

Эффективность метода субгармоник в задачах компьютерного моделирования распространения лазерных пучков в турбулентной атмосфере

В.А. Банах, И.Н. Смалихо, А.В. Фалиц*

*Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН
634021, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1*

Поступила в редакцию 5.04.2011 г.

В сравнении с экспериментальными данными представлены результаты анализа эффективности использования метода субгармоник для моделирования крупномасштабных турбулентных неоднородностей показателя преломления в задачах распространения лазерных пучков в турбулентной атмосфере.

Ключевые слова: моделирование, лазерный пучок, случайный фазовый экран, субгармоники, турбулентная атмосфера; simulation, laser beam, random phase screen, subharmonics, turbulent atmosphere.

В настоящее время при решении задач распространения оптического излучения в турбулентной среде и проектировании атмосферных оптических систем широко используется компьютерное моделирование, базирующееся на численном решении параболического уравнения для комплексной амплитуды поля волны. Основа алгоритма моделирования распространения заключается в том, что случайно-неоднородная среда заменяется на последовательность тонких случайных фазовых экранов, между которыми находится область свободного пространства [1]. Моделирование фазовых экранов осуществляется на основе степенного спектра Колмогорова—Обухова для флуктуации показателя преломления атмосферы в инерционном интервале масштабов неоднородностей

$$\Phi_n(q) = 0,33C_n^2 q^{-11/3}, \quad q_0 < q < q_m, \quad (1)$$

где $q_0 \sim L_0^{-1}$, $q_m \sim l_0^{-1}$; L_0 и l_0 — внешний и внутренний масштабы турбулентности; C_n^2 — структурная характеристика показателя преломления.

Генерация случайных экранов производится с использованием быстрого преобразования Фурье на двумерном массиве комплексных чисел. Линейные размеры фазового экрана определяют внешний масштаб турбулентности для моделируемой среды, шаг сетки — внутренний. Таким образом, неоднородности показателя преломления, размеры которых сравнимы или превышают линейные размеры фазового экрана, при моделировании не учитываются. Это приводит к потере при моделировании низких

пространственных частот в спектре турбулентных неоднородностей, которые вносят основной вклад в случайные блуждания и длинноэкспозиционное уширение лазерного пучка. Чтобы избежать этого, размер пучка при моделировании должен задаваться в несколько раз меньше размера сетки (или внешнего масштаба, если вместо (1) используется модель спектра, учитывающая L_0). Однако при моделировании работы в атмосфере широкоапертурных систем на протяженных трассах добиться выполнения этого условия не всегда удастся. Возможны несколько подходов к генерации экранов, учитывающих крупномасштабные флуктуации показателя преломления, в частности на основе полиномов Цернике [2] и метода субгармоник [3]. Однако исследования эффективности использования того или иного метода моделирования низкочастотных гармоник спектра турбулентности в задачах оценки параметров лазерных пучков в турбулентной атмосфере из моделируемых данных не проводились. Более того, в известных авторам публикациях по моделированию распространения лазерного излучения в турбулентной атмосфере нет также детального сопоставления результатов моделирования с экспериментальными данными.

В статье анализируется эффективность использования метода субгармоник для моделирования крупномасштабных турбулентных неоднородностей показателя преломления в задачах распространения лазерных пучков в турбулентной атмосфере.

1. Алгоритм моделирования

Моделирование фазового экрана с использованием быстрого преобразования Фурье осуществлялось на основе формулы

* Виктор Арсентьевич Банах (banakh@iao.ru); Игорь Николаевич Смалихо (smalikh@iao.ru); Фалиц Андрей Вячеславович (falits@iao.ru).

$$\theta(j\Delta x, l\Delta y) = \sum_{n=0}^{N_x-1} \sum_{m=0}^{N_y-1} [a(n, m) + ib(n, m)] \times \left[2\pi i \left(\frac{jn}{N_x} + \frac{lm}{N_y} \right) \right], \quad (2)$$

