

А.В. Корябин, М. Моради, В.И. Шмальгаузен

## Моделирование анизопланатизма адаптивной оптической системы в турбулентной атмосфере

*Московский государственный университет*

Поступила в редакцию 28.01.2005 г.

Описывается комплекс программ для моделирования влияния анизопланатизма на работу адаптивной оптической системы фазового сопряжения в условиях атмосферной турбулентности. Атмосферная турбулентность моделировалась с помощью системы движущихся случайных фазовых экранов с заданной статистикой. Разработанное программное обеспечение позволяет рассчитывать мгновенные и усредненные значения фазовых ошибок коррекции при различном угловом разнесении опорного источника (маяка) и области наблюдения в широком диапазоне параметров адаптивной системы и атмосферных неоднородностей. Такой подход дает возможность не только оценить остаточные ошибки компенсации aberrаций в адаптивной системе, но и рассчитать мгновенные характеристики системы в целом – функцию рассеяния точки и оптическую передаточную функцию, а также оценить угловой размер области изопланатизма.

### Введение

Методами адаптивной оптики можно улучшить качество изображения в оптическом приборе при наблюдении объекта сквозь возмущенную атмосферу. Адаптивная система может компенсировать фазовые искажения, вызванные флуктуациями показателя преломления турбулентной среды, но такая компенсация эффективна только в пределах области изопланатизма. Анизопланатизм адаптивной оптической системы [1] является одним из факторов, ограничивающих возможность коррекции изображения протяженных объектов, наблюдаемых сквозь искажающую среду.

Этот эффект связан с тем, что атмосферные неоднородности трехмерны, тогда как адаптивная оптическая система осуществляет коррекцию фазы в одной плоскости, определяемой положением корректора волнового фронта (ВФ). Если геометрические размеры объекта превышают размер изопланатической области (протяженный объект), то оптические пути, по которым идут волны от разных точек такого объекта, существенно различны. Следовательно, различны и приобретаемые этими волнами фазовые искажения. Это порождает дополнительные трудности как при регистрации искажений, так и при их компенсации с помощью фазового корректора.

По мере увеличения угла между направлениями на точку наблюдения на объекте и на опорный источник корреляция между фазовыми искажениями, накопленными вдоль этих направлений, уменьшается, что приводит к неполной коррекции изображения удаленных от маяка областей. Этот эффект сильно зависит от статистики атмосферных неоднородностей и их высотного распределения. Все это затрудняет анализ работы адаптивной оптической системы в атмосфере.

При анализе эффективности адаптивной коррекции в условиях анизопланатизма обычно ограничиваются колмогоровской моделью турбулентности и приближением однородной атмосферы или однородного слоя [2]. Хотя такое приближение широко используется для описания атмосферной турбулентности, в ряде случаев оно не дает хорошего согласия с экспериментальными данными, и тогда приходится использовать более сложные подходы [3]. Метод моделирования позволяет снять эти ограничения.

### 1. Метод моделирования

Метод компьютерного моделирования позволяет анализировать работу адаптивной оптической системы, используя различные модели турбулентности, и сравнивать полученные результаты. Преимущества компьютерных методов особенно проявляются при изучении анизопланатизма адаптивных систем с учетом неоднородности атмосферы вдоль трассы распространения пучка и при сносе турбулентности поперечным ветром. Все эти особенности, типичные для реальных условий работы системы, трудно учесть при аналитическом подходе, однако они легко реализуются в компьютерных моделях.

Метод численного моделирования [4] позволяет обойти большинство трудностей и получить типичные реализации фазовых искажений в адаптивной системе в условиях анизопланатизма.

Другая привлекательная черта метода состоит в возможности быстрой оценки величины области изопланатизма системы в зависимости от ее параметров и модели атмосферы. Простая оценка угла изопланатизма [1]:

$$\theta_0 \cong 0,6 \frac{r_0}{H}$$

(где  $r_0$  – радиус Фрида;  $H$  – эффективная толщина турбулентного слоя) не учитывает влияния конечной апертуры приемной системы и дает сильно заниженные результаты. Учет апертурных эффектов обычно проводят численно [3, 5]. В модели угол изопланатизма можно оценить по изменению критерия Штреля при идеальном фазовом сопряжении. В этом случае при увеличении углового разнесения от 0 до  $\theta_0$  соответствующее уменьшение фактора Штреля составляет  $1/e \approx 0,37$ .

