

## Наведение частично когерентного лазерного пучка по обратному атмосферному рассеянию

В.А. Банах<sup>1</sup>, В.В. Жмылевский<sup>2</sup>, А.Б. Игнатьев<sup>2</sup>,  
В.В. Морозов<sup>2</sup>, И.Н. Смалихо<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН  
634021, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1

<sup>2</sup>ОАО «ГСКБ «Алмаз-Антей»  
125190, г. Москва, Ленинградский пр., 80, корп. 16

Поступила в редакцию 1.06.2010 г.

Представлены результаты анализа возможности определения отклонения оси частично когерентного лазерного пучка от заданного направления распространения за счет начальных aberrаций волнового фронта пучка по обратному атмосферному рассеянию распространяющегося пучка. Показано, что по распределению средней интенсивности рассеянного излучения в фокальной плоскости приемного телескопа рассогласование направления оси пучка и оси передающего телескопа может быть определено с точностью до нескольких микрорадиан в зависимости от мощности лазерного пучка и характеристик приемника.

*Ключевые слова:* частично когерентный пучок, обратное атмосферное рассеяние, рассогласование оптических осей; partially coherent beam, atmospheric backscattering, misalignment of optical axes.

### Введение

При работе оптических лазерных систем связи и навигации на высотных атмосферных трассах влияние турбулентности, как правило, невелико, и начальные искажения волнового фронта частично когерентного пучка начинают играть определяющую роль в уширении и отклонении пучка от заданного направления распространения. В этой связи возникает задача подавления этих «собственных» aberrаций, т.е. задача коллимации волнового фронта пучка на выходной апертуре. В условиях размещения аппаратуры на борту летательных аппаратов использование датчика волнового фронта для выработки сигнала управления гибким зеркалом с целью компенсации начальных искажений пучка оказывается не всегда возможным. В качестве альтернативы в [1] было предложено использовать для выработки управляющего сигнала обратно рассеянное излучение самого частично когерентного пучка.

В работах [2, 3] были выполнены исследования зависимости принимаемой мощности рассеянного излучения от расходимости пучка, вызываемой начальными aberrациями его волнового фронта, а в [4, 5] представлены результаты компьютерного моделирования всего цикла коллимации начального волнового фронта частично когерентного пучка по сигналу обратного атмосферного рассеяния вспомогательного

«зондирующего» пучка. В [5] предложен эффективный алгоритм управления гибким зеркалом по средней принимаемой мощности рассеянного излучения зондирующего пучка, позволяющий добиваться полной компенсации низких aberrаций волнового фронта за короткое время. Однако в [4, 5] не были исследованы возможности измерения и компенсации отклонения распространения частично когерентного пучка, как целого, от заданного направления за счет начальных aberrаций волнового фронта по обратному рассеянному излучению. В данной статье представлен анализ возможности использования обратного атмосферного рассеяния для этих целей.

### Расчетные соотношения для характеристик лазерного пучка и рассеянного излучения

Обозначим через  $U(x, \rho)$  комплексную амплитуду поля лазерного пучка непрерывного излучения на расстоянии  $x$  от выходной апертуры телескопа в точке  $\rho = \{z, y\}$  на плоскости, поперечной к оси распространения. Комплексную амплитуду поля пучка  $U(0, \rho')$  в плоскости передающей апертуры ( $x = 0$ ) представим в виде

$$U(0, \rho') = I^{1/2}(0, 0)A(\rho') \exp \left[ -j \frac{\pi}{\lambda F} \rho'^2 + j\psi(\rho') \right], \quad (1)$$

где  $I(0, 0) = |U(0, 0)|^2$  — интенсивность на оптической оси;  $A(\rho')$  — нормированная амплитуда;  $j = \sqrt{-1}$ ;  $F$  — расстояние, на которое фокусируется пучок;  $\psi(\rho')$  — фаза.

\* Виктор Арсентьевич Банах (banakh@iao.ru); Виктор Васильевич Жмылевский; Александр Борисович Игнатьев; Владимир Варнавьевич Морозов; Игорь Николаевич Смалихо (smalikh@iao.ru).

$\psi(\rho')$  определяет случайные и регулярные искажения фазы волны на выходе из телескопа. Будем считать, что выходная апертура является кольцевой, интенсивность пучка имеет равномерное распределение  $A(\rho') = 1$  и его радиус совпадает с внешним радиусом выходной апертуры  $R$ . Тогда интенсивность  $I(0, 0)$  связана с мощностью пучка  $P$  соотношением  $I(0, 0) = P/(\pi R^2)$ .

