

Н.В. Кустова, А.Г. Боровой

Метод теневых функций в ореольном рассеянии

Институт оптики атмосферы СО РАН, г. Томск

Поступила в редакцию 14.04.2006 г.

Для задач малоуглового рассеяния света на больших, по сравнению с длиной волны, частицах неправильной формы разрабатывается новый эффективный метод, названный методом теневых функций. По сравнению со стандартными картинками фраунгоферовой дифракции теневые функции обладают рядом существенных преимуществ, облегчающих их вычисление. Приведены численные значения теневых функций для ледяных гексагональных кристаллов перистых облаков, которые представляют интерес для ореольных измерений в облаках и при лазерном зондировании перистых облаков.

Введение

Метод малоуглового рассеяния является одним из наиболее перспективных методов в оптике светорассеивающих сред и в том числе в атмосферной оптике, где малоугловое рассеяние принято называть ореольным. Из экспериментально измеренной ореольной индикатрисы рассеяния можно извлекать, в принципе, информацию о распределении частиц по форме и размерам. Но в настоящее время при интерпретации таких экспериментальных данных авторы вынуждены исходить из предположения о сферической форме частиц [1–4], поскольку теория малоуглового рассеяния на несферических частицах разработана недостаточно. Целями данной статьи являются дальнейшая разработка такой теории и ее приложение к оптике перистых облаков.

Под малоугловым рассеянием мы понимаем образование специфической компоненты в рассеянном поле, которая появляется только для больших, относительно длины волны, частиц (т.е. $\lambda \ll d$, где λ — длина волны и d — характерный размер частиц) независимо от значения показателя преломления. Эта компонента образуется за счет фраунгоферовой дифракции падающей волны на контуре тени частицы и поэтому существенна в узком конусе направлений рассеяния с углом $\theta \approx \lambda/d$ относительно направления распространения падающей волны.

В общем случае в задаче рассеяния света на больших ($\lambda \ll d$) частицах произвольной формы рассеянное поле состоит из двух компонент, которые удобно называть преломленным и тенеобразующим полями [5]. Непосредственно вблизи поверхности частицы преломленное поле описывается приближением геометрической оптики как совокупность лучей, отраженных или преломленных внутри частицы. Тенеобразующее поле вблизи частицы — это плоскопараллельный пучок, распространяющийся в направлении падающей плоской волны, который в поперечном сечении соответствует про-

екции частицы, а его амплитуда равна амплитуде падающего поля со знаком минус. Суперпозиция падающего и тенеобразующего полей приводит к их взаимному уничтожению, т.е. к тени. Затем, распространяясь от частицы, оба поля трансформируются согласно волновым уравнениям. В частности, в волновой зоне, т.е. на расстояниях $R \gg d^2/\lambda$, тенеобразующее поле описывается вышеуказанной фраунгоферовой дифракцией плоской волны на контуре тени частицы.

Обычно внутри конуса фраунгоферовой дифракции $\theta \approx \lambda/d$ тенеобразующее поле значительно превышает по амплитуде преломленное поле, и преломленным полем можно уверенно пренебречь. Но для кристаллов, у которых есть параллельные грани, преломленное поле также может давать значительный вклад внутри конуса $\theta \approx \lambda/d$. Действительно, при определенных ориентациях частицы параллельные грани кристалла эквивалентны плоскопараллельной пластинке. Эти грани образуют плоскопараллельные пучки света, которые выходят из кристалла также в направлении распространения падающей волны. Такие пучки будем называть прошедшими, в отличие от вышеописанного тенеобразующего пучка. Таким образом, для кристаллов, имеющих параллельные грани, малоугловое рассеяние будет определяться фраунгоферовой дифракцией как от тенеобразующего пучка, так и от прошедших пучков.

При современном уровне развития вычислительной техники не представляет труда рассчитать дифракционную картину для тенеобразующего пучка с произвольной поперечной формой и, таким образом, найти малоугловую индикатрису рассеяния при данной ориентации частицы произвольной формы. Но для практики представляют интерес, в основном, индикатрисы рассеяния, усредненные по хаотической ориентации частиц в пространстве. Кроме того, ледяные кристаллы перистых облаков часто проявляют преимущественную ориентацию в горизонтальной плоскости, сохраняя хаотическую

ориентацию по азимуту. Вычисление усредненных малоугловых индикатрис рассеяния уже требует привлечения значительных ресурсов вычислительной техники из-за большого динамического диапазона значений интенсивности в дифракционных картинах [6–8]. Поэтому обычно форма тени частиц заменяется приближенно на круг [9, 10], прямоугольник или сфероид [11, 12]. Такая замена может быть оправданной для прямых задач светорассеяния, но неприемлема для обратных задач, где требуется восстанавливать форму частиц из экспериментально измеренной индикатрисы рассеяния.