В настоящей работе описывается программа для моделирования влияния анизопланатизма на работу адаптивной оптической системы фазового сопряжения в условиях сносимой поперечным ветром атмосферной турбулентности и приводятся типичные результаты.

Моделирование эффекта анизопланатизма предполагает получение распределения интенсивности на выходе адаптивной системы – изображения, скорректированного по тому или иному алгоритму. Используемая модель должна позволять рассчитывать мгновенные (не усредненные) распределения фазы опорной волны в плоскости приемной апертуры, реакцию датчика ВФ и его выходные сигналы, внешнюю фазовую коррекцию.

На основе этих данных можно рассчитать остаточные ошибки коррекции и оценить качество изображения любой области объекта. Ключевой момент перехода от распределения случайной фазы в плоскости апертуры к изображению состоит в построении функции рассеяния точки (ФРТ).

В ряде работ по адаптивной оптике [6,7] ФРТ, форма которой соответствует изображению точечного источника, служит основной характеристикой для оценки эффективности компенсации и качества изображения. Для задач некогерентной оптики функция рассеяния точки является основным критерием качества изображения. Как альтернатива часто используется ее Фурье-преобразование – оптическая передаточная функция (ОПФ).

Мгновенная ФРТ и мгновенная ОПФ являются случайными функциями, соответствующими «замороженной» в фиксированный момент времени атмосфере. Теоретически рассчитываются усредненные характеристики изображающей системы. Различают длинноэкспозиционную ОПФ, которая получается статистическим усреднением мгновенной, и короткоэкспозиционную [3, 8, 9], для получения которой мгновенные изображения сначала центрируют, а затем усредняют. При реальных экспериментах усреднение проводится по конечному, и как правило, не слишком большому интервалу времени. Такие функции легко могут быть получены в модельном эксперименте и дают хорошее представление о возможном качестве наблюдаемого изображения.

Отличительной чертой системы с анизопланатизмом является то, что форма ФРТ и ОПФ параметрически зависят от координат наблюдаемой области.

## 2. Структура и состав программы

Программа включает следующие блоки: а) моделирование распространения световой волны в тур-

булентной атмосфере, б) моделирование работы гартмановского датчика, восстанавливающего профиль фазы волны от опорного источника, в) коррекция фазы волны от наблюдаемого объекта, г) вычисление и обработка остаточных ошибок. Структура модели представлена на рис. 1.

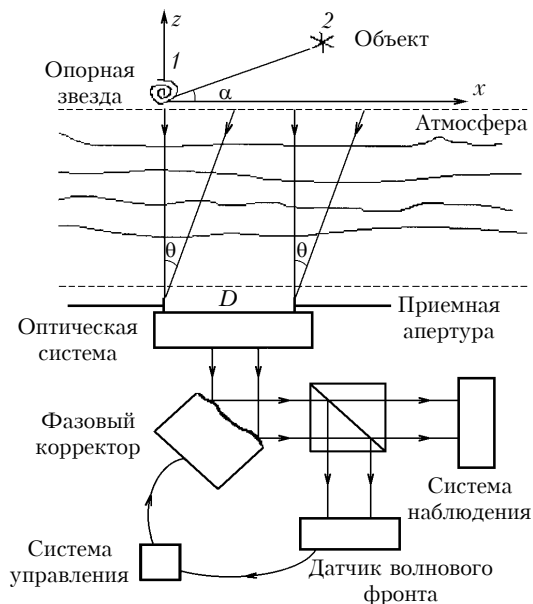


Рис. 1. Расчетная схема модели атмосферы

Для моделирования атмосферы применялся метод фазовых экранов. Слой турбулентной атмосферы, находящийся между объектом и приемной апертурой, представлялся в виде некоторого числа тонких фазовых экранов. Волны от опорного источника (1) и некоторой точки (2) наблюдаемого объекта (разнесенных на угол  $\theta$ ) регистрируются отдельно в пределах приемной апертуры диаметра  $D$ . Плоскость, проходящая через направления на опорный источник и точку наблюдения, образует угол  $\alpha$  с направлением преимущественного ветра (осью  $x$ ). Считается, что от экрана к экрану волна распространяется без искажений, а на экранах приобретает только случайные фазовые набеги. Интенсивность излучения предполагается неизменной (фазовое приближение).

