимо от рабочей полосы частот ее электронных, механических и оптических элементов, т.е. быстродействие и точность коррекции турбулентных искажений лазерного излучения повышается без усовершенствования элементной базы системы.

Прогноз выполняется в режиме мониторинга измерений ДВФ Ш–Г и предполагает знание мгновенного значения скорости эволюции фазовых флуктуаций или, согласно гипотезе «замороженности» турбулентности, вычисление мгновенного значения скорости поперечного ветрового переноса светового поля на входной апертуре адаптивной системы. Вычисление скорости ветрового переноса турбулентных неоднородностей также должно выполняться в режиме мониторинга.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 17-79-20077.

1. Лукин В.П. Динамические характеристики адаптивных оптических систем // Оптика атмосф. и океана. 2010. Т. 23, № 11. С. 1027–1035.
2. Антошкин Л.В., Лавринов В.В., Лавринова Л.Н., Лукин В.П., Туев М.В. Особенности опережающей коррекции турбулентных искажений по измерениям датчика Шэка–Гартмана // Оптика атмосф. и океана. 2010. Т. 23, № 11. С. 1042–1047; *Antoshkin L.V., Lavrinov V.V., Lavrinova L.N., Lukin V.P., Tudev M.V.* Peculiarities of forestalling correction of the turbulent distortions according to measurements of the Shack–Hartmann sensor // *Atmos. Ocean. Opt.* 2011. V. 24, N 3. P. 313–318.
3. Kalman R.E. A new approach to linear filtering and prediction problems // *J. Basic Eng.* 1960. V. 82, N 1. P. 35–45.
4. Gavel D.T., Wiberg D. Towards Strehl-optimizing adaptive optics controllers // *Proc. SPIE.* 2003. V. 4839. P. 890–901.
5. Petit C., Conan J.-M., Kulcsar C., Raynaud H.-F., Fusco T., Montri J., Rabaud D. First laboratory demonstration of closed-loop Kalman based optimal control for vibration filtering and simplified MCAO // *Proc. SPIE.* 2006. V. 6272. P. 62721T.
6. Johnson L.C., Gavel D.T., Wiberg D.M. Bulk wind estimation and prediction for adaptive optics control systems // *J. Opt. Soc. Am. A.* 2011. V. 28, N 8. P. 1566–1577.
7. Венедиктов В.Ю., Венедиктов Д.В., Горелая А.В., Дмитриева А.Д., Дмитриев Д.И., Кудряшов А.В., Ловчий И.Л., Цветков А.Д., Шалымов Е.В., Шелдакова Ю.В., Шубенкова Е.В. Исследование распространения и адаптивно-оптической коррекции лазерного пучка на изолированной от внешнего воздействия атмосферной трассе // Оптика атмосф. и океана. 2016. Т. 29, № 11. С. 942–948.

