

В.В. Максименко

ОСОБЕННОСТИ ПОГЛОЩЕНИЯ СВЕТА ФРАКТАЛЬНЫМ КЛАСТЕРОМ

Рассмотрены два новых механизма поглощения света фрактальным кластером. Оба обусловлены особенностями топологии траектории фотона в системе скоррелированных рассеивателей. Эта траектория при определенных обстоятельствах может становиться нульмерным антуановским множеством – так называемым ожерельем Антуана. Причина первого механизма поглощения – топологический запрет на выход нульмерного антуановского фотона в пространства с традиционной топологической размерностью $d = 1, 2, 3$. Второй обусловлен своеобразной «механической» жесткостью антуановской траектории. Эта жесткость связана с сингулярностью плотности энергии антуановского фотона, возникающей в результате трансформации реального трехмерного фотона в нульмерный объект. При стремлении фотона покинуть кластер у него возникают проблемы с разрывом переплетенных виртуальных антуановских цепочек. Вычислены сечения поглощения света фрактальным кластером, обусловленные обоими механизмами.

1. Введение

Фрактальным кластером (ФК) называют агломерат микронных размеров, состоящий из нанометровых твердых частиц, удерживаемых вместе ван-дер-ваальсовыми силами. Фрактальные кластеры образуются либо в результате сильно неравновесной конденсации паров твердого вещества и последующей агрегации нанометровых частиц-мономеров, либо на начальной стадии процесса кристаллизации из растворов или расплавов. Такого рода объекты – обычные сопродукты многих технологических и природных процессов. Высокодисперсные аэрозоли и аэрогели земной атмосферы также имеют фрактальную структуру.

Мы рассматриваем следующие два механизма поглощения света фрактальным кластером:

- 1) сильную локализацию излучения в кластере,
- 2) поглощение, обусловленное образованием так называемых виртуальных фотонов или связанных состояний падающего и рассеянного квантов.

Эти особенности проявляются в полной мере в следующих случаях:

- а) частицы, составляющие ФК, слабопоглощающие,
- б) падающий на кластер фотон является «большим», т.е. его длина волны λ сравнима с характерными размерами кластера и много больше размеров отдельной частицы-мономера.

2. Особенности сильной локализации света в фрактальном кластере

Дальнодействующие корреляции в расположении частиц ФК (а другими словами, большое число пустот со степенным распределением по размерам) являются причиной очень эффективного процесса перенормировки длины волны внешнего излучения λ по мере проникновения излучения в кластер: длина волны фотона в кластере λ_{int} становится намного меньше λ (частота фотона ω при этом не меняется). Это объясняется следующим образом. Пусть падающий на кластер фотон с длиной волны λ порядка характерного размера кластера L улавливается какой-нибудь достаточно крупной полостью ФК. Это улавливание приводит к росту эффективной диэлектрической проницаемости кластера $\bar{\epsilon}$. Возрастание $\bar{\epsilon}$ инициирует, в свою очередь, уменьшение длины волны фотона, т.к. $\lambda_{\text{int}} = \lambda/\sqrt{\bar{\epsilon}}$. Фотон с перенормированной длиной волны λ_{int} находит другую полость, меньшего размера. Новое улавливание вновь стимулирует возрастание $\bar{\epsilon}$ и новое уменьшение λ_{int} и т.д.

При определенных условиях траектория перенормированного фотона между парой скоррелированных частиц кластера становится так называемым антуановским множеством или ожерельем Антуана [1]. Это множество устроено подобно замкнутой цепочке, состоящей из переплетенных звеньев. Каждая из петель этой цепочки, в свою очередь, состоит из таких же

переплетенных петель меньшего размера, вложенных в первоначальную петлю, и т.д. Общая часть всех переплетенных разномасштабных петель и есть антуановское ожерелье (рис. 1).