Варьируя распределение фазовых набегов на экранах, можно моделировать турбулентную атмосферу с различными свойствами. Реализации экранов были получены по известной методике [10], позволяющей синтезировать экраны, соответствующие различным параметрам и спектрам турбулентности. При расчетах обычно использовались четыре экрана, которые могли двигаться с некоторой скоростью (модель ветра) поперек направления наблюдения.

В качестве анализатора ВФ моделировался датчик Шака–Гартмана [11]. В плоскости приемной апертуры располагался линзовый растр, а перед каждой линзой – аподизирующая диафрагма. По фазовым искажениям регистрируемой волны в пределах каждой линзы (субапертуры) вычислялось распределение интенсивности в фокальной плоскости, а смещения центров тяжести фокальных пятен служили мерой локальных наклонов ВФ в пределах ка-

ждой субапертуры. По измеренным локальным наклонам методом наименьших квадратов [12] восстанавливались коэффициенты Цернике опорной  $\varphi_0$  и предметной  $\varphi_t$  волн:

$$\varphi_0 = \sum_{i=1}^N a_i^0 Z_i(\mathbf{r}), \quad \varphi_t = \sum_{i=1}^N a_i^t Z_i(\mathbf{r}), \quad (1)$$

где  $Z_i(\mathbf{r})$  – полином Цернике;  $N$  – полное число учитываемых мод.

В адаптивной системе были реализованы два алгоритма коррекции: алгоритм фазового сопряжения и взвешенной сопряженной коррекции [13]. В первом случае корректирующая фазовая добавка  $\varphi_c$  была равна по величине и обратна по знаку измеренной случайной фазе опорного источника:

$$\varphi_c = - \sum_{i=1}^n a_i^0 Z_i(\mathbf{r}). \quad (2)$$

При коррекции учитывались лишь некоторое ограниченное число  $n \leq N$  членов разложения по полиномам Цернике – таким образом учитывалось число степеней свободы применяемого корректора.

Во втором методе фазовая добавка вводилась с весом, минимизирующим остаточную квадратичную ошибку:

$$\varphi_c = - \sum_{i=1}^n a_i^0 K_i(\theta) Z_i(\mathbf{r}), \quad (3)$$

где  $K_i(\theta)$  – коэффициенты корреляции  $i$ -й моды фазовых профилей для волн, распространяющихся под углом  $\theta$  друг к другу.

Фазовый профиль скорректированной волны от объекта анализировался, и определялись остаточные aberrации в зависимости от величины  $\theta$  углового разнесения источников и порядка  $n$  коррекции. Коэффициенты остаточных aberrаций использовались для вычисления ФРТ и ОПФ. Рассматривался также случай полной («идеальной») фазосопряженной коррекции, когда компенсировались искажения во всех измеренных модах:  $n = N$ . В этом случае остаточная ошибка обусловлена только анизопланатизмом системы и позволяет оценить ширину изопланатической области.

Модель позволяла регистрировать изменение во времени aberrационных коэффициентов так, как это происходит в адаптивной системе при наблюдении сквозь движущийся турбулентный слой. При этом возможно регистрировать как мгновенные (соответствующие замороженным неоднородностям), так и усредненные по заданному интервалу времени характеристики оптической системы. Максимальный интервал усреднения ограничивался допустимым размером движущихся фазовых экранов и требуемым временем счета.

