

В.В. Зуев, Л.И. Петрова

## К ВОПРОСУ О ДЕТЕРМИНИСТСКОЙ СВЯЗИ МЕЖДУ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ МОЛЕКУЛ ПО КВАНТОВЫМ СОСТОЯНИЯМ И СКОРОСТЯМ ДВИЖЕНИЯ

На примере самоуширения СО показано, что сильные бинарные столкновения молекул через распределение молекул по квантовым состояниям задают каждому квантовому числу  $J$  вероятнейшую скорость молекулы  $v_J$ .

В УАТКФ-модели, описанной нами в [1], вводилось предположение о том, что каждое внутреннее состояние молекулы характеризуется определенной вероятнейшей скоростью  $v_J$ . В этой статье на конкретном примере самоуширения СО подтверждим правильность нашего предположения о том, что распределение молекул по скоростям действительно тесно связано с квантовым распределением по  $J$ .

Рассмотрим идеальную газовую среду. В ней, благодаря сильным столкновениям молекул, всегда наступает термодинамическое распределение. Причем согласно квантовой механике устанавливается Больцмановское распределение молекул по квантовым состояниям  $J$  [2, 3] в то же время для молекул аналогичное распределение по скоростям в литературе отсутствует (экспериментально определена только функция распределения для всего газа).

При исследовании поставленного вопроса зависимости матрицы плотности молекул  $\rho_J$  от вероятнейших скоростей  $v_J$  воспользуемся тем, что только сильные столкновения молекул могут изменять внутреннюю энергию взаимодействующих частиц. На первом этапе убедимся в том, что каждой паре сталкивающихся частиц, находящихся в  $J_1$  и  $J_2$  состояниях, соответствует вероятнейшая относительная скорость

$$v_{J_1 J_2} = \sqrt{v_{J_1}^2 + v_{J_2}^2}, \quad (1)$$

зависящая от вероятнейших скоростей  $v_{J_1}$ ,  $v_{J_2}$  двух сталкивающихся молекул. Самая большая вероятность такого sorta столкновений определяется  $S_2(b_{J_1 J_2}, v_{J_1 J_2}) = 0,5$ . С уменьшением  $v_{J_1 J_2}(v_{J_1 J_2}^{\text{изм}})$  до нуля вероятность такого столкновения  $S_2(v_{J_1 J_2}^{\text{изм}}, b_{J_1 J_2}^{\text{изм}})$  также уменьшается до нуля (см. рис. 1, случай самоуширения СО для разных чисел  $J$ ). При этом учитываем тот факт, что одинаковые столкновения в один и тот же момент наибольшего сближения ( $t = 0$  [4, 5]) происходят под действием неизменной величины силы (выполняется закон сохранения момента количества движения  $b_{J_1 J_2} v_{J_1 J_2} = b_{J_1 J_2}^{\text{изм}} v_{J_1 J_2}^{\text{изм}} = \text{const}$ ).

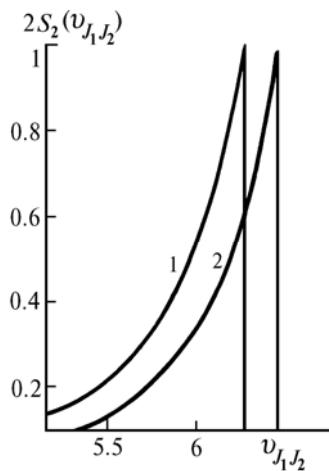


Рис. 1. Зависимость вероятности сильных столкновений от величины относительной скорости при столкновении молекул СО с  $J_1 = 10$ . Для примера рассмотрено два случая: кривая 1 —  $J_2 = 1$ ; 2 —  $J_2 = 7$ .

Поскольку для сильного столкновения условия  $S_2 > 0,5$  не существует [4, 5], то и  $v_{J_1 J_2}^{\text{изм}}$  не может превысить значение  $v_{J_1 J_2}$  и, следовательно, это значение — самое вероятное для пары взаимодействия.

вующих молекул. Если рассмотрим сильные столкновения всех молекул термостата с одной молекулой, находящейся в  $J_1$  состоянии, то вероятность таких столкновений характеризуется

$$\sum_{J_2} \rho_{J_2} S_2(v_{J_1 J_2}),$$

где  $\rho_{J_2}$  — доля всех частиц молекул термостата, находящихся в  $J_2$  состоянии. При столкновениях молекул в состояниях  $J_1$  с термостатом вероятность сильных столкновений определяется функцией

$$\bar{S}_2(v_{J_1}) = \rho_{J_1} \sum_{J_2} \rho_{J_2} S_2(v_{J_1 J_2}), \quad (2)$$

зависящей только от скорости первой молекулы. Согласно представленным зависимостям (рис. 1) при всех  $S_2(v_{J_1 J_2}^{\text{ном}} = 0) = 0$  значение  $\bar{S}_2$  равно нулю

$$\bar{S}_2(v_{J_1}^{\text{ном}} = 0) = 0, \quad (3)$$

а при  $S_2(v_{J_1 J_2}^{\text{ном}} = v_{J_1 J_2}) = 0,5$  получаем связь

$$2\bar{S}_2(v_{J_1}^{\text{ном}} = v_{J_1}) = \rho_{J_1}. \quad (4)$$

Из (3) и (4) следует, что относительное число молекул  $\rho_{J_1}$ , находящихся в данном квантовом состоянии  $J_1$ , обладает вероятнейшей скоростью  $v_{J_1}$ .

