

**В.А. Банах, Х. Вернер, Ф. Копп, И.Н. Смалихо**

## **ИЗМЕРЕНИЕ СКОРОСТИ ДИССИПАЦИИ ТУРБУЛЕНТНОЙ ЭНЕРГИИ СКАНИРУЮЩИМ ДОПЛЕРОВСКИМ ЛИДАРОМ**

На основе найденных соотношений для структурной функции скорости ветра, измеряемой сканирующим лидаром, предложен метод определения скорости диссипации турбулентной энергии  $\epsilon_t$  из доплеровских данных. С помощью этого метода восстановлен профиль скорости диссипации до высоты 650 м.

### **Введение**

Известные методы определения скорости диссипации кинетической энергии турбулентности  $\epsilon_t$  в атмосфере основываются на соотношениях, являющихся следствием установленных А.Н. Колмогоровым и А.М. Обухова фундаментальных законов трансформации турбулентной энергии в инерционном интервале масштабов неоднородной среды. Информация о скорости диссипации при этом может быть извлечена из измерений структурных функций или спектров флуктуаций скорости ветра, вид которых в инерционном интервале определяется законом «2/3» Колмогорова–Обухова [1]. В случае временных структурных функций или спектров применяется гипотеза «замороженной» турбулентности [2].

Дистанционное зондирование доплеровскими лидарами [3–10] открывает более широкие возможности в изучении атмосферных динамических процессов, по сравнению с традиционно используемыми приборами на метеорологических мачтах или самолетах [1, 2, 11, 12]. Так, например, из ширины доплеровского спектра эхосигнала можно определить скорость диссипации турбулентной энергии на определенной высоте [3, 4, 7, 10] при условии, что продольный размер зондируемого объема не превышает максимальный размер турбулентных неоднородностей в инерционном интервале. Однако в случае непрерывного доплеровского лидара такой метод имеет ограничение на дальность (высоту) зондирования, так как с увеличением трассы продольный размер зондируемого объема возрастает [13], и может превысить максимальный размер турбулентных неоднородностей в инерционном интервале. Использование методов определения  $\epsilon_t$  с помощью измеренных доплеровским лидаром временных структурных функций и спектров [10] не всегда возможно в силу нарушения условий применимости гипотезы Тейлора «замороженности» турбулентности.

В настоящей статье предлагается метод измерения скорости диссипации турбулентной энергии непрерывным доплеровским лидаром при коническом сканировании пучком. Здесь, так же как и в методе определения скорости диссипации по ширине доплеровского спектра, не требуется применения гипотезы «замороженности» турбулентности, но в отличие от него нет столь жестких ограничений на высоту зондирования.

### **Схема геометрии зондирования и исходные соотношения**

На рис. 1 показана схема геометрии зондирования наземным непрерывным доплеровским лидаром при коническом сканировании. Лидар находится в центре декартовой системы координат  $\mathbf{r} = \{z, x, y\}$ . Зондирующий пучок, фокусируемый на расстоянии  $R$  от лидара, наклонен под углом  $\varphi$  к горизонтальной плоскости и вращается с угловой скоростью  $\omega_0$  вокруг вертикальной оси  $z$ , образуя конус с высотой  $h = R \cos\varphi$  и радиусом основания  $a = R \sin\varphi$ . Из измеренных через равные промежутки времени  $t_0$  доплеровских спектров эхосигнала осуществляются оценки в направлении азимутального угла  $\theta$  радиальной скорости  $V_D(\theta)$ , усредненной по объему зондирования, формируемого когерентным лидаром в окрестности фокуса.