### 3. Результаты

На рис. 2 показаны флуктуации остаточной квадратичной ошибки коррекции с учетом 20 мод Цернике за вычетом наклонов:

$$\sigma^2 = \sum_{i=3}^{20} (a_i^0 - a_i^t)^2. \quad (4)$$

Временные флуктуации возникали при моделировании сноса турбулентного слоя поперечным ветром со скоростью  $v$ . Квадрат остаточной ошибки усреднен по времени наблюдения.

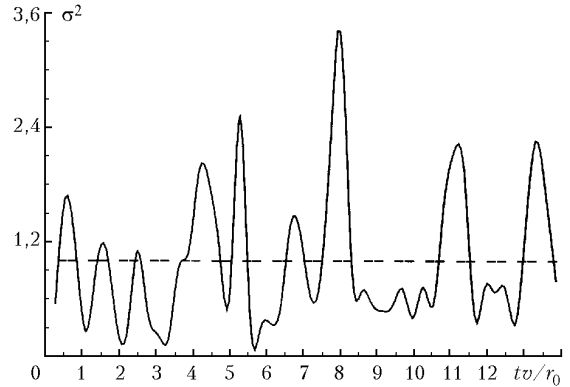


Рис. 2. Флуктуации остаточной квадратичной ошибки коррекции во времени при сносе турбулентности поперечным ветром. Пунктиром показано среднее значение квадратичной ошибки (4 экрана,  $\alpha = 0$  рад,  $D/r_0 = 18$ )

Как видно из рис. 2, характерное время изменения фазовой ошибки соответствует периоду частоты Гринвуда  $v/r_0$ . Отметим, что можно выделить заметной протяженности интервалы времени, в течение которых aberrации существенно меньше среднего значения. Это обстоятельство иллюстрирует возможность получения высококачественных короткоэкспозиционных снимков сквозь турбулентную атмосферу при удачном выборе момента съемки [14].

На рис. 3 приведены усредненные по 50 измерениям зависимости от угла  $\theta$  нормированных величин квадратов ошибки компенсации  $\varepsilon_{0i}^2$  для нескольких различных aberrаций:

$$\varepsilon_{0i}^2 = \frac{(a_i^0 - a_i^t)^2}{(a_i^0)^2}. \quad (5)$$

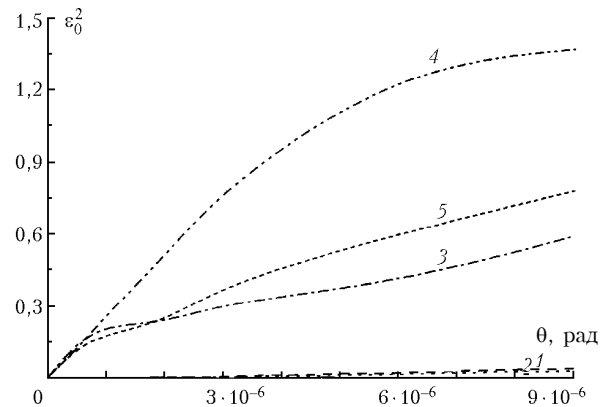


Рис. 3. Нормированная ошибка коррекции различных aberrаций в зависимости от разнесения точки наблюдения и опорного источника: 1 – X-наклон; 2 – Y-наклон; 3 – дефокусировка; 4 – X-кома; 5 – Y-кома (4 экрана,  $\alpha = 0$  рад,  $D/r_0 = 18$ )

Коррекция проводилась по методу фазового сопряжения. Все кривые нормированы на величину квадрата соответствующей моды без компенсации. Расчеты проведены для однородного турбулентного

слоя с колмогоровским спектром. Видно, что область хорошей компенсации наклонов (кривые 1 и 2) значительно шире, чем для aberrаций высших порядков. Эта характерная особенность хорошо согласуется с теоретическими представлениями. Видно также, что остаточная ошибка в адаптивной системе может превышать ошибку в системе без коррекции ( $\epsilon_0^2 > 1$ ).