На примере самоширеия СО определим зависимость  $\rho_J(v_J)$ . Для этого воспользуемся условиями из УАТКФ-модели столкновений [1]

$$\begin{cases} S_2(v_{J_1 J_2}, b_{J_1 J_2}) = 0.5, \\ v_{J_1 J_2} b_{J_1 J_2} = \text{const.} \end{cases} \quad (5)$$

Для случая, когда первая молекула находится в наиболее заселенном состоянии  $J_{1\max}(J_{1\max} = 7$  для СО при  $T = 300$  К), проанализируем изменение величины средней скорости  $v$  в зависимости от значений наивероятнейших скоростей первых и вторых частиц (согласно (4) это скорости  $v_{J_1 \max}$  и  $v_{J_2 \max}$ ) и через электрооптический параметр  $q_{\text{CO}}$  от потенциала взаимодействия. В случае самоширеия нет разницы, какую из скоростей  $\bar{v}_1 = \sum_{J_1} \rho_{J_1} v_{J_1}$  или  $\bar{v}_2 = \sum_{J_2} \rho_{J_2} v_{J_2}$  нам выбрать, поэтому остановимся на  $\bar{v}_2$ , которая в случае нахождения первой молекулы СО в состоянии  $J_1 = J_{1\max} = 7$ , согласно

$$\bar{v}_2 = \sqrt{\left(\sum_{J_2} \rho_{J_2} v_{J_1 J_2}\right)^2 - v_{J_1}^2}. \quad (6)$$

зависит от набора относительных скоростей  $\{v_{J_2}\}$  и скорости первой частицы  $v_7$  [6]. Очень хорошо видно из столбцов 1, 3, 7 табл. 1, что зависимость средней скорости  $\bar{v}_2$  от вероятнейшей  $v_{J_1}$  практически отсутствует. При значении наиболее вероятной скорости молекулы термостата  $v_{J_2 \max} = 4,22 \cdot 10^4$  см/с, при существенном изменении скорости  $v_{J_1 \max}$  ( $\sim$  на 30%) средняя скорость  $\bar{v}_2$  также очень слабо изменяется ( $\sim$  на 2%). Однако полученные значения в столбцах 5, 9 табл. 1 показывают, что величина  $\bar{v}_2$  сильно зависит от величины наивероятнейшей скорости  $v_{J_2 \max}$ . Существенное изменение величины  $q$  незначительно влияет на значения  $\bar{v}_{J_1 J_2}$  и  $\bar{v}_2$  (изменение  $\bar{v}_2$  находится на уровне ошибки расчета, см. табл. 1 столбцы 3, 5 и 8, 9). Это, так же как в эксперименте (см. ф. (6)), указывает на отсутствие явной зависимости средней скорости  $\bar{v}$  от электростатических параметров.

$$\bar{v}_{\text{эксп}} = \sqrt{8kT/\pi m}. \quad (7)$$

Таким образом, результаты расчета вероятнейших скоростей  $v_J$  молекул CO показывают (см. табл. 1), что средняя скорость  $\bar{v}$  (на примере молекул термостата CO) сильно зависит только от величины наивероятнейшей скорости  $v_{J_{\max}}$  движения молекул, находящихся в наиболее заселенном состоянии  $J_{\max}$ . Причем эта зависимость

$$\bar{v} \cong 2v_{J_{\max}} / \sqrt{\pi} \quad (8)$$

полностью соответствует экспериментальной максвелловской. Так, для CO ( $T = 300$  K) при  $v_{J_{\max}} = 4,22 \cdot 10^4$  см/с численно полученное нами значение средней скорости (табл. 1)  $\bar{v} = 4,97 \cdot 10^4$  см/с близко  $\bar{v}_{\text{эксп}} = 4,76 \cdot 10^4$  см/с.

Таблица 1

**Значения  $\bar{v}_2$  ( $10^4$  см/с) молекул CO в зависимости от параметров скоростей и квадрупольного момента ( $q_{\text{CO}}$ ,  $D$  Å) в состоянии поглощающей молекулы  $J_{1\max} = 300$  K)**