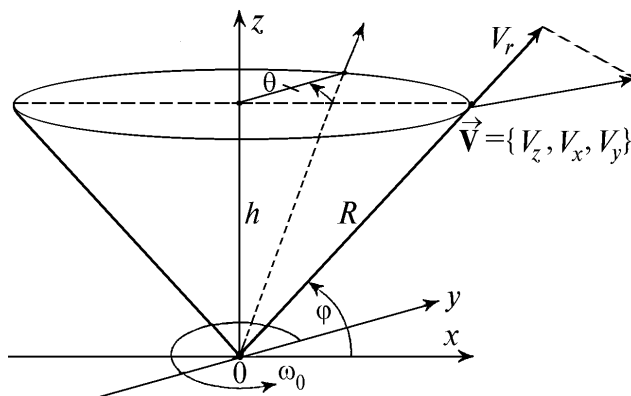


Рис. 1. Схема геометрии лидара с коническим сканированием

Скорость  $V_D$  задается выражением [9]

$$V_D(\theta) = \int_0^{\infty} dz' Q_s(z') V_r(z', \theta), \quad (1)$$

где  $z'$  – расстояние от лидара до произвольной точки на оси пучка;  $Q_s(z') = \{\pi k a_0^2 [(1 - z'/R)^2 + z'^2 / (k a_0^2)^2]\}^{-1}$  – функция, характеризующая пространственное разрешение;  $a_0$  – радиус пучка в плоскости приемопередающего телескопа;  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  – длина волны;  $V_r$  – проекция вектора скорости ветра  $\mathbf{V}(\mathbf{r}) = \{V_z(\mathbf{r}), V_x(\mathbf{r}), V_y(\mathbf{r})\}$  на ось пучка (радиальная скорость). В соответствии со схемой зондирования связь между  $V_r$  и  $\mathbf{V}$  имеет вид

$$V_r(z', \theta) = \mathbf{S}(\theta) \mathbf{V}(z' \mathbf{S}(\theta)), \quad (2)$$

где  $\mathbf{S}(\theta) = \{\sin\phi, \cos\phi \cos\theta, \cos\phi \sin\theta\}$ .

Будем предполагать, что поле скорости ветра является статистически однородным, т.е. среднее по ансамблю  $\langle \mathbf{V}(\mathbf{r}) \rangle = \langle \mathbf{V} \rangle$  не зависит от координат. Тогда из (1) после усреднения получаем

$$\langle V_D(\theta) \rangle = \langle V_r(\theta) \rangle \int_0^{\infty} dz Q_s(z). \quad (3)$$

Для приемлемого пространственного разрешения дальность зондирования  $R$  должна удовлетворять условию  $R \ll ka_0^2$  (ближняя зона дифракции), при выполнении которого второй сомножитель в (3) равен единице, а продольный размер зондируемого объема  $\Delta z = \int_0^{\infty} dz Q_s(z) / Q_s(R)$

описывается формулой [9]:

$$\Delta z = \frac{\lambda R^2}{2 a_0^2}. \quad (4)$$

Из (2) и (3) имеем синусоидальную зависимость среднего значения доплеровской скорости от азимутального угла  $\theta$ :

$$\langle V_D(\theta) \rangle = \langle V_r(\theta) \rangle = \mathbf{S}(\theta) \langle \mathbf{V} \rangle \equiv \sin\phi \langle V_z \rangle + \cos\phi \cos\theta \langle V_x \rangle + \cos\phi \sin\theta \langle V_y \rangle. \quad (5)$$

Оценку среднего значения доплеровской скорости  $\hat{V}_D(\theta)$  из данных  $V_D(\theta_i)$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), измеренных при одном полном сканировании, получают путем подгонки  $V_D(\theta_i)$  методом наименьших квадратов к зависимости

$$\hat{V}_D(\theta) = \mathbf{S}(\theta) \hat{\mathbf{V}}. \quad (6)$$

где при достаточно большом  $n$  оцениваемые компоненты скорости ветра  $\hat{\mathbf{V}} = \{\hat{V}_z, \hat{V}_x, \hat{V}_y\}$  описываются выражением [6]:

$$\hat{\mathbf{V}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta V_D(\theta) \mathbf{A}(\theta); \quad (7)$$

$$\mathbf{A}(\theta) = \left\{ \frac{1}{\sin\varphi}, \frac{2\cos\theta}{\cos\varphi}, \frac{2\sin\theta}{\cos\varphi} \right\}.$$

Флуктуации такой оценки  $\hat{V}_D - \langle \hat{V}_D \rangle$  обусловлены в основном турбулентными вихрями, размеры которых превышают диаметр основания конуса сканирования, а отклонения от оценки среднего значения  $\tilde{V}_D(\theta) = V_D(\theta) - \hat{V}_D(\theta)$  – наоборот, более мелкими вихрями.

