

Вывод системы материальных уравнений при взаимодействии излучения с наночастицами

Н.Р. Садыков*

*Российский Федеральный ядерный центр –
ВНИИ технической физики им. Е.И. Забабахина
456770, г. Снежинск Челябинской обл., а/я 245*

Поступила в редакцию 15.03.2007 г.

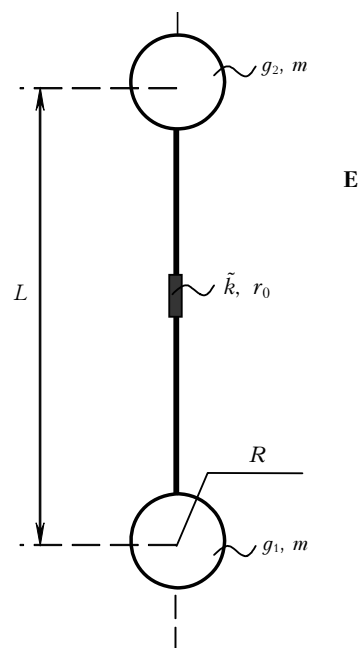
Предлагается способ получения активной среды с помощью стационарного электрического поля для усиления СВЧ-излучения в диапазоне длины волны $\lambda \sim 10$ см. Способ основан на распылении удлинённых электропроводящих наночастиц. Оценены объёмная концентрация наночастиц и необходимое значение стационарного электрического поля для накачки среды.

Ключевые слова: СВЧ-излучение, наночастицы, система материальных уравнений.

В настоящее время проводятся интенсивные исследования, связанные с наличием пылевых частиц в нейтральной газовой среде, в ионизированном газе. Это направление является перспективным в связи с различными технологическими приложениями: процессы горения, плазменные технологии, физика атмосферы, управляемый термоядерный синтез. В плазменных технологиях основное внимание уделяется кристаллизации пылевых частиц в газоразрядной плазме, т.е. образованию упорядоченных структур [1, 2]. Вызывают определенный интерес процессы, связанные с взаимодействием излучения с наночастицами и наноструктурами [3, 4]. В данной статье при наличии проводящих наночастиц представлена система материальных уравнений, позволяющая описать процесс усиления в резонаторе СВЧ-излучения с длиной волны $\lambda \sim 10$ см. Накачка среды производится с помощью стационарного электрического поля. Дана оценка необходимой для этого массовой концентрации наночастиц и величины накапливаемого поля.

Пусть имеется неограниченная область, состоящая из вытянутых наночастиц концентрации n , через которую распространяется электромагнитное излучение. Электрическое поле обозначим как $\mathbf{E}(t, \mathbf{r})$. Для того чтобы описать механизм взаимодействия таких частиц с электромагнитным излучением, аппроксимируем эти частицы двумя одинаковыми проводящими шарами радиуса R и массы m (рисунок).

Будем считать, что шары соединены проводящим тонким стержнем длиной L , с коэффициентом упругости \tilde{k} и электрическим сопротивлением r_0 . Пусть $g_1(t)$ и $g_2(t)$ – соответственно заряды на первом и втором шарах. Будем считать, что диполи параллельны электрическому полю волны.



Аппроксимация удлинённых наночастиц гантелью

Поляризация в общем случае будет складываться из линейной \mathbf{P}_0 и нелинейной \mathbf{P}_1 поляризации:

$$P_0 = \frac{1}{2} n L (g_2 - g_1),$$

$$P_1 = \frac{1}{2} n x (g_2 - g_1) - \frac{1}{2} n x^{(0)} (g_2^{(0)} - g_1^{(0)});$$

$$x = x(t) = x_2(t) - x_1(t), \quad x^{(0)} = x_2^{(0)} - x_1^{(0)}, \quad (1)$$

где P_0, P_1 – амплитуды векторов $\mathbf{P}_0, \mathbf{P}_1$; n – концентрация наночастиц; $x(t)$ – быстроосциллирующая в масштабе времени изменения разности зарядов величина, которая характеризует изменение расстояния

* Наиль Рахматулович Садыков (n.r.sadykov@rambler.ru).