Распространение лазерного пучка в атмосфере описывается выражением

$$U(x, \rho'') = \int_{-\infty}^{+\infty} d^2\rho' \Pi_T(\rho') U(0, \rho') G(0, \rho'; x, \rho''), \quad (2)$$

где

$$\Pi_T(\rho') = \begin{cases} 1, & r \leq |\rho'| \leq R \\ 0, & r > |\rho'| > R \end{cases} \quad (3)$$

— функция зрачка передающей (кольцевой) апертуры;  $r$  — внутренний радиус апертуры и  $G(0, \rho'; x, \rho'')$  — функция Грина, описывающая распространение сферической волны из точки  $\{0, \rho'\}$  в точку  $\{x, \rho''\}$ , и наоборот. В однородной атмосфере (когда влиянием неоднородностей показателя преломления воздуха можно пренебречь) для функции Грина имеем

$$G(0, \rho'; x, \rho'') = \frac{1}{j\lambda x} \exp\left[j2\pi\frac{x}{\lambda} + j\frac{\pi}{\lambda x}(\rho' - \rho'')^2\right]. \quad (4)$$

Из (1)–(4) для комплексной амплитуды поля пучка  $U(x, \rho'')$  следует выражение

$$U(x, \rho'') = \sqrt{\frac{P}{\pi R^2}} \frac{\exp(2\pi j x / \lambda)}{j\lambda x} \int_{-\infty}^{+\infty} d^2\rho' \Pi_T(\rho') \times \exp\left[j\psi(\rho') + j\frac{\pi}{\lambda x}(\rho' - \rho'')^2\right]. \quad (5)$$

Интенсивность пучка определяется как  $I(x, \rho'') = |U(x, \rho'')|^2$ .

Будем считать, что на выходе из лазера пучок — частично когерентный с радиусом пространственной когерентности в плоскости выходной апертуры телескопа  $r_c$ . Представим фазу  $\psi(\rho')$  в виде  $\psi(\rho') = \psi^{(0)}(\rho') + \psi'(\rho')$ , где  $\psi^{(0)}(\rho')$  — регулярные (или медленно меняющиеся) искажения волнового фронта и  $\psi'(\rho')$  — флуктуации фазы, связанные с неполной пространственной когерентностью пучка. Если флуктуации  $\psi'(\rho')$  статистически однородны и подчиняются гауссовой статистике, то

$$\begin{aligned} < \exp\{j[\psi'(\rho' + \mathbf{r}) - \psi'(\rho')]\} > = \\ = F_\psi(\mathbf{r}) \equiv \exp[-D_\psi(\mathbf{r})/2], \end{aligned} \quad (6)$$

где угловые скобки означают усреднение по ансамблю реализаций и  $D_\psi(\mathbf{r}) = \langle [\psi'(\rho' + \mathbf{r}) - \psi'(\rho')]^2 \rangle$  — структурная функция фазы. Функция  $F_\psi(\mathbf{r})$  и ее Фурье-образ  $\Phi_\psi(\mathbf{k})$  в области пространственных  $\mathbf{k}$  связаны между собой соотношениями

$$\Phi_\psi(\mathbf{k}) = \int_{-\infty}^{+\infty} d^2r F_\psi(\mathbf{r}) \exp[-2\pi j \mathbf{k} \mathbf{r}], \quad (7)$$

$$F_\psi(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} d^2\mathbf{k} \Phi_\psi(\mathbf{k}) \exp[2\pi j \mathbf{k} \mathbf{r}]. \quad (8)$$

Зададим функцию  $F_\psi(\mathbf{r})$  в виде

$$F_\psi(\mathbf{r}) = \exp[-\mathbf{r}^2/(4r_c^2)]. \quad (9)$$

Тогда из (7) и (9) имеем

$$\Phi_\psi(\mathbf{k}) = 4\pi r_c^2 \exp[-(2\pi r_c)^2 \mathbf{k}^2]. \quad (10)$$

Из (5), (6), (8) и (10) для средней интенсивности пучка получаем

$$\begin{aligned} < I(x, \rho'') > = 4\pi \left(\frac{r_c}{\lambda x}\right)^2 \times \\ \times \int_{-\infty}^{+\infty} d^2r \exp\left[-\left(\frac{2\pi r_c}{\lambda x}\right)^2 \mathbf{r}^2\right] I^{(0)}(x, \rho'' - \mathbf{r}), \end{aligned} \quad (11)$$

где  $I^{(0)}(x, \rho'') = |U^{(0)}(x, \rho'')|^2$ ,  $U^{(0)}(x, \rho'')$  — комплексная амплитуда поля волны, рассчитываемая по формуле (5) при замене  $\psi(\rho')$  на  $\psi^{(0)}(\rho')$ .