### Структурная функция скорости ветра

Средний квадрат разности отклонений  $\tilde{V}_D(\theta)$ , измеренных при углах  $\theta_1$  и  $\theta_2$ ,

$$D(\theta_1, \theta_2) = \langle [\tilde{V}_D(\theta_1) - \tilde{V}_D(\theta_2)]^2 \rangle \quad (8)$$

(структурную функцию скорости ветра) после довольно громоздких преобразований с использованием (1)–(3), (5)–(7) в общем виде можно представить как

$$D(\theta_1, \theta_2) = (2\pi)^{-2} \int_0^{2\pi} d\theta_3 d\theta_4 \int_0^\infty dz_1 dz_2 Q_s(z_1) Q_s(z_2) F\{D_{ij}(z_k \mathbf{S}(\theta_l) - z_p \mathbf{S}(\theta_m))\}, \quad (9)$$

где  $F$  – линейная функция от компонент тензора

$$D_{ij}(\mathbf{r}) = \langle [V_i(\mathbf{r}_0 + \mathbf{r}) - V_i(\mathbf{r}_0)] [V_j(\mathbf{r}_0 + \mathbf{r}) - V_j(\mathbf{r}_0)] \rangle;$$

$$V_i = V_i - \langle V_i \rangle; i, j = z, x, y; k, p = 1, 2; l, m = 1, 2, 3, 4.$$

Для локально изотропной турбулентности тензор  $D_{ij}$  можно выразить через продольную структурную функцию  $D_{LL}(r)$  в виде [2]

$$D_{ij}(\mathbf{r}) = D_{LL}(r) \delta_{ij} + \frac{r}{2} \frac{D_{LL}(r)}{dr} \left[ \delta_{ij} - \frac{r_i r_j}{r^2} \right], \quad (10)$$

где  $D_{LL}(r)$  в инерционном интервале турбулентности  $r \ll L_V$  ( $L_V$  – внешний масштаб турбулентности) описывается формулой Колмогорова

$$D_{LL}(r) = C \varepsilon_r^{2/3} r^{2/3}, \quad (11)$$

$r = |\mathbf{r}|$ ,  $\delta_{ij} = 1$  при  $i = j$ ,  $\delta_{ij} = 0$  при  $i \neq j$ ,  $C \approx 2$  – универсальная постоянная Колмогорова;  $\varepsilon_r$  – скорость диссипации турбулентной энергии.

Подставив (10) и (11) в (9) и перейдя к пределу при малых углах  $|\theta_1 - \theta_2| \ll \pi/2$ , находим

$$D(\theta_1 - \theta_2) = C \varepsilon_r^{2/3} \int_0^\infty \int_0^\infty dz_1 dz_2 Q_s(z_1) Q_s(z_2) \left\{ [(z_1 - z_2)^2 + (\theta_1 - \theta_2)^2 z_1 z_2 \cos^2\varphi]^{1/3} \times \right. \\ \left. \times \left\{ \left[ 1 + \frac{1}{3} \frac{(\theta_1 - \theta_2)^2 z_1 z_2 \cos^2\varphi}{(z_1 - z_2)^2 + (\theta_1 - \theta_2)^2 z_1 z_2 \cos^2\varphi} \right] - |z_1 - z_2|^{2/3} \right\} \right\}. \quad (12)$$

При  $\Delta z \rightarrow 0$  (12) переходит в выражение

$$D(\theta_1 - \theta_2) = \frac{4}{3} C \varepsilon_r^{2/3} (|\theta_1 - \theta_2| R \cos\varphi)^{2/3} \quad (13)$$

для поперечной структурной функции скорости ветра [2]. Откуда следует, что формула (12) может применяться лишь при условии, чтобы длина дуги сектора в основании конуса сканирования  $|\theta_1 - \theta_2| R \cos\varphi$  не превышала размер инерционного интервала, т.е.

$$|\theta_1 - \theta_2| R \cos\varphi \ll L_r. \quad (14)$$

Отметим, что при малых продольных размерах зондируемого объема  $\Delta z$  может возникнуть ситуация, когда также необходимо учитывать усреднение радиальной скорости за время  $t_0$ . Однако в проводимых нами экспериментах, как правило, реализовывалось условие  $\Delta z \gg \omega_0 t_0 R \cos\varphi$  и поэтому таким усреднением будем пренебрегать.