между шарами за счет упругих сил; $x \ll L$; $g_1 + g_2 = g_1^{(0)} + g_2^{(0)}$; $x^{(0)}$ обозначает дополнительную деформацию за счет упругих и кулоновской сил двух предварительно заряженных шаров с зарядами $g_1^{(0)}$, $g_2^{(0)}$ при наличии E :

$$\tilde{k}(x_2^{(0)} - x_1^{(0)}) = (g_2^{(0)} - g_1^{(0)})E/2. \quad (2)$$

Нетрудно заметить, что P_1 — это изменение нелинейной поляризации при соответствующем изменении зарядов. В (2) линейность P_0 следует из того факта, что при $R \ll L$ имеет место соотношение $(g_2 - g_1)/R = LE$, т.е.

$$P_0 = \frac{1}{2}nRL^2E = \chi E, \quad (3)$$

где электрическая восприимчивость $\chi = nRL^2/2 = \text{const}$.

С учетом полученных соотношений уравнение поля в резонаторе с распыленными наночастицами запишется в виде [5, с. 75]:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + \frac{1}{\tau} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \omega^2 \mathbf{E} = -\frac{4\pi}{\varepsilon} \frac{\partial^2 \mathbf{P}_1}{\partial t^2}, \quad (4)$$

где $\varepsilon = 1 + 4\pi\chi$ — диэлектрическая проницаемость; τ — время затухания резонатора. В (4) предполагается, что поляризация \mathbf{P}_1 , зависящая от поля резонатора, имеет такое же пространственное распределение, как и нормальная мода поля резонатора.

В отсутствие излучения при $R \ll L$ энергия системы

$$W_1 = n[(g_1^{(0)})^2 + (g_2^{(0)})^2]/2R, \quad (5)$$

где $g_1^{(0)}$, $g_2^{(0)}$ — заряды на шарах в начальный момент времени.

В присутствии поля излучения в произвольный момент времени

$$W_2 = n[g_1^2 + g_2^2]/2R, \quad (6)$$

где

$$g_1 + g_2 = g_1^{(0)} + g_2^{(0)} = 0.$$

Из (5) и (6) получим, что при наличии излучения энергия системы

$$\Delta W = W_2 - W_1 = N - N_0,$$

$$N = \frac{n(g_2 - g_1)^2}{4R}, \quad N_0 = \frac{n(g_2^{(0)} - g_1^{(0)})^2}{4R}. \quad (7)$$

При выводе (7) учтено, что будет иметь место следующее соотношение:

$$g_1^2 + g_2^2 - (g_1^{(0)})^2 - (g_2^{(0)})^2 = 2g_1^{(0)}g_2^{(0)} - 2g_1g_2.$$

При наличии поля закон сохранения энергии с помощью введенных величин N , P запишется в виде

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{1}{T_1}(N - N_0) = E \frac{\partial P_1}{\partial t}, \quad (8)$$

где T_1 — время релаксации величины $N - N_0$ при отсутствии поля. Здесь линейной поляризацией пренебрегаем.

Уравнение (8) представляет собой одно из двух материальных уравнений [5, с. 75]. Теперь получим второе уравнение. Относительно обобщенной координаты $x = x_2 - x_1$, где x_1 , x_2 — соответственно координаты центров шаров, будет иметь место уравнение движения

$$\mu \ddot{x} + \tilde{k}x = -\frac{1}{2}(g_2 - g_1)E, \quad (9)$$

где $\mu = m/2$ — приведенная масса; $\ddot{x} = d^2x/dt^2$. При выводе (9) учтено, что при усилении поля заряды q_1 и q_2 меняются местами (см. рисунок).

С учетом сил трения и соотношения (1) из (9) получим

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 P_1}{\partial t^2} + \frac{2}{T_2} \frac{\partial P_1}{\partial t} + \Omega^2 P_1 = \\ & = -n \frac{(g_2 - g_1)^2}{4\mu} E + n\Omega^2 \frac{g_2^{(0)} - g_1^{(0)}}{2} (x_2^{(0)} - x_1^{(0)}), \end{aligned} \quad (10)$$

где $\Omega^2 = \tilde{k}/\mu$; T_2 — время релаксации нелинейной поляризации. При выводе (10) учтено, что

$$\left| \frac{\partial \ln |g_1|}{\partial t} \right| \sim \left| \frac{\partial \ln |g_2|}{\partial t} \right| \ll \left| \frac{\partial \ln |x|}{\partial t} \right|.$$

С учетом (2) уравнение (10) запишется в виде

$$\frac{\partial^2 P_1}{\partial t^2} + \frac{2}{T_2} \frac{\partial P_1}{\partial t} + \Omega^2 P_1 = -\frac{R}{\mu}(N - N_0)E, \quad (11)$$

где N , N_0 определены в (7); второе слагаемое в (11) характеризует диссипативные процессы, например силы трения шаров за счет наличия воздуха.