Аналогичный результат получен в работе [15] при анализе ошибок в адаптивной системе с большим временным запаздыванием: если запаздывание в контуре управления превышает время корреляции фазовых неоднородностей на приемной апертуре, то ошибка может быть вдвое хуже, чем в системе без коррекции. В нашем случае при большой угловой расстройке  $\theta$ , из-за полной потери корреляции ( $K_i(\theta) \approx 0$ ), ошибка также может быть вдвое выше, чем для системы без коррекции. Нерегулярный характер кривых связан с недостаточным числом усреднений.

Рис. 4 иллюстрирует эффект от применения взвешенной коррекции, когда каждая корректирующая мода опорного источника учитывается со своим оптимальным весом в соответствии с формулой (3).

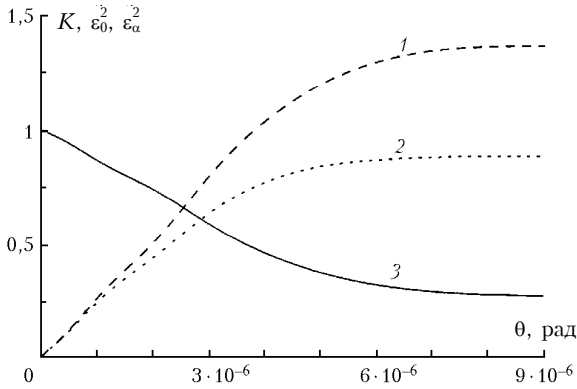


Рис. 4. Остаточная квадратичная ошибка астигматизма при фазовом сопряжении (1) и при коррекции с оптимальным весом (2). Кривые нормированы на ошибку в системе без коррекции. Кривая 3 — коэффициент корреляции.  $D/r_0 = 18$

Как было показано в работе [13], при такой коррекции даже в случае одного опорного источника остаточная ошибка никогда не превышает ошибку в системе без коррекции. Трудность осуществления этого метода заключена в том, что обычно отсутствуют априорные данные о коэффициентах корреляции

$K_i(\theta)$  мод Цернике, необходимые для реализации алгоритма. В модели неизвестные заранее коэффициенты  $K_i(\theta)$  корреляции находились путем анализа флуктуаций фазы в процессе работы адаптивной системы. На рис. 4 кривая 1 — квадратичная остаточная ошибка одной из aberrаций (астигматизм) при фазовом сопряжении, а кривая 2 — при коррекции с оптимальным весом. Сплошной кривой 3 показана зависимость от угла коэффициента корреляции, оцененная по 50 различным положениям фазовых экранов. Как видно из этого графика, взвешенная коррекция при большом угловом разнесении оказывается существенно эффективнее фазового сопряжения.

На рис. 5 приведены зависимости числа Штреля SR от углового разнесения источников при различном числе корректируемых мод Цернике. Верхние кривые соответствуют полной коррекции при  $D/r_0 = 5$  и 12 соответственно и приводят к оценкам углов  $\theta_0$  для этих случаев  $1,5 \cdot 10^{-5}$  и  $3 \cdot 10^{-6}$  рад.

На рис. 6 приведены трехмерные картины ОПФ адаптивной системы фазового сопряжения для случая расположения объекта в области изопланатизма ( $\theta = 0,05 \cdot 10^{-6}$ ) и вне ее ( $\theta = 0,9 \cdot 10^{-6}$ ).

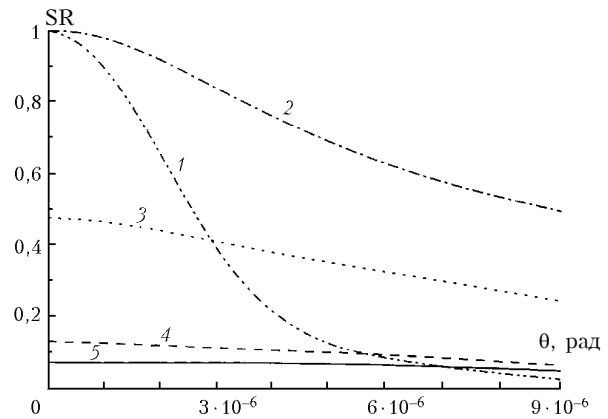


Рис. 5. Зависимость числа Штреля SR от углового разнесения источников при различном числе корректируемых мод Цернике: 1 —  $D/r_0 = 12$ ; 2–5 —  $D/r_0 = 5$ ; 1, 2 — полная коррекция всех регистрируемых мод; 3 — коррекция девяти нижних мод Цернике; 4 — коррекция пяти нижних мод Цернике; 5 — без коррекции. Угол  $\theta_0$  равен  $1,5 \cdot 10^{-5}$  рад для (2–5) и  $3 \cdot 10^{-6}$  для (1)