Таким образом, из результатов измерений структурной функции  $D(\theta_1 - \theta_2)$  можно оценивать с помощью формулы (12) величину скорости диссипации турбулентной энергии  $\epsilon_r$ . При этом единственным ограничением является условие (14).

### Эксперимент

Процедура доплеровских лидарных измерений высотного профиля  $\epsilon_r(h)$  при коническом сканировании заключается в следующем. После выставления определенного фокусного расстояния  $R$  и угла места  $\varphi$  осуществляется коническое сканирование лазерным пучком (см. рис. 1), во время которого каждые  $t_0 = 50$  мс измеряются доплеровские спектры эхосигнала. Время одного полного сканирования 7 с. Результатом аналогичных измерений при различных  $R$  и  $\varphi$  являются массивы данных, относящиеся к соответствующим высотам зондирования  $h = R \sin\varphi$ . Для усреднения по ансамблю квадрата разности  $\tilde{V}_D(\theta_1) - \tilde{V}_D(\theta_2)$  с целью оценки структурной функции  $D(\theta_1, \theta_2)$  необходимо неоднократное повторение полных сканирований для каждой высоты зондирования. Такие повторения мы делали как при непрерывном сканировании, так и после каждого цикла измерений на всех высотах  $h$ .

Из данных одного полного сканирования определялись значения скоростей  $V_D(\theta_j)$ . По этим значениям с помощью метода наименьших квадратов оценивались средние значения доплеровских скоростей  $\hat{V}_D(\theta_j)$ , и после нахождения разностей  $V_D(\theta_j) - \hat{V}_D(\theta_j)$  по формуле (8) рассчитывалась структурная функция  $D(\theta_1, \theta_2)$  для малых углов  $|\theta_1 - \theta_2|$ . Из таких функций с помощью формулы (12) определялись значения скорости диссипации турбулентной энергии для каждой высоты зондирования.

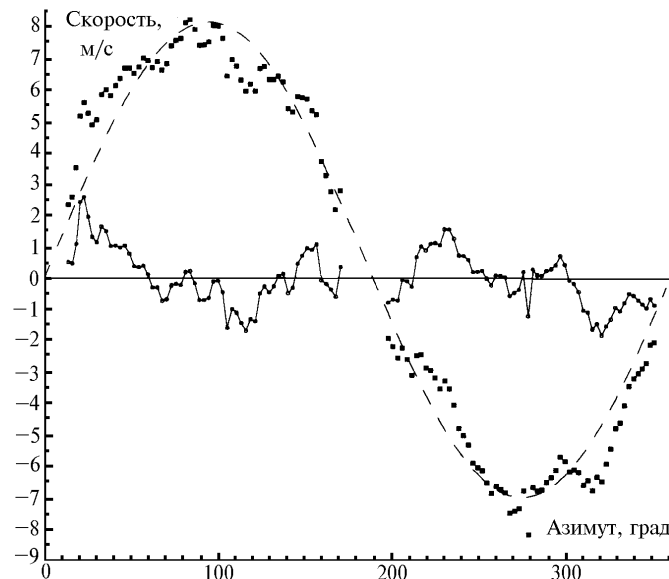


Рис. 2. Зависимость  $V_D$  (квадратики),  $\hat{V}_D$  (штриховая кривая) и  $\tilde{V}_D$  (сплошные кривые) от азимутального угла  $\theta$

Из данных, полученных при числе  $N$  полных сканирований, для интервала углов  $180^\circ$  мы имеем  $2N$  последовательностей  $\tilde{V}_D(j\Delta\theta)$ . Используя все точки каждой такой последовательности,