$v_{J_{1\max}}$	$q_{\text{CO}} = 8,0$				$q_{\text{CO}} = 5,0$			
	$v_{J_{2\max}} = 4,22$		$v_{J_{2\max}} = v_{J_{1\max}}$		$v_{J_{2\max}} = 4,22$		$v_{J_{2\max}} = v_{J_{1\max}}$	
	$\bar{v}_{7J_2}$	$\bar{v}_2$	$\bar{v}_{7J_2}$	$\bar{v}_2$	$\bar{v}_{7J_2}$	$\bar{v}_2$	$\bar{v}_{7J_2}$	$\bar{v}_2$
3,7	6,15	4,91	5,72	4,36	6,04	4,77	5,66	4,28
4,22	6,52	4,97	6,52	4,97	6,38	4,78	6,38	4,78
4,5	6,73	5,0	6,92	5,26	6,55	4,76	6,75	5,03
4,9	7,01	5,01	7,46	5,62	6,84	4,77	7,25	5,34

Таблица 2

**Значения относительных вероятнейших скоростей  $v_{7J_2}$  при сильных столкновениях молекул CO ( $10^4$  см/с) при  $T = 300$  K**

$J_2$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$v_{7J_2}$	6,09	6,21	6,19	6,11	6,31	6,38	6,19	5,97	6,19	6,43
$J_2$	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
$v_{7J_2}$	6,48	6,44	6,65	6,93	7,23	7,44	7,59	7,68	7,73	7,73
$J_2$	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
$v_{7J_2}$	7,73	7,73	7,76	7,76	7,76	7,76	7,76	7,76	7,77	7,77
$J_2$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$v_{7J_2}$	6,09	6,21	6,19	6,11	6,31	6,38	6,19	5,97	6,19	6,43
$J_2$	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
$v_{7J_2}$	6,48	6,44	6,65	6,93	7,23	7,44	7,59	7,68	7,73	7,73
$J_2$	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
$v_{7J_2}$	7,73	7,73	7,76	7,76	7,76	7,76	7,76	7,76	7,77	7,77

В табл. 2 представлены значения относительных скоростей  $v_{7J_2}$ , полученные по нашей столкновительной модели [1, 6] с  $v_{J_2 \max} = 4,22 \cdot 10^4$  см/с, совпадающей с наибольшим значением  $v_{\text{эксп}}$  из всей совокупности вероятнейших скоростей молекул CO.

$$v_{\text{эксп}} = \sqrt{2kT/m}. \quad (9)$$

Отсюда следует, что значение наивероятнейшей скорости молекулы  $v_{J_{\max}}$  конкретного газа, находящейся в наиболее заселенном состоянии  $J_{\max}$  равно значению наиболее вероятной скорости, полученной из максвелловского распределения. Используя этот момент, получаем распределение молекул по вероятнейшим скоростям движения молекул CO (см. рис. 2,  $p_J(v_J)$ ), из которого отчетливо видна область наиболее заселенных состояний (для  $J = 5 \div 10$  заселенности молекул наибольшие по величине). Этим  $J$  соответствуют вероятнейшие скорости, близкие по величине наиболее вероятной скорости  $v_J = 4,22 \cdot 10^4$  см/с (зависимость  $v_J$ ).

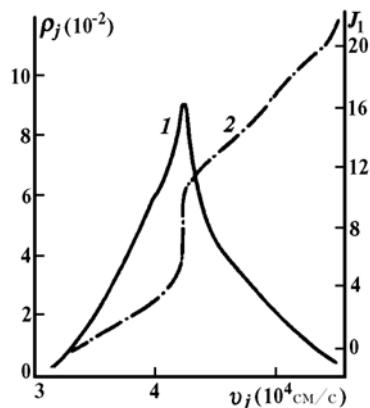


Рис. 2. Распределение молекул СО по скоростям движения при  $T = 300$  К. Обозначения: 1 — зависимость  $\rho_J(v_J)$ ; 2 —  $v_J$

Таким образом, сильные столкновения не только определяют параметры уширения и сдвига спектральной линии, но и через распределение  $\rho_J(v_J)$  задают каждому квантовому числу  $J$  вероятнейшую скорость молекулы  $v_J$ . При этом для молекулы с большим моментом энергии численно полученные по УАТКФ модели значения средней и наиболее вероятной скоростей совпадают по величине с аналогичными характеристиками, полученными из максвелловского распределения.

1. Зуев В.В., Петрова А.И. // Оптика атмосферы 1990. Т. 3. № 11. С. 1123.
2. Калякин Н.Н., Быстров К.Н., Киреев П.С. Краткий справочник по физике. М.: Высшая школа, 1969. 170 с.
3. Давыдов А.С. // Квантовая механика. М.: Наука, 1973. С. 64.
4. Anderson P. W. // Phys. Rev. 1949. V. 76. P. 64
5. Tsao C.J., Cugnotte B. // JQSRT. 1962. V. 2. P. 41.
6. Зуев В.В., Петрова А.И. // Оптика атмосферы. 1991. Т. 4. № 5. С. 535.

Институт оптики атмосферы СО РАН,  
Томск

Поступила в редакцию  
23 октября 1991 г.

**V.V. Zuev, A.I. Petrova. On a Deterministic Connection Between the Molecular Distribution over Quantum States and Their Distribution over Velocities.**

It is shown in this paper that strong binary collisions of molecules determine via the distribution of molecules over quantum states the most probable velocity  $v_S$  of a molecule for each quantum number  $J$ .