где $\Delta x, \Delta y$ – расстояние между узлами расчетной сетки по координатам x и y ; N_x и N_y – размерность массива; $L_x = \Delta x N_x$ и $L_y = \Delta y N_y$ – размеры расчетной сетки; $a(n, m)$ и $b(n, m)$ – случайная некоррелированная последовательность чисел с дисперсией

$$\langle a^2(n, m) \rangle = \langle b^2(n, m) \rangle = \Delta q_x \Delta q_y 2\pi k^2 \Delta z \Phi_n(q_x, q_y, q_z = 0, z),$$

где Φ_n – спектральная плотность флуктуаций показателя преломления (1); $\Delta q_x = \frac{2\pi}{N_x \Delta x}$ и $\Delta q_y = \frac{2\pi}{N_y \Delta y}$

определяют шаг сетки в спектральной области.

Алгоритм моделирования фазового экрана (2) не позволяет учесть частоты более низкие, чем это определяет шаг сетки в частотной области $\Delta q_x, \Delta q_y$. Моделирование низкочастотных гармоник в окрестности нулевой частоты осуществлялось с помощью низкочастотного фазового экрана, генерируемого на основе метода субгармоник [3] в соответствии с расчетной формулой

$$\theta_{sh}(j\Delta x, l\Delta y) = \sum_{p=1}^{N_p} \sum_{n=-1}^1 \sum_{m=-1}^1 [a(n, m, p) + ib(n, m, p)] \times \left[2\pi i \frac{jn}{3^p N_x} + 2\pi i \frac{lm}{3^p N_y} \right], \quad (3)$$

где

$$\langle a^2(n, m, p) \rangle = \langle b^2(n, m, p) \rangle = \Delta q_{x_p} \Delta q_{y_p} \Phi_\theta(n\Delta q_{x_p}, m\Delta q_{y_p}), \quad n \neq 0, m \neq 0.$$

При моделировании задавались разные значения N_p , шаг сетки определялся значениями $\Delta q_{x_p} = \Delta q_x / 3^p$ и $\Delta q_{y_p} = \Delta q_y / 3^p$. Результирующий экран формировался как сумма (2) и (3).

2. Результаты моделирования

На основе результатов численного моделирования с использованием (1)–(3) были рассчитаны дисперсия флуктуации интенсивности на оси сфокусированного гауссова пучка и его эффективный размер в турбулентной атмосфере в зависимости от безразмерного параметра

$$D_s(2a) = 1,1 C_n^2 k^2 L (2a)^{5/3}, \quad (4)$$

где L – длина трассы; a – начальный радиус пучка; $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число. Параметр $D_s(2a)$ определяет структурную функцию фазы сферической волны в турбулентной атмосфере, вычислен-

ную на размере начальной апертуры, и им удобно характеризовать турбулентные условия распространения лазерных пучков [4, 5].

Моделирование осуществлялось при следующих значениях параметров:

$$\lambda = 0,63 \text{ мкм}, \quad a = 2,5 \text{ см}, \quad L = 250 \text{ м},$$

$$N_x = N_y = 256, \quad \Delta x = \Delta y = 0,7 \text{ мм}.$$

Число фазовых экранов было выбрано равным 16. Значения структурной характеристики показателя преломления C_n^2 задавались таким образом, чтобы значения параметра $\sqrt{D_s(2a)}$ изменялись в диапазоне от 0,3 до 25. Результаты представлены на рис. 1, 2.