можно получить  $2N$  оценок структурной функции при  $|\theta_1 - \theta_2| \ll 180^\circ$ , а затем их усреднить при соответствующих приращениях углов  $|\theta_1 - \theta_2|$ . Значения  $\varepsilon_\tau$  и  $\sigma_n^2$  мы оценивали по формулам:

$$\varepsilon_\tau = \left[ \frac{1}{(n-1)} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{(n-k)} \sum_{j=1}^{n-k} \frac{[D((j+k)\Delta\theta) - D(j\Delta\theta)]^2}{[G((j+k)\Delta\theta) - G(j\Delta\theta)]^2} \right]^{3/2}; \quad (15)$$

$$\sigma_n^2 = \frac{1}{2n} \sum_{j=1}^n [D(j\Delta\theta) - \varepsilon_\tau^{2/3} G(j\Delta\theta)], \quad (16)$$

где  $D(j\Delta\theta)$  – экспериментальные значения структурной функции;  $G(j\Delta\theta)$  – множитель при  $\varepsilon_\tau^{2/3}$  в правой части формулы (12). В соответствии с требованием применимости теории  $n\Delta\theta \ll \pi/2$  и  $n\Delta\theta R \cos\varphi \ll L_v$ , в нашем эксперименте число  $n = 10$ .

### Результаты эксперимента

Эксперимент с помощью  $\text{CO}_2$  доплеровского лидара (Институт оптоэлектроники Германского авиакосмического управления) был проведен в узкой альпийской долине вблизи г. Гармиш-Партенкирхен (ФРГ). Ширина долины около 1–1,5 км. В день измерения 12 октября 1993 года были резкие изменения в динамическом состоянии атмосферы в районе проведения эксперимента. В частности, около 14:00 произошло быстрое изменение направления ветра на противоположное. После чего в течение часа наблюдалось относительно стационарное состояние сильно турбулизованного потока воздуха. При этом скорость ветра на высотах  $h \geq 150$  м превышала 10 м/с, достигая в отдельные моменты 14–15 м/с. За этот час мы провели шесть измерений на высотах  $h = 50$  м ( $R = 100$  м,  $\varphi = 30^\circ$ ),  $h = 150$  м ( $R = 300$  м,  $\varphi = 30^\circ$ ),  $h = 250$  м ( $R = 500$  м,  $\varphi = 30^\circ$ ),  $h = 350$  м ( $R = 700$  м,  $\varphi = 30^\circ$ ),  $h = 450$  м ( $R = 636$  м,  $\varphi = 45^\circ$ ),  $h = 550$  м ( $R = 778$  м,  $\varphi = 45^\circ$ ),  $h = 650$  м ( $R = 919$  м,  $\varphi = 45^\circ$ ), которым соответствовали продольные размеры зондируемого объема  $\Delta z = 9,2; 83; 230; 450; 372; 557$  и 777 м. В каждом таком измерении для  $h = 50$  м осуществлялось по три сканирования, для  $h = 150$  м – по два, а для других высот – по одному.

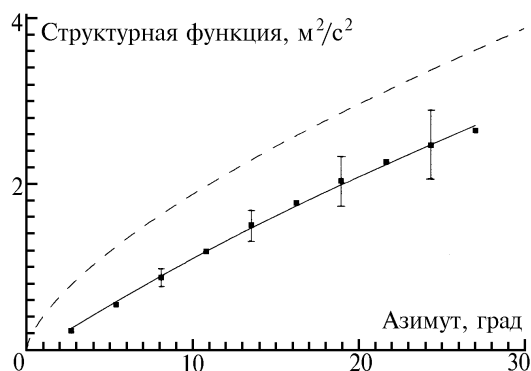


Рис. 3. Структурная функция скорости ветра, измеряемой сканирующим доплеровским лидаром при  $h = 50$  м и  $\Delta z = 9,2$  м. Квадратики – эксперимент, сплошная кривая – теория, штриховая кривая – расчет по формуле (13)