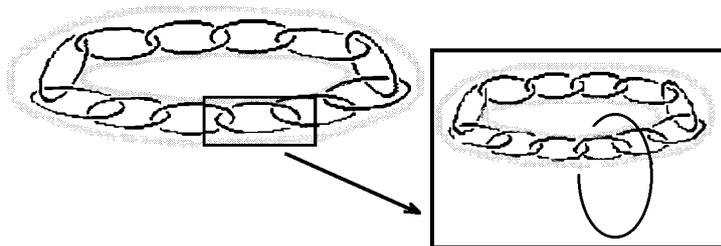


Рис. 1. Этапы построения антуановского множества

Самым замечательным свойством такого образования является его нулевая топологическая размерность, т.е. такой объект невидим в нашем реальном мире подобно точке или конечному множеству точек. В то же время этот объект может иметь макроскопические размеры и, более того, нульмерная антуановская цепочка не утрачивает некоторых свойств одномерной линии или траектории, с которой мы оперируем в физике. Если с обычного нульмерного множества, например с конечного множества точек в трехмерном пространстве, можно снять «продетое» через него тонкое кольцо, нигде не пересекая этого множества, то проделать то же самое с антуановским множеством нельзя (см. рис. 1). Точно так же нельзя расцепить два продетых друг через друга антуановских ожерелья.

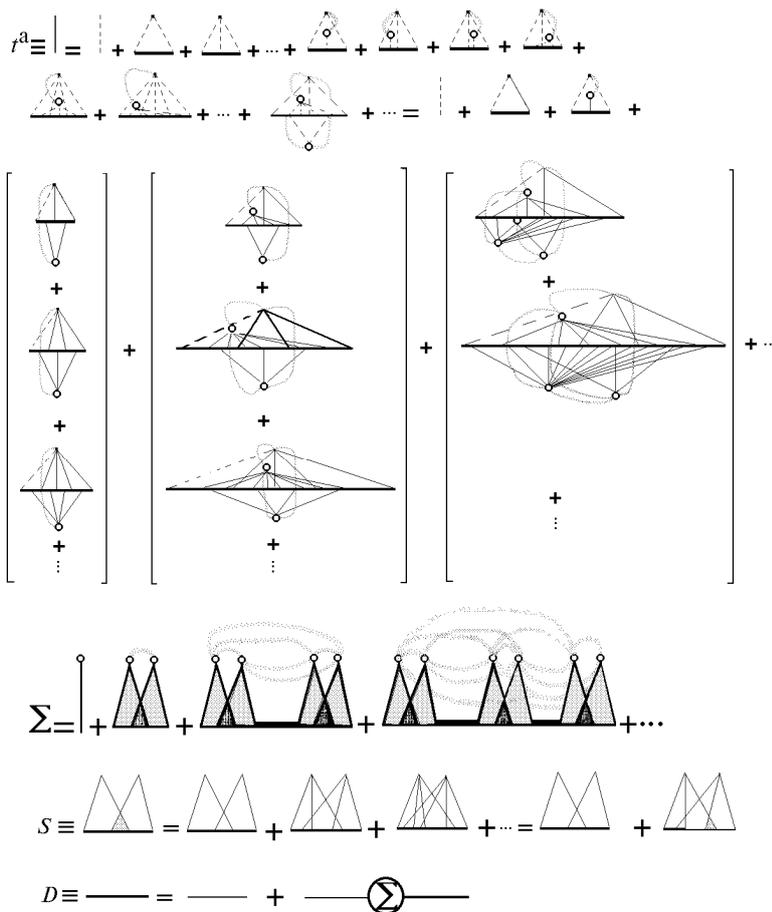


Рис. 2. Ряд теории возмущений для t -матрицы рассеяния фотона на частице-мономере кластера; для массового оператора фотона Σ ; для вспомогательного двухголового блока S , описывающего заикливание фотона на паре частиц; для усредненного однофотонного пропагатора в кластере

Существуют два механизма удержания света между парой скоррелированных частиц. Оба обусловлены топологией фотонной траектории, принадлежащей множеству Антуана. Первый механизм связан с тем, что для «нульмерного» антуановского фотона существует топологический запрет на выход в пространства с традиционной размерностью $d = 1, 2, 3$ (запрет такого рода не позволяет нам выйти из запертой трехмерной комнаты). Вторым механизмом связан со своеобразной «механической» жесткостью фотонной антуановской траектории. Причина этой жесткости – сингулярность плотности энергии нульмерной антуановской траектории, обусловленная трансформацией реального трехмерного фотона в нульмерный объект. Мы рассматриваем оба этих механизма. Первый – в этом разделе.

Поглощение, обусловленное первым механизмом, выражается через мнимую часть эффективной диэлектрической проницаемости кластера $\bar{\epsilon}$. Последняя вычисляется в результате совместного решения уравнения Дайсона для усредненного фотонного пропагатора в кластере и суммирования ряда теории возмущений для массового оператора фотона. Ряд теории возмущений для усредненной t -матрицы рассеяния фотона на частице-мономере кластера изображен на рис. 2.