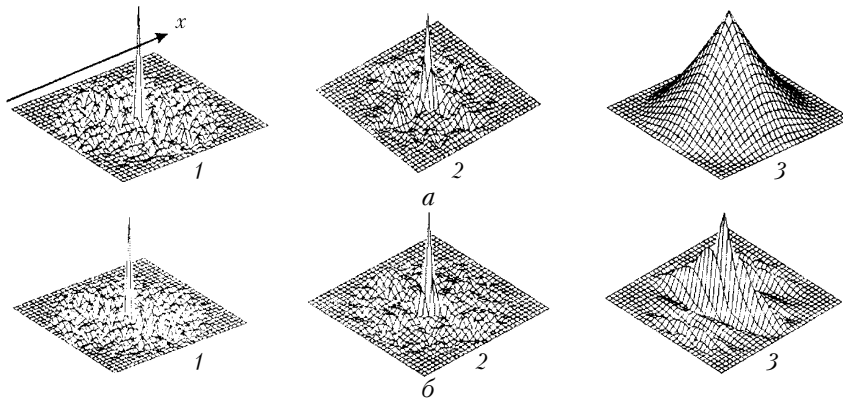


Рис. 6. ОПФ адаптивной системы фазового сопряжения ( $D/r_0 = 12$ ) для угла  $\theta = 0,05 \cdot 10^{-6}$  (а) и угла  $\theta = 0,9 \cdot 10^{-6}$  (б): 1 — без коррекции; 2 — при коррекции девяти нижних мод Цернике; 3 — при полной коррекции всех регистрируемых мод. Угол изопланатизма для этого случая равен  $3 \cdot 10^{-6}$  рад

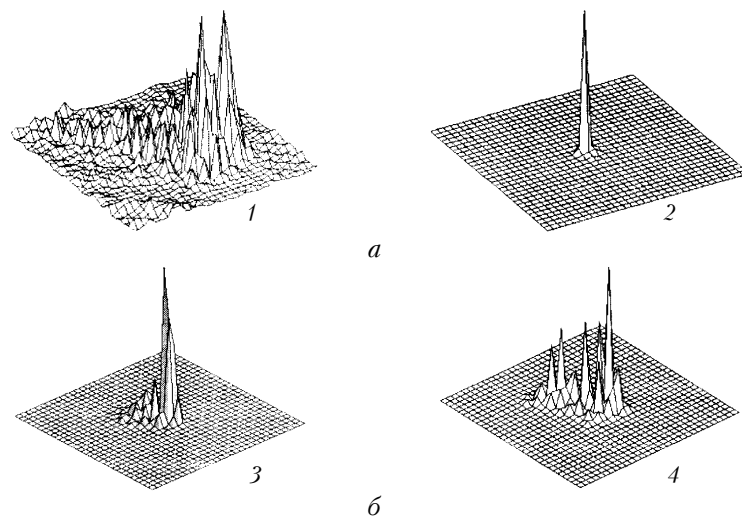


Рис. 7. ФРТ адаптивной системы фазового сопряжения ( $D/r_0 = 12$ ): 1 – без коррекции; 2 – для угла  $\theta = 0,05 \cdot 10^{-6}$ ; 3 – для угла  $\theta = 0,3 \cdot 10^{-6}$ ; 4 – для угла  $\theta = 0,9 \cdot 10^{-6}$ . Угол изопланатизма –  $3 \cdot 10^{-6}$  рад

Из рис. 6 видно, что даже при идеальной фазовой коррекции вне изопланатической области ОПФ значительно искажается, «сжимаясь» вдоль направления разнесения  $x$  опорного источника и наблюдаемого объекта. В области изопланатизма ОПФ при полной коррекции практически соответствует дифракционно-ограниченной системе.