В данной работе мы рассматриваем задачу малоуглового рассеяния на хаотически ориентированных частицах без каких-либо аппроксимаций на форму тени или прошедших пучков. Чтобы преодолеть вычислительные трудности, возникающие из-за большого динамического диапазона интенсивности в дифракционных картинах, мы переходим к Фурье-образу индикатрисы рассеяния, который будем называть теневой функцией. Заметим, что в нашей предыдущей работе [13] эта функция называлась S -функцией. По сравнению с индикатрисой рассеяния теневая функция обладает рядом преимуществ. Во-первых, эта функция имеет очевидный геометрический смысл, что позволяет визуально оценивать результаты численных расчетов. Во-вторых, эта функция строго обращается в нуль вне конечной области, размер которой равен максимальному диаметру тени частицы. В-третьих, теневая функция, в отличие от малоугловой индикатрисы рассеяния, это плавная функция, имеющая небольшой динамический диапазон значений. И в-четвертых, эта функция не зависит от длины волны, поскольку определяется рассеянным полем ближней зоны частицы.

1. Теневая функция для тенеобразующего пучка

Тенеобразующий пучок, распространяющийся в направлении распространения падающей плоской волны непосредственно за частицей, описывается уравнением

$$\eta(\rho) = \begin{cases} 1 & \text{внутри тени (проекции) частицы,} \\ 0 & \text{вне тени,} \end{cases} \quad (1)$$

где $\rho = (x, y)$ — координаты на плоскости, нормальной к направлению падения плоской волны, а функцию $\eta(\rho)$ будем называть индикатором тени. На больших расстояниях от частицы, т.е. в волновой зоне, это поле трансформируется в расходящуюся сферическую волну, где распределение поля по направлениям рассеяния определяется так называемой амплитудой рассеяния $f(\mathbf{n})$. Амплитуда рассеяния $f(\mathbf{n})$ тенеобразующего поля описывается классической формулой дифракции Фраунгофера:

$$f(\mathbf{n}) = \frac{k}{2\pi i} \int \eta(\rho) \exp(-ik\rho\mathbf{n}) d\rho, \quad (2)$$

где \mathbf{n} — проекция направления рассеяния Ω ($|\Omega| = 1$) на плоскость (x, y) и $k = 2\pi/\lambda$. Малоугловое рассеянное поле существенно отличается от нуля только вблизи направления рассеяния вперед, когда выполняется условие $|\mathbf{n}| \ll 1$, поэтому формально амплитуду рассеяния (2) можно рассматривать как функцию, заданную на неограниченной плоскости значений параметра \mathbf{n} . Тогда закон сохранения энергии сводится к теореме Парсеваля и имеет следующий простой вид:

$$\int |f(\mathbf{n})|^2 d\mathbf{n} = \int \eta^2(\rho) d\rho = s, \quad (3)$$

где s — площадь тени частицы.

Малоугловая амплитуда рассеяния $f(\mathbf{n})$ содержит полную информацию об индикаторе тени $\eta(\rho)$, который, соответственно, может быть восстановлен из экспериментально измеренной амплитуды рассеяния тривиальным двумерным Фурье-преобразованием. Однако в оптике экспериментально обычно измеряется не комплексно-значная амплитуда рассеяния $f(\mathbf{n})$, а действительная квадратичная величина поля

$$I(\mathbf{n}) = |f(\mathbf{n})|^2. \quad (4)$$

Действительная функция на плоскости $I(\mathbf{n})$ — это стандартная дифракционная картина Фраунгофера от отверстия в черном экране с формой $\eta(\rho)$. С точки зрения теории рассеяния света функция $I(\mathbf{n})$ соответствует традиционной индикатрисе рассеяния $p(\mathbf{n})$ и отличается от нее только очевидным, согласно формуле (3), нормировочным множителем