Здесь штриховая линия соответствует потенциалу P взаимодействия фотона с частицей; с точкой связан фактор упаковки частиц в кластере или доля всего объема кластера, занятая частицами; тонкая горизонтальная линия – пропагатор свободного фотона в калибровке с нулевым скалярным потенциалом D^0 ; жирная горизонтальная линия – усредненный фотонный пропагатор в кластере \mathbf{D} ; дугообразная линия – парный коррелятор g . Этот ряд описывает процесс увязания фотона на множестве Антуана. Диаграммы в первой (левой) скобке описывают многократное прохождение фотоном затравочного или самого толстого звена ожерелья Антуана, примыкающего к выделенной частице. Чем правее столбец в скобках, тем больше появляется в нем более мелких звеньев или фотонных петель. На этом рисунке представлено также используемое приближение для массового оператора фотона Σ . Входящий в него двухголовый блок S описывает движение фотона по антуановской цепочке, расположенной между парой частиц-мономеров кластера. Здесь же представлено уравнение Дайсона для \mathbf{D} . Для P , D^0 и g используются следующие выражения:

$$P_{\alpha\beta}^a(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{\epsilon(\omega) - 1}{4\pi} \frac{\omega^2}{c^2} \delta_{\alpha\beta} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \Theta(R - |\mathbf{a} - \mathbf{r}|);$$

$$D_{\alpha\beta}^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \left(\delta_{\alpha\beta} - \frac{c^2}{\omega^2} \nabla_\alpha \nabla'_\beta \right) \frac{\exp(-i\omega |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|/c)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}; \quad g(r) = -\frac{1}{4\pi n_0 L_c^D \Gamma(D)} r^{D-3} \exp\left(-\frac{r}{L_c}\right),$$

где R – радиус частицы-мономера; \mathbf{a} – координата ее центра; ϵ – диэлектрическая проницаемость материала частиц; n_0 – средняя плотность частиц в кластере; D – фрактальная размерность; L_c – корреляционная длина; $\Theta(x)$ – единичная ступенчатая функция Хевисайда; $\Gamma(x)$ – гамма-функция Эйлера; $\delta(x)$ – дельта-функция Дирака; c – скорость света в вакууме; ω – частота света.

Для простоты нами рассматривается кластер, в котором число N частиц в корреляционном блоке (в объеме $\sim L_c^3$) равно числу корреляционных блоков в кластере, причем $N \gg 1$.

Результаты расчета таковы. При не слишком высоких значениях фрактальной размерности кластер характеризуется набором N значений $\bar{\epsilon}$. Значения $\bar{\epsilon}_m$ ($m = 1, 2, \dots, N$) равномерно распределены на окружности радиуса $N^{[(3-2D)N]/(4D)} |\epsilon - 1|$ в комплексной плоскости $\text{Re } \bar{\epsilon}$, $\text{Im } \bar{\epsilon}$. Каждое из них описывает свою степень перенормировки длины волны внешнего излучения в соответствии с соотношением $\lambda_{\text{int},m} = \lambda \sqrt{\bar{\epsilon}_m}$. Что касается связанного с этим механизмом сечения поглощения, то

$$\sigma_a = \frac{\omega R^3}{c} \left(\frac{L}{D}\right)^D \text{Im } \epsilon, \quad (1)$$

где L – характерный размер кластера.

Рассматриваемое поглощение возможно в любом наперед заданном диапазоне длин волн при условии, что: а) собственное поглощение материала частиц в этом диапазоне мало и

б) длина волны падающего излучения охватывает сразу большое число частиц-мономеров кластера. Роль этого специфического «поглощения» усиливается по мере продвижения в длинноволновую область спектра: например, для металла в далеком ИК-диапазоне $|\text{Im } \varepsilon| \sim 10^5$ и в то же время из-за сильного томас-фермиевского экранирования снижается роль собственного («настоящего») поглощения материалом частицы. Последнее необходимо, чтобы фотон смог как следует «побегать» по кластеру. Однако если материал частицы абсолютно непоглощающий ($\text{Im } \varepsilon = 0$), то, как легко видеть из выражения (1), локализация исчезает. В этом состоит своеобразный парадокс рассмотренного явления.