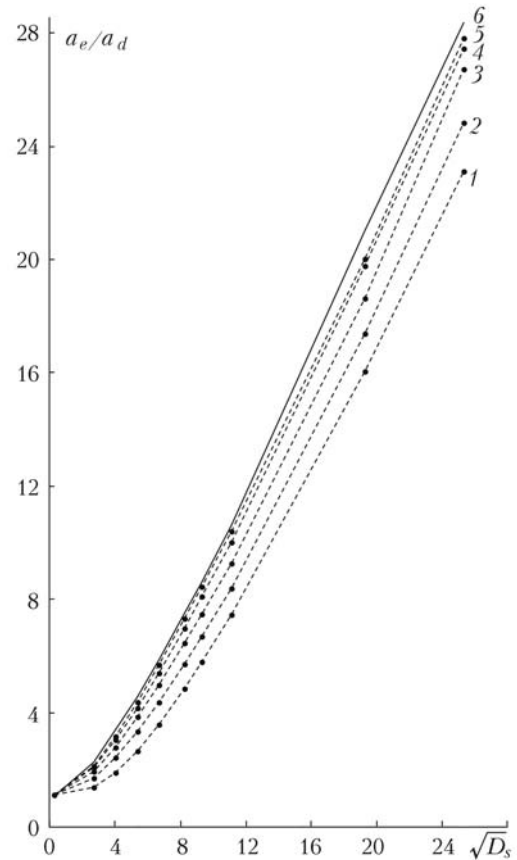


Рис. 1. Эффективный размер сфокусированного пучка в турбулентной атмосфере как функция параметра $D_s(2a)$. Штриховые кривые 1–5 соответствуют моделированию при $N_p = 0, 1, 3, 6, 8$. Сплошная кривая 6 – расчет по формуле (5)

Рис. 1 иллюстрирует зависимость эффективного радиуса сфокусированного пучка в турбулентной атмосфере a_e от параметра $D_s(2a)$. По оси ординат отложены значения a_e , нормированные на дифракционный радиус фокусированного пучка в однородной среде $a_d = L/(ka)$. Штриховые кривые 1–5 построены по оценкам a_e , найденным из моделируемых данных, и соответствуют различному числу субгармоник, учитываемых при моделировании низкочастотного фазового экрана (3). Сплошной

кривой 6 на рис. 1 обозначено отношение a_e/a_d , рассчитанное на основе выражения для средней интенсивности в виде интеграла [4]:

$$\langle I(z, \rho) \rangle = I_0(z, 0) \times \int_0^\infty J_0 \left(2 \frac{\rho}{a_d} t^{1/2} \right) \exp \left\{ -t - \frac{1}{2} D_s \left(\frac{2a}{g_1} \right) t^{5/6} \right\} dt, \quad (5)$$

где $I_0(z, 0) = |U_0|^2 a^2 / a_d^2$, $a_d = L g_1 / ka$ – радиус пучка в однородной среде; $g_1^2 = 1 + \Omega^2 (1 - L/F)^2$; $J_0(z)$ – функция Бесселя нулевого порядка; $\rho = |\mathbf{p}|$; $\Omega = ka^2/L$. Выражение (5) получено для колмогоровского спектра турбулентности (1). Эффективный радиус пучка в турбулентной атмосфере при численном моделировании и при расчете по формуле (5) определялся по уровню средней интенсивности, равному $\exp(-1)$.

На рис. 2 приведены расчетные зависимости среднеквадратического отклонения флуктуаций интенсивности на оси фокусированного пучка σ_I от параметра $\sqrt{D_s(2a)}$ при учете различного числа субгармоник. Сплошной кривой 6 обозначен результат для фокусированного гауссова пучка с $\Omega = ka^2/L = 25$ из [5]. Эта зависимость была определена на основе численного расчета шестикратного интеграла в выражении для дисперсии флуктуации интенсивности, найденном в фазовом приближении метода Гюйгенса–Кирхгофа (ФПМГК) для спектра турбулентности (1).

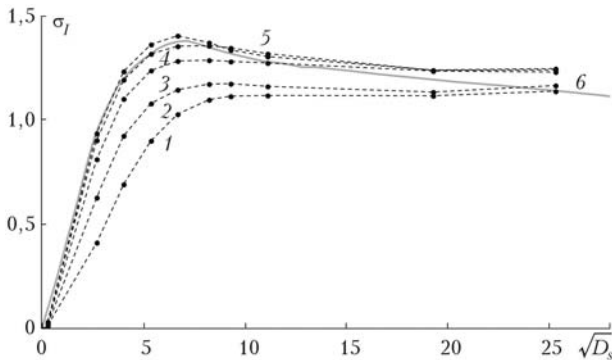


Рис. 2. Среднеквадратическое отклонение флуктуаций интенсивности на оси фокусированного пучка в зависимости от параметра $\sqrt{D_s(2a)}$. Штриховые кривые 1–5 соответствуют моделированию при $N_p = 0, 1, 3, 6, 8$. Сплошная кривая 6 – расчет в ФПМГК [5]