$$p(\mathbf{n}) = I(\mathbf{n})/s. \quad (5)$$

Возникает вопрос: вся ли информация о форме тени сохраняется в индикатрисе рассеяния? Ответ следует из Фурье-преобразования индикатрисы рассеяния или, что удобнее, дифракционной картины $I(\mathbf{n})$:

$$S(\rho) = \int I(\mathbf{n}) \exp(ik\rho\mathbf{n}) d\mathbf{n}, \quad (6)$$

где обратное преобразование Фурье возвращает нас к исходной дифракционной картине

$$I(\mathbf{n}) = \left(\frac{k}{2\pi}\right)^2 \int S(\rho) \exp(-ik\rho\mathbf{n}) d\rho. \quad (7)$$

Подстановка выражений (2) и (4) в уравнение (6) приводит к следующему выражению:

$$S(\rho) = \int \eta(\rho') \eta(\rho' - \rho) d\rho', \quad (8)$$

имеющему простой геометрический смысл автокорреляции индикатора тени. Эту функцию мы и будем называть теневой функцией. Таким образом, если экспериментально измеряется не амплитуда рассеяния, а индикатриса рассеяния, то из полученных экспериментальных данных мы можем восстановить не исходный индикатор тени, а только его более сглаженную автокорреляционную или теневую функцию.

Перечислим основные свойства теневой функции (8). Во-первых, она принимает максимальное значение в центре $\rho = 0$, причем этот максимум равен площади тени

$$S(0) = s. \quad (9)$$

Затем она быстро спадает, обращаясь в нуль на расстоянии от центра, равном диаметру тени в данном направлении на плоскости ρ . Если форма тени выпуклая, то теневая функция спадает монотонно в любом направлении. В центре $\rho = 0$ она имеет сингулярность в виде острого пика. Здесь производная по направлению испытывает скачок, меняя знак на противоположный, так как $S(\rho) = S(-\rho)$. Интеграл от теневой функции по плоскости равен квадрату площади тени

$$\int S(\rho) d\rho = s^2. \quad (10)$$

Сопоставим свойства индикатрис рассеяния со свойствами теневых функций. Малоугловая индикатриса рассеяния формально определена уравнениями (2)–(5) на неограниченной плоскости значений \mathbf{n} . Хотя она существенно отличается от нуля только в центральном пятне размерами $|\mathbf{n}| \leq \lambda / d$, существуют также быстро убывающие по величине боковые дифракционные лепестки, которые несут дополнительную информацию о форме тени. Поэтому при численном расчете индикатрисы рассеяния всегда существуют трудности с выбором некоторой ограниченной области на плоскости \mathbf{n} , где рассчитывается индикатриса, а также трудности с выбором при этом размеров ячеек. Более того, этот выбор оказывается связанным с длиной волны, которую необходимо зафиксировать при численных расчетах. При численном расчете теневых функций не возникает ни одной из перечисленных выше проблем.

Кроме того, отметим, что индикатриса рассеяния для несферических частиц — это довольно сложная и осциллирующая функция двух переменных. Поэтому часто частицу сложной формы пытаются аппроксимировать частицей более простой формы, в основном сферой. На уровне индикатрис рассеяния численная подгонка параметров индикатрис для разных форм частиц является формальной и неочевидной процедурой. Дополнительным преимуществом теневых функций по сравнению с индикатрисами рассеяния является то, что на уровне теневых функций замена одной формы частицы на другую, более простую, форму или на некоторую суперпозицию других форм частиц становится геометрически наглядной и физически обоснованной процедурой.

Введенные выше функции $\eta(\rho)$ и $S(\rho)$ зависят как от абсолютных размеров частиц, так и от их формы. Нам удобно исключить из рассмотрения тривиальную зависимость от абсолютных размеров частиц и рассматривать зависимость интересующих нас величин только от формы частиц. Для этого от размерной переменной на плоскости ρ мы перейдем

к безразмерной переменной \mathbf{R} , определенной соотношением

$$\rho = \mathbf{R}\sqrt{s}, \quad (11)$$

где $d\rho = dxdy = s d\mathbf{R}$.