8. Киселев В.Ю., Берченко Е.А., Филатов А.С., Коняев П.А., Лавринова Л.Н., Лукин В.П. Имитатор фазовых искажений волнового фронта // Фотоника. 2014. Т. 46, № 4. С. 34–49.
9. Большасова Л.А., Лукин В.П. Аналитические модели высотной зависимости структурной постоянной показателя преломления турбулентной атмосферы для задач адаптивной оптики // Оптика атмосф. и океана. 2016. Т. 29, № 11. С. 918–933.
10. Ягнятский Д.А., Ляхов Д.М., Боршевников А.Н., Федосеев В.Н. Алгоритм управления адаптивной оптической системой на основе минимизации радиуса фокального пятна // Оптика атмосф. и океана. 2016. Т. 29, № 11. С. 949–953; *Yagnyatinskiy D.A., Lyakhov D.M., Borshevnikov A.N., Fedoseyev V.N.* A control algorithm for an adaptive optics system based on the focal spot radius minimization // *Atmos. Ocean. Opt.* 2017. V. 30, N 2. P. 198–202.
11. Лавринов В.В., Копылов Е.А., Лукин В.П. Разработка эффективных алгоритмов управления адаптивными оптическими системами для астрономических приборов и лазерных оптоэлектронных систем // Сб. трудов V научно-технической конференции ОАО «ГСКБ "Алмаз-Антей"», Москва, 25–27 сентября 2014 г. М.: Алмаз-Антей, 2014. С. 476–483.
12. Антошкин Л.В., Лавринов В.В., Лавринова Л.Н. Численный анализ эволюции фазовых флуктуаций светового поля на входной апертуре адаптивной оптической системы // Оптика атмосф. и океана. 2016. Т. 29, № 11. С. 926–933.
13. Toselli Introducing the concept of anisotropy of different scales for modeling optical turbulence // *J. Opt. Soc. Am. A.* 2014. V. 31, N 8. P. 1868–1875.
14. Лукин В.П., Фортес Б.В. Адаптивное формирование пучков и изображений в атмосфере. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1999. 211 с.
15. Антошкин Л.В., Голенева Н.В., Лавринов В.В., Лавринова Л.Н. Метод вычисления поперечных составляющих скорости ветра на входной апертуре адаптивной системы по измерениям датчика волнового фронта Шэка–Гартмана // Автометрия. 2015. Т. 51, № 6. С. 63–69.
16. Рукосуев А.Л., Кудряшов А.В., Лылова А.Н., Самаркин В.В., Шелдакова Ю.В. Адаптивная оптическая система для коррекции волнового фронта в реальном времени // Оптика атмосф. и океана. 2015. Т. 28, № 2. С. 189–195.
17. Богачев В.А., Гаранин С.Г., Стариков Ф.А., Шнякин Р.А. Расчетное моделирование адаптивной фазовой коррекции регулярных, вихревых и некогерентных многомодовых лазерных пучков без датчика волнового фронта // Оптика атмосф. и океана. 2016. Т. 29, № 11. С. 934–941; *Bogachev V.A., Garanin S.G., Starikov F.A., Shnyagin R.A.* Numerical simulation of sensorless adaptive phase correction of regular, vertical and incoherent multimode laser beams // *Atmos. Ocean. Opt.* 2017. V. 30, N 2. P. 191–197.
18. Антошкин Л.В., Лавринов В.В., Лавринова Л.Н., Лукин В.П. Дифференциальный метод в измерении параметров турбулентности и скорости ветра датчиком волнового фронта // Оптика атмосф. и океана. 2008. Т. 21, № 1. С. 75–80.
19. Лавринов В.В., Лавринова Л.Н., Туев М.В. Численное исследование алгоритма вычисления напряжений, выполняющих управление гибким зеркалом, в зависимости от представления информации о волновом фронте // Оптика атмосф. и океана. 2014. Т. 27, № 10. С. 925–931.
20. Лукин В.П., Ботыгина Н.Н., Емалеев О.Н., Корольков В.П., Лавринова Л.Н., Насыров Р.К., Полещук А.Г.,



Черкашин В.В. Датчик Шэка–Гартмана на основе растра низкоапертурных внеосевых дифракционных линз // Автометрия. 2009. Т. 45, № 2. С. 88–98.

21. Копылов Е.А., Лукин В.П. Статистические характеристики биморфного зеркала DM2-100-31 и возможность его применения в адаптивной оптической схеме

Большого солнечного вакуумного телескопа // Оптика атмосф. и океана. 2010. Т. 23, № 12. С. 1111–1113.

22. Sean Ross T. Limitations and applicability of the Maréchal approximation // Appl. Opt. 2009. V. 48, N 10. P. 1812–1818.

*V.V. Lavrinov. Dynamic control of adaptive optics correction of turbulent distortions in laser beams.*

It is shown that the efficiency of adaptive correction of turbulent distortions of laser radiation increases if the correcting mirror is controlled via an algorithm synthesized on the basis of prediction of Shack–Hartmann wavefront sensor measurements. The use of the predictive control algorithm makes it possible to minimize the error that associated with the time delay of the system. The prediction of the surface reproduced by the mirror is performed on the basis of an analysis of phase fluctuations in time.