Из рис. 1, 2 видно, что с ростом числа субгармоник происходит увеличение как эффективного радиуса, так и относительной дисперсии флуктуации интенсивности пучка, рассчитываемых из данных моделирования, и их значения все точнее согласуются с результатами теоретических построений. Таким образом, учет все более низких частот, которые соответствуют значениям внешнего масштаба, превышающим линейные размеры фазового экрана,

позволяет более правильно оценивать параметры пучка. Из представленных на рис. 1, 2 результатов также следует, что с увеличением числа субгармоник эффективность учета каждой последующей более низкой гармоники снижается (кривые, соответствующие значению параметра $N_p = 6$ (кривая 4) и $N_p = 8$ (кривая 5), слабо отличаются друг от друга). Это объясняется тем, что мощность флуктуаций, приходящаяся на каждую последующую все более низкую гармонику, уменьшается.

В [6] представлены результаты экспериментального исследования дефокусировки лазерного пучка в турбулентной атмосфере. Эксперимент проводился в открытой степи на горизонтальных трассах длиной 250 и 1750 м. Источником излучения служил гелий-неоновый лазер с длиной волны $\lambda = 0,63$ мкм. Распределение интенсивности на выходной апертуре было экспоненциальным $I(\rho) = I_0 \exp(-\rho^2/a^2)$, где величина $2a$ для трассы длиной 250 м равнялась 9,3 см, а для трассы длиной 1750 м составляла 30,2 см. На рис. 3 показана экспериментальная зависимость нормированного эффективного радиуса пучка от параметра $\sqrt{D_s(2a)}$.

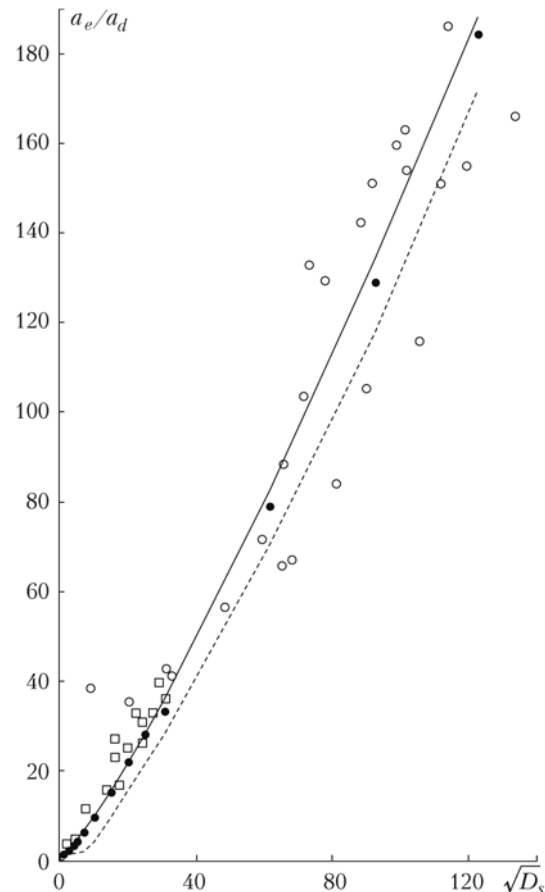


Рис. 3. Эффективный размер сфокусированного пучка в турбулентной атмосфере как функция параметра $D_s(2a)$: \square – экспериментальные данные на трассе $L = 250$ м; \circ – экспериментальные данные на трассе $L = 1750$ м; \bullet – оценка эффективного радиуса пучка из моделируемых данных для трассы $L = 1750$ м; — — — расчет по формуле (5); - - - - оценка a_e из моделируемых данных при $N_p = 0$

Оценки эффективного радиуса пучка из моделируемых данных получены для параметров:

$$\lambda = 0,63 \text{ мкм}, 2a = 30,2 \text{ см}, L = 1750 \text{ м},$$

$$N_x = N_y = 1024, \Delta x = \Delta y = 0,7 \text{ мм}, N_p = 8.$$

Использовалось 8 фазовых экранов при моделировании в диапазоне значений параметра $\sqrt{D_s(2a)}$ от 1 до 25 и 32 фазовых экрана при значениях параметра $\sqrt{D_s(2a)}$ в диапазоне от 30 до 125.