Индикатор тени, записанный в этих переменных:

$$\eta_0(\mathbf{R}) = \eta(\rho/\sqrt{s}), \quad (12)$$

будем называть приведенным индикатором тени. Поскольку функция $\eta_0(\mathbf{R})$ выделяет область с единичной площадью на плоскости \mathbf{R} , именно приведенный индикатор тени $\eta_0(\mathbf{R})$ является характеристикой формы частиц. Абсолютные размеры затем легко ввести переходом к переменной ρ . Автокорреляция (8) от индикатора тени (12) дает приведенную теневую функцию

$$S_0(\mathbf{R}) = \int \eta_0(\mathbf{R}') \eta_0(\mathbf{R}' - \mathbf{R}) d\mathbf{R}' = S(\rho/\sqrt{s})/s, \quad (13)$$

которая определяется только формой тени и имеет свойства:

$$S_0(0) = 1; \quad (14)$$

$$\int S_0(\mathbf{R}) d\mathbf{R} = 1. \quad (15)$$

В оптике рассеивающих сред объектом исследования обычно является не отдельная частица, а статистический ансамбль с некоторым распределением частиц по размерам, форме и ориентациям в пространстве. В этом случае детектор суммирует все дифракционные картины (4), образованные различными частицами. Если число частиц обозначить как N , то детектор измеряет величину $N\langle I(\mathbf{n}) \rangle$, где $\langle I(\mathbf{n}) \rangle$ — средняя по ансамблю дифракционная картина от одной частицы, обладающая следующими свойствами:

$$\int \langle I(\mathbf{n}) \rangle d\mathbf{n} = \langle s \rangle; \quad (16)$$

$$\langle I(0) \rangle = \langle s^2 \rangle / \lambda^2, \quad (17)$$

где $\langle s \rangle$ и $\langle s^2 \rangle$ — средняя площадь и средний квадрат площади тени. Фурье-образ (6) от дифракционной картины $\langle I(\mathbf{n}) \rangle$ образует теневую функцию

$$\langle S(\rho) \rangle = \int \langle I(\mathbf{n}) \rangle \exp(ikn\rho) d\mathbf{n} = \int \langle \eta(\rho') \eta(\rho' - \rho) \rangle d\rho' \quad (18)$$

со свойствами:

$$\langle S(0) \rangle = \langle s \rangle; \quad (19)$$

$$\int \langle S(\rho) \rangle d\rho = \langle s^2 \rangle. \quad (20)$$

Чтобы исключить абсолютные размеры частиц, для статистического ансамбля определим приведенную теневую функцию прежним соотношением (13), где площадь тени заменяется средней площадью

$$S_0(\mathbf{R}) = \langle S(\rho/\sqrt{\langle s^2 \rangle}) \rangle / \langle s \rangle. \quad (21)$$

Для этой приведенной теневой функции нормировочное условие (14) сохраняется, но условие (15) заменяется следующим выражением:

$$\int S_0(\mathbf{R})d\mathbf{R} = \langle s^2 \rangle / \langle s \rangle^2. \quad (22)$$

1.1. Горизонтально ориентированные частицы

Ледяные кристаллы перистых облаков в ряде случаев могут иметь преимущественную горизонтальную ориентацию в пространстве. В частности, ледяные пластинки ориентируются в горизонтальной плоскости с возможным разбросом отклонений от горизонта не более 5° . У ледяных столбиков их главная ось располагается также в горизонтальной плоскости при сравнительно хаотической ориентации этой оси по азимутальному углу. Если при этом одна из пар параллельных боковых граней ориентируется также в горизонтальной плоскости, то такие столбики называются Раггу-ориентированными. Заметим, что ряд гало, хорошо известных в атмосферной оптике, образуется именно горизонтально ориентированными ледяными кристаллами.

Рассмотрим простейший случай нормального падения света на шестигранный Раггу-ориентированный столбик. Его индикатор тени (1) – это прямоугольник с отношением сторон $Q = \text{длина}/\text{ширина}$, которое равно отношению сторон:

$$Q = \text{высота}/\text{диаметр}, \quad (23)$$

обычно используемому в литературе для описания гексагональных столбиков и пластинок. Здесь, в определении (23), диаметр соответствует гексагональным граням, а высота означает расстояние между гексагональными гранями. При хаотической азимутальной ориентации такого столбика нам надо усреднить теневую функцию по азимутальному углу, что приводит к функции одной переменной $S_0(r)$, где r – расстояние от центра $\mathbf{R} = 0$.