3. Образование связанного состояния пары виртуальных фотонов или «механическое» натяжение переплетенных антуановских цепочек

Второй механизм поглощения света ФК более сложен, но и более интересен. Для вычисления сечения локализации в предыдущем разделе нам требовалась всего лишь мнимая часть массового оператора фотона, и фактически все наши результаты хорошо понятны с точки зрения оптической теоремы. Для описания явления, которое мы хотим рассмотреть здесь, рамки оптической теоремы оказываются тесными и нам потребуется усредненный двухфотонный пропагатор в кластере. Эта величина обычно используется при вычислениях сечения упругого рассеяния света. Ничего странного в этом нет – интересующее нас сечение поглощения, как оказывается, выражается через мнимую часть сечения упругого рассеяния.

Дифференциальное сечение упругого рассеяния фотона кластером $d\sigma/(d\mathbf{n}_f)$ (\mathbf{n}_f – единичный вектор в направлении рассеянного кванта) получается после усреднения квадрата модуля амплитуды рассеяния \mathfrak{I} , для которой существует ряд теории возмущений [2]:

$$\mathfrak{I} = \mathbf{e}_{i\alpha} \int \exp(-i\mathbf{k}_i \mathbf{r}) \sum_a P_{\alpha\beta}^a(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{e}_{f\beta} \exp(i\mathbf{k}_f \mathbf{r}') d\mathbf{r} d\mathbf{r}' + \mathbf{e}_{i\alpha} \int \exp(-i\mathbf{k}_i \mathbf{r}) \times \\ \times \sum_a P_{ab}^a(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1) D_{bg}^0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \sum_b P_{gn}^b(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}') \mathbf{e}_{f\nu} \exp(i\mathbf{k}_f \mathbf{r}') d\mathbf{r} d\mathbf{r}' d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 + \dots,$$

где \mathbf{k}_i и \mathbf{k}_f – волновые векторы падающего и рассеянного квантов; \mathbf{e} – соответствующие им единичные векторы поляризации; $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \dots$ – координаты центров частиц. Структура ряда ТВ для $|\mathfrak{I}|^2$ или $d\sigma/(d\mathbf{n}_f)$ представлена на рис. 3. Элементы ряда те же самые, что и на рис. 2.

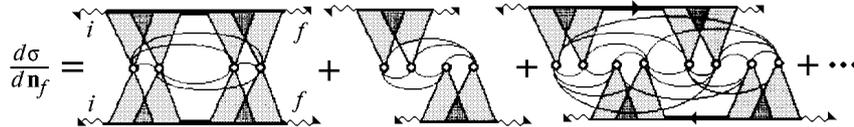


Рис. 3. Структура ряда теории возмущений для дифференциального сечения рассеяния

Диаграммы рис. 3 очень похожи на стандартные диаграммы теории поля, описывающие взаимодействие пары частиц. Однако мы имеем дело с одним-единственным фотоном! Откуда же взялось парное взаимодействие? Разгадка проста. В ситуации с $\lambda \sim L$ мы лишены возможности различить падающий (i -й) и упругорассеянный (f -й) фотоны при их взаимодействии с частицами кластера. Имеет смысл вместо одного реального фотона говорить о присутствии в кластере пары виртуальных фотонов. Диаграммы рис. 3 как раз и описывают парное взаимодействие этих виртуальных фотонов, возникающее из-за их рассеяния на одних и тех же (или разных, но скоррелированных) частицах.

Суммирование ряда ТВ для $d\sigma/(d\mathbf{n}_f)$ сводится к решению уравнения Бете–Солпитера (рис. 4) для двухфотонного пропагатора K . Ядро этого уравнения составляют диаграммы, принадлежащие одному и тому же корреляционному блоку.

Интересующие нас диаграммы можно интерпретировать еще и так. Падающий i -й фотон, трансформируясь в рассеянный f -й, проходит последовательность антуановских цепочек, локализованных между частицами кластера, принадлежащими выделенному корреляционному блоку – верхний берег диаграмм. Эти малые скоррелированные цепочки можно рассматривать как одну большую антуановскую цепь, охватывающую весь корреляционный блок. Одновременно с этим f -й фотон трансформируется в i -й (нижний берег диаграмм).