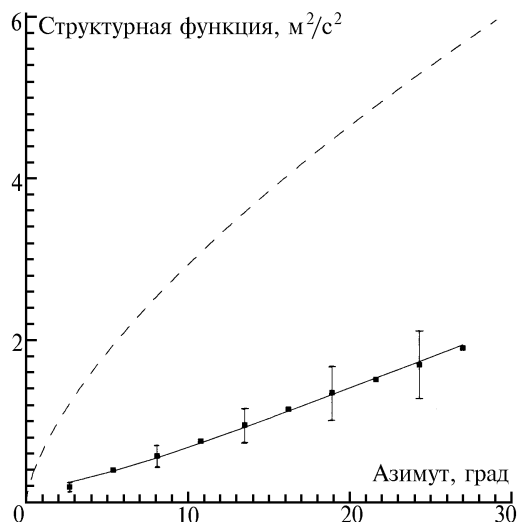


Рис. 4. Структурная функция скорости ветра, измеряемой сканирующим доплеровским лидаром при  $h = 550$  м и  $\Delta z = 557$  м. Квадратики – эксперимент, сплошная кривая – теория, штриховая кривая – расчет по формуле (13)

Для примера на рис. 3 и 4 в виде точек представлены экспериментальные значения структурной функции  $D(j\Delta\theta)$  при  $h = 50$  м ( $\Delta z = 9,2$  м) и  $h = 550$  м ( $\Delta z = 557$  м) соответственно. Относительные погрешности этих оценок структурных функций составляли соответственно 9% и 13%. В виде вертикальных отрезков на рисунках приведены 90%-е доверительные интервалы. Воспользовавшись (15) и (16), из этих экспериментальных данных имеем оценки

$\varepsilon_r = 0,039 \text{ м}^2/\text{с}^3$ ,  $\sigma_n^2 = 0,04 \text{ м}^2/\text{с}^2$  для  $h = 50 \text{ м}$  и  $\varepsilon_r = 0,012 \text{ м}^2/\text{с}^3$ ,  $\sigma_n^2 = 0,09 \text{ м}^2/\text{с}^2$  для  $h = 550 \text{ м}$ . На рис. 3 и 4 в виде сплошных кривых представлены результаты расчета по формуле (12) с учетом шумового слагаемого  $2\sigma_n^2$ . Видно, что экспериментальные зависимости структурной функции от азимутального угла удовлетворительно согласуются. Такое же хорошее соответствие теории и эксперимента обнаружено для других высот зондирования. Результаты расчета по формуле (13) для структурной функции в случае точечных измерений показаны на рис. 3 и 4 в виде штриховых кривых. Сравнение штриховой и сплошной кривых показывает степень влияния пространственного усреднения вдоль оси пучка на рассматриваемую характеристику.

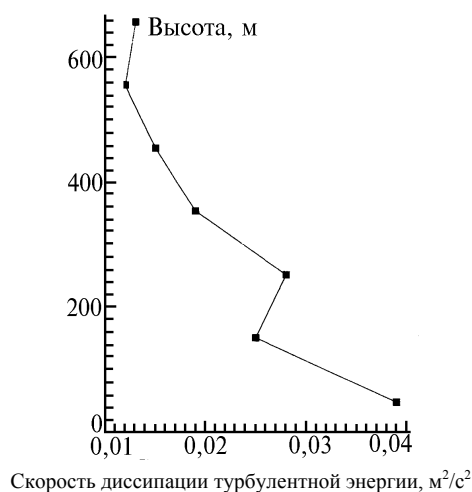


Рис. 5. Высотный профиль скорости диссипации турбулентной энергии, восстановленный из данных сканирующего доплеровского лидара

На рис. 5 представлен восстановленный из данных сканирующего доплеровского лидара высотный профиль скорости диссипации турбулентной энергии. Видно, что в целом скорость диссипации турбулентной энергии с высотой уменьшается, что качественно согласуется с известными теоретическими [14] и экспериментальными [1] результатами. Наблюдаемая при этом на высотах  $h = 250 \text{ м}$  и  $h = 550 \text{ м}$  «инверсия», по-видимому, связана со статистическими погрешностями из-за недостаточного полного усреднения флуктуаций оценок структурных функций  $D(\theta)$ . В среднем относительная погрешность оценок структурных функций составляет около 13%. С учетом того, что оценка скорости диссипации пропорциональна  $D^{3/2}(\theta)$ , ее относительная погрешность составляет примерно 20%. Относительно большие значения  $\varepsilon_r$  по абсолютной величине, по мнению авторов, обусловлены сложным рельефом местности вокруг горной долины и спецификой погодных условий во время проведения данного эксперимента. Отметим, что начиная с  $h = 250 \text{ м}$  и выше продольный размер зондируемого объема  $\Delta z$  значительно превосходит максимальный размер турбулентных неоднородностей в инерционном интервале и становится сравнимым и больше внешнего масштаба турбулентности  $L_V$ . В отличие от метода определения  $\varepsilon_r$  из ширины доплеровского спектра, где требуется условие  $\Delta z \ll L_V$ , в предлагаемом здесь подходе достаточно выполнения существенно более слабого неравенства (14).