На рис. 1 представлены теневые функции (21), рассчитанные при различных значениях параметра Q . Очевидно, что предельной для таких теневых функций является функция круга, показанная на рис. 1 для сравнения.

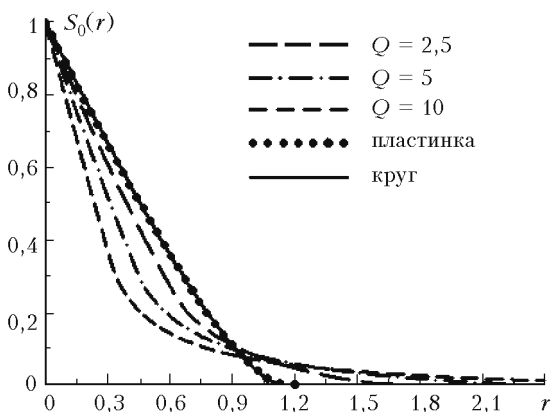


Рис. 1. Теневые функции для горизонтально ориентированных гексагональных кристаллов

Чем сильнее вытянут столбик, тем сильнее его теневая функция отклоняется от функции круга. Теневая функция для гексагональной горизонтально ориентированной пластинки незначительно отличается от функции круга, как видно на рис. 1. Заметим, что поскольку площадь проекции частицы при таком статистическом усреднении сохраняется постоянной, то все функции на рис. 1 удовлетворяют условиям (14) и (15).

1.2. Хаотически ориентированные частицы

Если частицы хаотически ориентированы в трехмерном пространстве, то площади их проекций меняются с ориентацией и приведенные теневые функции уже удовлетворяют условию (22). На рис. 2 приведены значения этого интегрального параметра теневых функций, рассчитанные нами для гексагональных столбиков и пластинок.

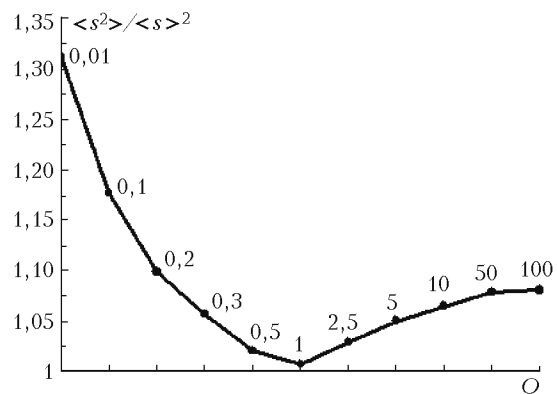


Рис. 2. Относительная дисперсия площади тени хаотически ориентированных гексагональных столбиков и пластинок

Как видно на рис. 2, кубикообразная форма кристаллов, когда $Q \approx 1$, является экстремумом. Здесь форма частицы наиболее близка к сфере и поэтому параметр $\mu = \langle s^2 \rangle / \langle s \rangle^2$ слабо отличается от единицы. При переходе к пластинкам $Q < 1$ параметр μ возрастает, стремясь к предельному значению тонкой пластинки $\mu_1 = 4/3$, которое легко получить теоретически. При переходе к вытянутым столбикам ($Q > 1$) параметр μ возрастает, но его предельное значение уже равно $\mu_2 \approx 1,08$, что также вычисляется аналитически.

Теневые функции хаотически ориентированных гексагональных цилиндров приведены на рис. 3. Отметим качественное различие между столбиками и пластинками по форме теневых функций. Как видно из рис. 3,а, теневые функции гексагональных пластинок незначительно отклоняются от теневой функции круга вплоть до значений $r \approx 0,6$. Затем при $r > 0,6$ появляется превышение над теневой функцией круга в интервале значений $1,6 > r > 0,6$, которое при уменьшении параметра Q заполняет узкий промежуток между теневой функцией круга и предельной теневой функцией

для тонкой пластинки. Отметим, что это превышение над теневой функцией круга соответствует указанному выше возрастающему значению интегрального параметра μ .