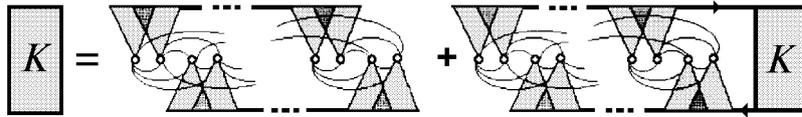


Рис. 4. Уравнение Бете–Солпитера для усредненного двухфотонного пропагатора в кластере

Различить эти процессы при движении фотона по петле в условиях $\lambda \sim L$ невозможно. Диаграммы рис. 3 описывают интерференцию амплитуд вероятности, соответствующих этим процессам. После обхода антуановской цепи, принадлежащей этому корреляционному блоку, фотон переходит в другой корреляционный блок, на другую «большую» антуановскую цепь, на третью и т.д. Эти цепи между собой никак не скоррелированы. Так как каждую частицу кластера можно рассматривать как одновременно принадлежащую нескольким корреляционным блокам, эти антуановские цепи переплетены.

Антуановская цепочка обладает одним замечательным свойством, упомянутым в разделе 2. Несмотря на их нульмерность, две переплетенные цепочки нельзя «протащить» друг через друга. Наш фотон принадлежит одновременно клубку переплетенных виртуальных антуановских цепей, каждая из которых связана со своим корреляционным блоком. Что, если существует особый механизм удержания фотона в кластере: нелокальный фотон не может покинуть кластер, т.к. это сопряжено с работой по разрыву этого клубка? Физическая причина появившейся жесткости фотонных траекторий связана с трансформацией реального трехмерного фотона в нульмерный объект и с соответствующей этой замене неизбежной сингулярностью плотности энергии антуановского фотона или антуановской цепочки.

Этот топологический механизм удержания фотона в кластере можно понять и на более привычном языке, с которого мы начали, – на языке диаграммных методов теории поля. Образуется связанное состояние пары виртуальных фотонов, и причина этого – бесконечнократное эффективное взаимодействие пары виртуальных фотонов, отраженное лестничным рядом рис. 4.

Мнимая часть дифференциального сечения рассеяния, соответствующего ряду рис. 4, описывает сечение удержания света кластером за счет рассматриваемого в этом разделе механизма. Полное сечение поглощения s -поляризованного света

$$\sigma \cong \frac{4\pi}{5} \frac{L L_c}{(3-D)} N^{[(3-2D)N]/(2D)} \left(\frac{\omega L}{c}\right)^2 \left(\frac{\omega L_c}{c}\right)^2 |\varepsilon - 1|^2. \quad (2)$$

В показателе степени в (2) опущен целый ряд слагаемых, не содержащих $N \gg 1$. Критическое значение фрактальной размерности $D = 3/2$, ниже которого кластер способен к эффективному поглощению света, связано с рассмотрением кластера, в котором число частиц, содержащихся в корреляционном блоке, равно числу корреляционных блоков в кластере.

Заключение

Аномальные электромагнитные свойства фрактальных кластеров не исчерпываются особенностями поглощения света. Немало аномалий существует и в упругом канале рассеяния. В частности, «нульмерность» антуановских фотонов и связанная с этим способность к концентрации большого их числа в малом объеме являются причиной существования в фрактальных кластерах очень сильных локальных электромагнитных полей. Быть может, в этом и есть причина аномально высокой каталитической активности многих гетерогенных наносистем. Например, сильные локальные электромагнитные поля, возникающие в фрактальных кластерах атмосферы при их взаимодействии с солнечным ультрафиолетом, могут быть ответственны за разрушение озонового слоя Земли.

1. Болтянский В. Г., Ефремович В. А. Наглядная топология. М.: Наука, 1982. 142 с.
2. Лушников А. А., Максименко В. В. // ЖЭТФ. 1993. Т. 103. С. 1010–1044.

ГНЦ РФ НИФХИ им.Л.Я. Карпова,
Москва

Поступила в редакцию
9 апреля 1997 г.

V. V. Maksimenko. **Light Absorption by Fractal Cluster.**

Two new mechanisms of light absorption by fractal clusters are considered. The both of them are closely associated with the topological peculiarities of photon trajectory inside the system of particles with the long-range correlations in the arrangement. Under certain conditions, this trajectory becomes the zero-dimensional Antuan's set (the necklace by Antuan). The reason for the first absorption mechanism is the topological difficulties to leave zero-dimensional space and to escape in our world with the topological dimensions $d=1, 2, 3$. The reason for the second mechanism is the «mechanical» rigidity of Antuan's trajectory. This rigidity is due to the singularity of the energy density of Antuan's photon. The singularity is a consequence of the transformation of real three-dimensional photon into zero-dimensional one. Antuan's photon cannot leave the fractal cluster because of the difficulties associated with the rupture of necklaced virtual Antuan's trajectories. The light absorption cross-sections by the fractal cluster are calculated for the both mechanisms.