## Заключение

В данной работе представлены результаты теоретического и экспериментального исследования структурной функции скорости ветра, измеряемой непрерывным доплеровским лидаром при коническом сканировании. Показано, что вследствие существенного пространственного усреднения флуктуаций скорости ветра по объему зондирования наблюдается значительное замедление возрастания структурной функции с увеличением пространственного разнеса (азимутального угла) точек наблюдения по сравнению со случаем точечных измерений структурной функции, когда выполняется закон «2/3» Колмогорова–Обухова. Полученные в статье теоретические и экспериментальные результаты хорошо согласуются между собой. На основе найденных соотношений для пространственной структурной функции скорости ветра, измеряемой сканирующим лидаром, предложен метод определения скорости диссипации турбу-

лентной энергии из доплеровских данных. С помощью этого метода восстановлен профиль скорости диссипации до высоты  $h = 650$  м. Предложенный метод свободен от ограничений на величину продольного размера лидарного объема зондирования, присущих известным способам, что существенно расширяет область применения доплеровских лидаров для исследования турбулентности в пограничном слое атмосферы.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант N 94-05-16601-а).

1. Бызова Н.Л., Иванов В.Н., Гаргер Е.К. Турбулентность в пограничном слое атмосферы. Л.: Гидрометеоздат, 1989. 263 с.
2. Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика. Ч. 2. М.: Наука, 1967. 720 с.
3. Keeler R.J. et al. // J. Atmos. Oceanic Technol. 1987. V. 4. P. 113–127.
4. Ancellet G.M., Menzies R.I. and Grant W.B. // J. Atmos. Oceanic Technol. 1989. V. 6. N 1. P. 50–58.
5. Tzvi Cal-Chen, Mei Xu and Eberhard W.L. // J. Geophysical Research. 1992. V. 97. ND17. P. 18409–18423.
6. Köpp F. et al. // Contribution to Atmospheric Physics. 1994. V. 67. N 4. P. 269–286.
7. Gordienko V.M. et al. // Optical Engineering. 1994. V. 33. N 10. P. 3206–3213.
8. Frehlich R.G., Hannon S.M. and Henderson S.W. // J. Atmos. Oceanic Technol. 1994. V. 11. N 6. P. 1517–1528.
9. Banakh V.A. et al. // Appl. Optic. 1995. V. 34. P. 2055–2067.
10. Банах В.А., Вернер Х., Керкис Н.Н., Копп Ф., Смалихо И.Н. Оптика атмосферы и океана. 1995. Т. 8. N 12. С. 1726–1732.
11. Ламли Дж., Пановский Г. Структура атмосферной турбулентности. М.: Мир, 1966. 264 с.
12. Винниченко Н.К., Пинус Н.З., Шметер С.М., Шур Г.Н. Турбулентность в свободной атмосфере. Л.: Гидрометеоздат, 1976. 287 с.
13. Sonnenschein S.M., and Horrigan F.A. // Appl. Optic. 1971. V. 10. N 7. P. 1600–1604.
14. Зилитинкевич С.С. Динамика пограничного слоя атмосферы. Л.: Гидрометеоздат, 1970. 292 с.

Институт оптики атмосферы СО РАН, г. Томск,  
Институт оптоэлектроники, г. Оберпфaffenхофен, ФРГ

Поступила в редакцию  
6 мая 1996 г.

**V. A. Banakh, H. Warner, F. Köpp, I. N. Smalikho. Measurement of Turbulent Energy Dissipation Rate by Scanning Doppler Lidar.**

Based on the relations obtained for the structure function of the wind velocity measured with the scanning lidar the method is proposed for determination of the turbulent energy dissipation rate from the Doppler data. The method was used in the reconstruction of the dissipation rate profile to 650 m height.