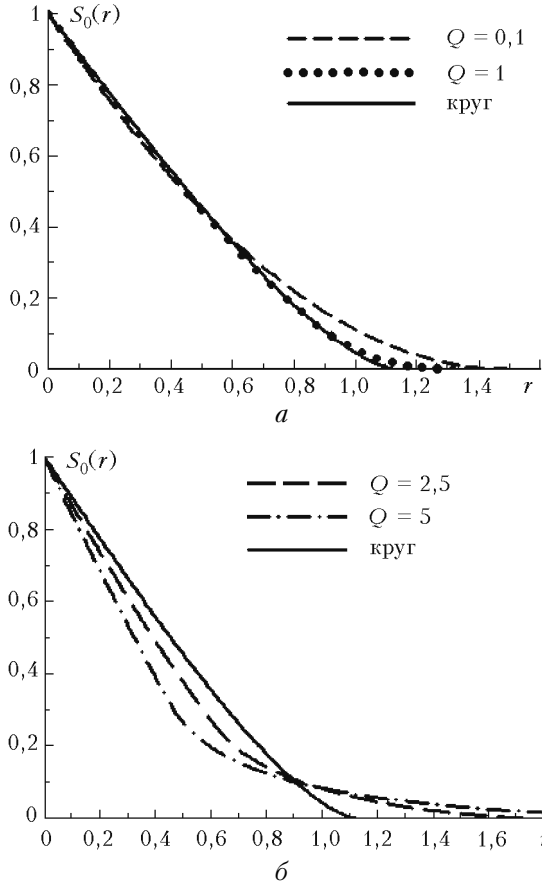


Рис. 3. Теневые функции для хаотически ориентированных гексагональных кристаллов: *a* – пластинки, *б* – столбики

Для гексагональных столбиков при $Q \gg 1$ интегральный параметр μ невелик. Поэтому изменение формы теневых функций с увеличением параметра Q сводится вначале, при $r \leq 1$, к уменьшению значений $S_0(r)$ по сравнению со значениями теневой функции круга. Затем, при $r > 1$, наблюдается уже превышение функций $S_0(r)$ над функцией круга (рис. 3,б).

Подчеркнем, что на уровне теневых функций приближенная замена формы частиц на более простые формы, в частности на сферу, становится наглядной и физически обоснованной процедурой.

2. Теневые функции для прошедших пучков

Поляризацию электромагнитной волны в предыдущем разделе можно было не принимать во внимание, поскольку поляризации падающей и теневой волны под малыми углами рассеяния практически совпадают. Если же кристалл имеет

параллельные грани, то электромагнитное рассеянное поле, распространяющееся непосредственно за частицей в направлении вперед, состоит из суммы тенеобразующего и прошедших пучков. Здесь поляризации в прошедших пучках существенно различаются, поэтому такие поля нужно описывать с учетом поляризации, т.е. как поперечные векторные поля:

$$\mathbf{E}(\rho) = -\mathbf{E}^0 \eta_0(\rho) + \sum_{m=1}^n \mathbf{E}^m \eta_m(\rho). \quad (24)$$

Здесь первое слагаемое соответствует тенеобразующему пучку; n – число прошедших пучков при данной ориентации частицы; \mathbf{E}^0 – комплексно-значная амплитуда падающей плоской волны и \mathbf{E}^m – соответствующие амплитуды для прошедших пучков; $\eta_{0,m}$ – индикаторные функции формы тенеобразующего и прошедших пучков. Электромагнитное поле, рассеянное под малыми углами в волновой зоне частицы, определяется векторной амплитудой рассеяния по формуле, аналогичной формуле (2):

$$\mathbf{F}(\mathbf{n}) = \frac{k}{2\pi i} \int \mathbf{E}(\rho) \exp(-ikn\rho) d\rho. \quad (25)$$

В общем случае измеряемыми величинами в оптике являются или квадратичные величины поля $E_i E_j^*$ ($i, j = 1, 2$), или их линейная комбинация в виде параметров Стокса I_l ($l = 1, 2, 3, 4$). Соответственно на уровне квадратичных величин поля малоугловое рассеяние определяется автокорреляцией поля (24) аналогично уравнениям (7), (8). Эта автокорреляция от поля (24) является прямым обобщением теневой функции предыдущего раздела и имеет следующий вид:

$$A_{ij}(\rho) = \sum_{m=0}^n E_i^m E_j^{*m} S_m(\rho) + \sum_{\substack{m,l=0 \\ m \neq l}}^n E_i^m E_j^{*l} S_{ml}(\rho). \quad (26)$$

Здесь в первое слагаемое вошли автокорреляции для каждого пучка, а во второе – перекрестные члены, описывающие интерференцию между пучками. Будем считать, что в статистическом ансамбле размеры частиц достаточно велики, чтобы при однократном прохождении частицы дополнительный, связанный с показателем преломления, набег фазы в электромагнитной волне был больше 2π , т.е. $2\pi l + \phi$, где l – целое число, ϕ – случайная величина, равномерно распределенная на интервале $[0, 2\pi]$. Тогда при усреднении по ансамблю интерференционным членом в выражении (26) можно пренебречь, и только первое слагаемое представляет интерес для дальнейшего рассмотрения.