На рис. 4 представлены экспериментальные данные для дисперсии флуктуации интенсивности фокусированных пучков с $\Omega = 4,5$ и $\Omega > 5$ [5] в сравнении с оценками дисперсии флуктуации интенсивности на оси фокусированного пучка, найденными из результатов моделирования для условий экспериментов [5] при значении параметра $N_p = 8$.

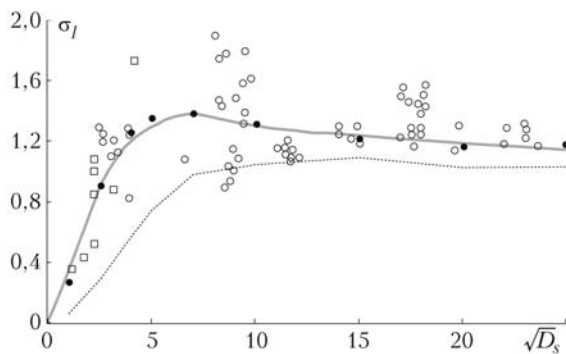


Рис. 4. Среднеквадратическое отклонение флуктуаций интенсивности на оси фокусированного пучка в зависимости от параметра $\sqrt{D_s(2a)}$: \square – экспериментальные данные при $\Omega = 4,5$; \circ – экспериментальные данные при $\Omega > 5$; \bullet – оценка среднеквадратического отклонения из моделируемых данных, полученных для тех же условий, что и на рис. 3, при $N_p = 8$; — — — — расчет в ФПМГК [5]; - - - - оценка среднеквадратического отклонения из моделируемых данных, полученных для тех же условий, что и на рис. 3 при $N_p = 0$

V.A. Banakh, I.N. Smalikhov, A.V. Falits. Efficiency of the use of the subharmonic method in computer simulation of laser beam propagation in a turbulent atmosphere.

In comparison with the experimental data the effectiveness of the use of the subharmonic method for simulation of large scale turbulent inhomogeneities in the problems of laser beam propagation in a turbulent atmosphere is discussed.

Из рис. 3, 4 видно, что лишь учет субгармоник позволяет оценкам параметров пучка из моделируемых данных приблизиться к строгим теоретическим зависимостям и экспериментальным результатам.

Заключение

Выполненное в статье сопоставление данных моделирования распространения лазерных пучков на основе параболического уравнения для комплексной амплитуды поля волны с имеющимися теоретическими и экспериментальными результатами показывает, что для количественной оценки параметров лазерных пучков в турбулентной атмосфере из моделируемых данных во многих случаях требуется моделировать случайные фазовые экраны в более низкочастотной области спектра турбулентных неоднородностей, чем это позволяет делать шаг дискретизации расчетной сетки в спектральной области. Установлено, что при использовании метода субгармоник для моделирования крупномасштабных неоднородностей показателя преломления увеличение их числа сверх 8 становится неэффективным.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проекты № 09-05-00054 и 10-05-00208.

1. Кандидов В.П. Метод Монте-Карло в нелинейной статистической оптике // Успехи физ. наук. 1996. Т. 166, № 12. С. 1309–1338.
2. Лукин В.П., Фортес Б.В. Адаптивное формирование пучков и изображений в атмосфере. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1999. 212 с.
3. Frehlich R. Simulation of laser propagation in a turbulent atmosphere // Appl. Opt. 2000. V. 39, N 3. P. 393–397.
4. Гурвич А.С., Кон А.И., Миронов В.Л., Хмелевцов С.С. Лазерное излучение в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1976. 277 с.
5. Зуев В.Е., Банах В.А., Покасов В.В. Оптика турбулентной атмосферы. Л.: Гидрометеиздат, 1988. 270 с.
6. Каллистратова М.А., Покасов В.В. Дефокусировка и флуктуации смещения сфокусированного лазерного пучка в атмосфере // Изв. вузов. Радиофиз. 1971. Т. 14, № 8. С. 1201–1207.