Уравнения (4), (8) и (11) представляют собой систему материальных уравнений в резонаторе, где роль среды выполняют удлинённые наночастицы. В данной статье удлинённые наночастицы аппроксимированы удлинёнными электропроводящими гантельками. Величины N и P_1 в (8) и (11) выполняют соответственно роль разности населенностей уровней и поляризации (см. [5, с. 75] или [6]).

Рассмотрим когерентное излучение в резонаторе:

$$\begin{aligned} P_1 &= \frac{1}{2} \tilde{P}_1 \exp(-i\omega t) + \text{компл. сопр.}; \\ E &= \frac{1}{2} \tilde{E} \exp(-i\omega t) + \text{компл. сопр.} \end{aligned} \quad (12)$$

Предположим, что резонатор настроен так, что $\omega = \Omega = \omega_0$. Тогда из (11) и (12) получим

$$\tilde{P}_1 = -i \frac{T_2 R (N - N_0)}{2\mu\omega} \tilde{E} = \chi_1 \tilde{E}. \quad (13)$$

Подставив (13) в (4) и (8), получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial N}{\partial t} + \frac{1}{T_1}(N - N_0) &= -\frac{T_2 R (N - N_0)}{4\mu} |\tilde{E}|^2; \\ \frac{\partial \tilde{E}}{\partial t} + \frac{1}{2\tau} \tilde{E} &= i \frac{2\pi\omega}{\varepsilon} \tilde{P}. \end{aligned} \quad (14)$$

Из (13) и (14) следует:

$$\frac{\partial |\tilde{E}|^2}{\partial t} + \frac{1}{\tau} |\tilde{E}|^2 = \frac{2\pi T_2 R (N - N_0)}{\mu \varepsilon} |\tilde{E}|^2. \quad (15)$$

Оценим в правой части (15) величину при $|\tilde{E}|^2$, которая будет иметь размерность обратного значения времени:

$$\frac{1}{T} = \frac{4\pi T_2 R (N - N_0)}{m \varepsilon}, \quad (16)$$

где $m = 2\mu$.

Пусть $\omega T_2 = 10^3$, $\omega = 2 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$ (длина волны в вакууме $\lambda \approx 10 \text{ см}$); $\rho = 2 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ — плотность шаров радиуса R ; $L = 50R$; $R = 10^{-8} \text{ м}$; $E_0^2/8\pi = 10 \text{ Дж/м}^3$ — плотность энергии электростатического поля, с помощью которого производится накачка системы; $\varepsilon = 1$; $c_0 = 8\pi R^3 n/3 = 10^{-3}$ — объемная концентрация гантелек. С учетом соотношения $m = 4\pi R^3/3$ из (16) при $N = 0$ получим

$$(N - N_0)_{t=0} = \frac{n(g_2^{(0)} - g_1^{(0)})^2}{4R} = \frac{nRL^2}{4} |E_0|^2;$$

$$\frac{1}{T} = \frac{9 \cdot 10^3 L^2 c_0}{4\omega \rho R^4} \frac{|E_0|^2}{8\pi} \approx 1,4 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}, \quad (17)$$

где при выводе (17) учтено $(g_2^{(0)} - g_1^{(0)})/R = LE_0$.

Из (17) видно, что $T \approx 7,1 \cdot 10^{-8} \text{ с}$, в то время как период электромагнитных колебаний равен $2\pi/\omega \approx 3,2 \cdot 10^{-10} \text{ с}^{-1}$.

Теперь оценим величину частоты колебаний удлиненных частиц. При оценке частоты вместо гантелек рассмотрим частицы цилиндрической формы. Предположим, что масса цилиндрического стержня длины L локализована на концах стержня. Тогда приведенная масса осциллятора

$$\mu = m/2 = \pi R^2 L \rho / 4,$$

где ρ — плотность массы стержня. В случае удлиненных наночастиц для коэффициента упругости будет иметь место соотношение

$$\tilde{k} = W \pi R^2 / L,$$

где W — модуль Юнга. Тогда частота колебаний

$$\Omega = \sqrt{\tilde{k}/\mu} = \sqrt{4W/(L^2 \rho)}.$$

Для большинства металлов модуль Юнга лежит в интервале $W \sim 10^9 \div 10^{12} \text{ Дж/м}^2$. Полагая $\rho = 2 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, получим $\Omega \approx 3 \cdot 10^9 \div 9 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$, что не противоречит вышеприведенному предположению $\omega = 2 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$.