В первом слагаемом уравнения (26) функции S_m определяются индикаторами формы каждого пучка η_m согласно уравнению (8). Хотя для прошедших пучков понятие тени уже неприменимо, мы будем по аналогии называть функции S_m теневыми функциями для прошедших пучков. Таким образом, вычисление автокорреляции поля $\langle A_{ij}(\rho) \rangle$

свелось к вычислению автокорреляций тенеобразующего и прошедших пучков. При этом каждый прошедший пучок описывается как скалярной теневой функцией $S_m(\rho)$, так и весовым множителем $E_i^m E_j^{*m}$. В частности, для интенсивности излучения $I_1 = |\mathbf{E}|^2 = |E_1|^2 + |E_2|^2$ усредненную теневую функцию запишем в виде

$$\begin{aligned} \langle S(\rho) \rangle &= \langle S^{sh}(\rho) \rangle + \left\langle \sum_{m=1}^n |E^m|^2 S_m(\rho) \right\rangle = \\ &= \langle S^{sh}(\rho) \rangle + \langle S^{tr}(\rho) \rangle. \end{aligned} \quad (27)$$

Напомним, что двумерный Фурье-образ от теневой функции (27) дает статистически усредненную дифракционную картину, если детектировать ее фотоприемником без использования поляризаторов. В формуле (27) первое слагаемое выделяет теневую функцию для тенеобразующего пучка, а второе слагаемое является теневой функцией прошедших пучков. Из закона сохранения энергии следует неравенство $\langle S^{tr}(\rho) \rangle \leq \langle S^{sh}(\rho) \rangle$. Отметим, что при $\rho = 0$ величина $\langle S^{tr}(0) \rangle = \sigma_{tr}$ имеет простой физический смысл среднего сечения рассеяния для прошедших пучков, а для тенеобразующего пучка имеем $\langle S^{sh}(0) \rangle = \langle s \rangle$. Теневую функцию прошедших пучков удобно нормировать тем же выражением (21), что и для тенеобразующего пучка. Тогда в центре $\mathbf{R} = 0$ эта приведенная функция равна отношению $S_0^{tr}(0) = \sigma_{tr} / \langle s \rangle$. Затем, с увеличением $r = |\mathbf{R}|$, приведенная функция прошедших пучков $S_0^{tr}(\mathbf{R})$ убывает, при этом не превышая значений приведенной функции $\langle S_0^{sh}(\mathbf{R}) \rangle$ и не выходя за границы ее ненулевых значений.

На рис. 4 приведены рассчитанные нами теневые функции прошедших пучков для хаотически ориентированных гексагональных пластинок и столбиков при показателе преломления, равном 1,31.

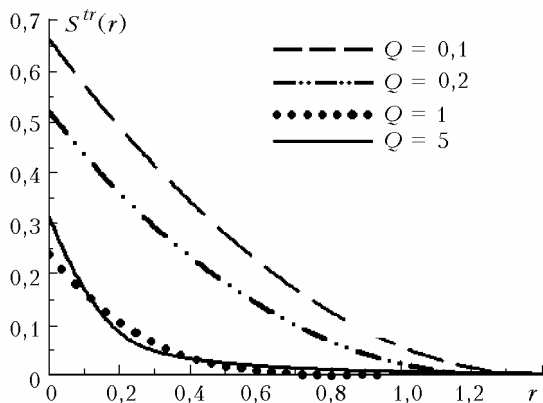


Рис. 4. Теневые функции прошедших пучков для хаотически ориентированных гексагональных ледяных кристаллов

Как видим, сечение рассеяния прошедших пучков для пластинок достигает 70% по сравнению со средней площадью проекции частиц $\langle s \rangle$, тогда как для столбиков эта величина не превышает 30%. Отметим, что учет вклада прошедших пучков в малоугловое рассеяние представляет практический интерес в атмосферной оптике для интерпретации данных ореольных измерений, а также лидарных сигналов, отраженных от перистых облаков.