На рис. 7 представлены ФРТ без коррекции и при полной коррекции для различных углов наблюдения. Видно, что если в области изопланатизма ФРТ скорректированной системы близка к дифракционно-ограниченной, то при углах, превышающих угол изопланатизма, она распадается на отдельные узкие пики, покрывающие значительную область.

### Заключение

Разработанное программное обеспечение позволяет рассчитывать мгновенные и усредненные значения фазовых ошибок коррекции при различном угловом разнесении опорного источника и области наблюдения в широком диапазоне параметров адаптивной системы и атмосферных неоднородностей. Это дает возможность рассчитать мгновенные и усредненные характеристики системы: функцию рассеяния точки и оптическую передаточную функцию, а также оценить угловой размер области изопланатизма.

1. Fried D.L. // J. Opt. Soc. Amer. 1982. V. 72. P. 52–61.

2. Шмальгаузен В.И., Яицкова Н.А. // Оптика атмосф. и океана. 1996. Т. 9. № 11. С. 1462–1471.
3. Zhang H., Yin F., Xu B., Jiang W. Low-order mode correction anisoplanatism limitations for adaptive optics system. 2003. V. 42. N 8. P. 2190–2196.
4. Лукин В.П., Фортес Б.В. Адаптивное формирование пучков и изображений в атмосфере. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1999. 214 с.
5. Hu P.H., Stone J., Stanly T. // J. Opt. Soc. Amer. 1994. V. 11. P. 347–357.
6. Wilson R.W., Jenkins C.R. // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. 1996. V. 268. P. 39–61.
7. Molodij G., Rayrole J. // Astron. & Astrophys. Suppl. 1998. V. 128. P. 229–244.
8. Hufgenagel R.E., Stanly N.R. // J. Opt. Soc. Amer. 1964. V. 54. P. 52–61.
9. Fried D.L. // J. Opt. Soc. Amer. 1966. V. 56. P. 1372–1379.
10. Chesnokov S.S., Kandidov V.P., Shlenov S.A., Tamarov M.P. Artificial Turbulence for imaging and wave propagation / Ed. J.D. Gonglewski, M.A. Vorontsov. // Proc. SPIE. 1998. V. 3432/25. P. 14.
11. Platt Ben C., Shack Roland // J. of Refract. Surgery. 2001. V. 17. Sep./Oct. P. 573–577.
12. Воронцов М.А., Корябин А.В., Шмальгаузен В.И. Управляемые оптические системы. М.: Наука, 1988. 272 с.
13. Shmalhausen V.I., Iaitskova N.A. Wave propagation in the atmosphere and adaptive optics / Ed. V.P. Lukin // Proc. SPIE. 2000. V. 4338. P. 97–106.
14. John S., Vorontsov M.A. Multimedia and Expo. 2003. ICME'03. Proc. 2003. Intern. Conf. 2003. V. 1. P. 6–9.
15. Лукин В.П. Атмосферная адаптивная оптика. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1986. 286 с.

### A.V. Koryabin, M. Moradi, V.I. Shmalgausen. Simulation of anisoplanatism of an adaptive optical system in the turbulent atmosphere.

A suit of programs for simulating the effect of anisoplanatism on operation of a phase-conjugation adaptive optical system under conditions of atmospheric turbulence is described. Atmospheric turbulence is simulated by a system of moving random phase screens with the preset statistics. The software developed allows the calculation of instantaneous and averaged errors of phase correction at the different angular separations of a reference source (beacon) and the observation site in a wide range of parameters of the adaptive system and atmospheric inhomogeneities. This approach provides for the possibility not only to estimate the residual errors of compensation for aberrations in the adaptive system, but also to calculate the instantaneous characteristics of the system as a whole, namely, the point spread function (PSF) and the optical transfer function (OTF), as well as to assess the angular size of the isoplanatism region.