Теперь оценим время T_1 в (8). В системе СИ при отсутствии поля $E = 0$ имеет место соотношение

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{g_2 - g_1}{2} \right] = - \frac{g_2 - g_1}{4\pi \varepsilon_0 R r_0}, \quad (18)$$

N.R. Sadykov. Derivation of the system of material equations for the case of radiation interaction with nanoparticles.

The way of active medium generation for intensification of microwave-radiation over the range of wavelength $\lambda \sim 10 \text{ cm}$ is offered with the help of stationary electric field. It is necessary to spray lengthened conducting nanoparticles. In present work the volume concentration and necessary value of stationary electric field are estimated for medium pumping.

где ε_0 — электрическая постоянная. С учетом (7) и (8) уравнение (18) можно записать в виде

$$\frac{d}{dt} N = - \frac{1}{\pi \varepsilon_0 R r_0} N. \quad (19)$$

Из (19) следует, что $T_1 = \pi \varepsilon_0 R r_0$. Далее нам для оценки величины T_1 понадобится закон Ома. Обоснуем в нашей задаче возможность применения этого закона. Для сплошных сред длина свободного пробега электрона $\lambda_0 \sim 10^{-10} \text{ см}$, в то время как размеры шаров в нашем случае не превосходят величины $R \sim 10^{-8} \text{ м}$ ($L \sim 10^{-7} \text{ м}$). Это означает, что при таких масштабах движение электронов происходит в соответствии с макроскопическим движением электронов в проводящих средах. При этом в наших расчетах глубина проникновения поля за счет скин-эффекта будет порядка $\delta = c/\sqrt{2\pi\sigma\omega} = c\sqrt{\varepsilon_0}/(2\sigma\omega) \sim 10^{-6} \div 10^{-5} \text{ м} \gg R$, где σ — электрическая проводимость; $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$. Для сопротивления имеет место соотношение $r_0 = \rho_0 L/S = 20\rho_0/(\pi R)$, откуда следует $T_1 = 20\varepsilon_0\rho_0$, где $\rho_0 = 1/\sigma$ — удельное сопротивление. Для графита $\rho_0 \sim 10^{-5} \text{ Ом} \cdot \text{м}$, и, следовательно, $T_1 \sim 10^{-15} \text{ с}$. Видно, что при $\omega = 2 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$ в (8) можно пренебречь первым слагаемым $\partial N/\partial t$.

Таким образом, полученная система материальных уравнений описывает в пространственном резонаторе процесс усиления СВЧ-излучения с длиной волны $\lambda \sim 10 \text{ см}$. При $\omega = 2 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$ и объемной концентрации $c_0 = 10^{-3}$ для удлиненных наночастиц $L = 50R$ характерное время усиления $T_1 \sim 10^{-8} \div 10^{-7} \text{ с}$. Приведенный в статье теоретический подход позволяет также рассмотреть процесс усиления бегущей волны — усиление СВЧ-излучения.

1. Фортвов В.Е., Нефедов А.П., Ваулина О.С., Липавев А.М., Молотков В.И., Самарян А.А., Никитский В.П., Иванов А.И., Савин С.Ф., Калмыков А.В., Соловьев А.Я., Виногорадов П.В. Пылевая плазма, индуцированная солнечным излучением, в условиях микрогравитации: эксперимент на борту орбитальной станции «Мир» // Ж. эксперим. и теор. физ. 1998. Т. 114. Вып. 6(12). С. 2004–2021.
2. Нефедов А.П., Петров О.Ф., Фортвов В.Е. Кристаллические структуры в плазме с сильным взаимодействием макрочастиц // Успехи физ. наук. 1997. Т. 167. № 11. С. 1215–1226.
3. Зацетин В.А., Садыков Н.Р., Садыкова М.О., Филиппов В.К., Щербина А.Н. О возможности создания нестационарного волноводного канала на основе удлиненных наночастиц // Оптика атмосф. и океана. 2007. Т. 20. № 4. С. 378–379.
4. Зацетин В.А., Смыслов В.П., Садыков Н.Р., Садыкова М.О., Филиппов В.К., Щербина А.Н. О возможности создания нестационарного волноводного канала на основе наночастиц // Оптика атмосф. и океана. 2004. Т. 17. № 2–3. С. 168–170.
5. Пантел Р., Путхов Г. Основы квантовой электроники. М.: Мир, 1972. 384 с.
6. Крюков П.Г., Летохов В.С. Распространение импульса света в резонансно-усиливающей (поглощающей) среде // Успехи физ. наук. 1969. Т. 99. № 2. С. 169–225.