Заключение

К настоящему времени малоугловое рассеяние на больших, по сравнению с длиной волны, частицах неправильной формы изучено недостаточно. Опубликованные работы содержат или иллюстративные результаты расчетов дифракционной картины, полученной для конкретной формы частицы, или попытки приближенной замены такой дифракционной картины на дифракционную картину от круга с некоторым эффективным радиусом. Введенные в данной работе теневые функции обладают рядом существенных преимуществ по сравнению с прямым расчетом дифракционных картин и поэтому могут быть эффективно использованы в различных задачах малоуглового рассеяния. В том числе процедура приближенной замены сложной формы частиц на более простую форму в рамках теневых функций становится физически обоснованной и наглядной процедурой. Полученные в данной работе оценки сечения рассеяния прошедших пучков представляют практический интерес в задачах ореольного рассеяния и лазерного зондирования перистых облаков.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 05-05-39014 и 06-05-65141).

1. Исаков А.А. О возможности исследования тонких облаков методами солнечного ореола // Изв. РАН. Физ. атмосфер. и океана. 1994. Т. 30. № 2. С. 241–245.
2. Исаков А.А. Некоторые вопросы методики исследования полупрозрачных облаков средствами солнечного ореола // Оптика атмосфер. и океана. 1997. Т. 10. № 7. С. 722–733.
3. Исаков А.А. Некоторые закономерности вариаций параметров микроструктуры полупрозрачных облаков // Оптика атмосфер. и океана. 1998. Т. 11. № 12. С. 1300–1306.
4. Аникин П.П., Свириденков М.А. Оценка размеров облачных частиц по наземным спектральным измерениям пропускания солнечного излучения // Изв. РАН. Физ. атмосфер. и океана. 1998. Т. 34. № 3. С. 390–394.
5. Borovoi A.G. Multiple scattering of short waves by uncorrelated and correlated scatterers // Light Scattering Reviews / Ed. A. Kokhanovsky. Chichester: Springer-Praxis, 2006. P. 181–252.
6. Cai Q., Liou K.N. Polarized light scattering by hexagonal ice crystals: theory // Appl. Opt. 1982. V. 21. N 19. P. 3569–3580.
7. Takano Y., Asano S. Fraunhofer diffraction by ice crystals suspended in the atmosphere // J. Meteorol. Soc. Jap. 1983. V. 61. N 2. P. 289–300.

8. *Macke A., Mueller J., Raschke E.* Single scattering properties of atmospheric ice crystals // *J. Atmos. Sci.* 1996. V. 53. N 19. P. 2813–2825.
9. *Muñonen K., Lumme K., Peltoniemi J., Irvine W.M.* Light scattering by randomly oriented crystals // *Appl. Opt.* 1989. V. 28. N 15. P. 3051–3060.
10. *Macke A.* Scattering of light by polyhedral ice crystals // *Appl. Opt.* 1993. V. 32. N 15. P. 2780–2788.
11. *Петрушин А.Г.* Интенсивность излучения, рассеянного под малыми углами ориентированными ледяными кристаллами // *Изв. АН СССР. Физ. атмосф. и океана.* 1987. Т. 23. № 5. С. 546–548.
12. *Петрушин А.Г.* Рассеяние света ледяными гексагональными призмами. 1. Малые (дифракционные) углы рассеяния // *Изв. РАН. Физ. атмосф. и океана.* 1994. Т. 30. № 3. С. 309–318.
13. *Borovoi A., Naats E., Oppel U., Grishin I.* Shape characterization of a large nonspherical particle by use of its Fraunhofer diffraction pattern // *Appl. Opt.* 2000. V. 39. N 12. P. 1989–1997.

N.V. Kustova, A.G. Borovoi. **The shadow function method in aureole scattering.**

New effective method called the shadow function method is working out for the problem of light scattering by large, as compared with wavelength, nonspherical particles. As against the standard Fraunhofer diffraction patterns, the shadow functions reveal a number of essential advantages that makes easier their computer calculations. Numerical values of the shadow functions obtained for hexagonal crystals of cirrus clouds are presented. These data are of interest for both aureole measurements in clouds and lidar sounding of cirrus clouds.