Регулярные фазовые искажения  $\psi^{(0)}(\rho')$ , приобретаемые пучком при прохождении оптического тракта  $\psi^{(0)}(\rho') = \frac{2\pi}{\lambda} L(\rho')$ , где  $L(\rho')$  — оптическая длина пути, характеризующиеся крупномасштабными первичными аберрациями (наклоны, дефокусировка, астигматизм, кома и трилистник), задавались в виде разложения по полиномам Цернике с удержанием девяти первых членов ряда:

$$\psi^{(0)}(r, \theta) = \sum_{i=0}^9 C_i Z_i(r, \theta). \quad (12)$$

В (12) введена полярная система координат  $z = r \sin \theta$ ,  $y = r \cos \theta$ ,  $r = \sqrt{z^2 + y^2}$  и  $\theta = \arg(y + jz)$ ,  $Z_i(r, \theta)$  — полиномы Цернике, коэффициенты  $C_i$  определяются как

$$C_i = \frac{1}{\pi} \int_0^1 dr r \int_0^{2\pi} d\theta \psi^{(0)}(r, \theta) Z_i(r, \theta), \quad (13)$$

$i$  — номер моды.

Если воспользоваться преобразованием Фурье для интенсивности  $I^{(0)}(x, \rho'')$ :

$$\Phi^{(0)}(x, \mathbf{k}) = \int_{-\infty}^{+\infty} d^2\rho'' I^{(0)}(x, \rho'') \exp[-2\pi j \mathbf{k} \rho''], \quad (14)$$

$$I^{(0)}(x, \rho'') = \int_{-\infty}^{+\infty} d^2\mathbf{k} \Phi^{(0)}(x, \mathbf{k}) \exp[2\pi j \mathbf{k} \rho''], \quad (15)$$

то из (11) и (15) после интегрирования по переменной  $\mathbf{r}$  для средней интенсивности получаем

$$\begin{aligned} \langle I(x, \rho'') \rangle = & \int_{-\infty}^{+\infty} d^2 \kappa \exp[-(\theta_c x \kappa)^2] \times \\ & \times \Phi^{(0)}(x, \kappa) \exp[2\pi j \kappa \rho''], \end{aligned} \quad (16)$$

где  $\theta_c = \lambda / (2r_c)$ , подобно углу дифракционной расходимости  $\theta_d = \lambda / (2R)$ , определяет угол расходимости пучка за счет частичной когерентности. Представление средней интенсивности пучка в виде (16) позволяет (с применением быстрого преобразования Фурье) существенно сократить время расчета по сравнению с подходом, основанным на моделировании случайных реализаций интенсивности и их усреднении [6].

В приближении однократного рассеяния комплексную амплитуду поля волны  $U_s$ , рассеянной ансамблем  $N_s$  аэрозольных частиц и молекул, в плоскости апертуры приемного телескопа  $(0, \rho''')$  можно представить в виде [7]:

$$U_s(0, \rho''') = \lambda \sum_{i=1}^{N_s} \alpha_i U(x_i, \rho_i'') G(x_i, \rho_i''; 0, \rho'''), \quad (17)$$

где  $\alpha_i \equiv \alpha(\theta, a_i)$  – амплитуда обратного рассеяния (угол между направлениями падающей и рассеянной волн  $\theta = \pi$ )  $i$ -й частицей размером  $a_i$ .

Поле рассеянной волны за апертурой приемного телескопа записывается в виде

$$\begin{aligned} U_s(l, \rho) = & \frac{1}{j\lambda l} \int_{-\infty}^{+\infty} d^2 \rho''' U_s(0, \rho''') \Pi_R(\rho''') \times \\ & \times \exp\left[-j\frac{\pi}{\lambda f} \rho'''^2 + j\frac{\pi}{\lambda l} (\rho - \rho''')^2\right], \end{aligned} \quad (18)$$

где  $l$  – расстояние от приемной апертуры телескопа до плоскости наблюдения (плоскости фотодетектора);

$$\Pi_R(\rho''') = \begin{cases} 1, & |\rho'''| \leq r \\ 0, & |\rho'''| > r \end{cases} \quad (19)$$

– функция зрачка приемной апертуры;  $f$  – фокусное расстояние приемного телескопа.

В соответствии с (18), (17) и (5) мгновенная интенсивность  $I_s(\rho) = |U_s(l, \rho)|^2$  записывается в виде

$$\begin{aligned} I_s(\rho) = & \frac{1}{l^2} \times \\ & \times \left| \sum_{i=1}^{N_s} \alpha_i U(x_i, \rho_i'') \tilde{U}\left(x_i, \rho_i'' + \frac{x_i}{l} \rho\right) \exp(-j\tilde{\psi}_i) \right|^2, \end{aligned} \quad (20)$$

где функция

$$\begin{aligned} \tilde{U}(x, \rho'') = & \frac{\exp(2\pi j x / \lambda)}{j\lambda x} \int_{-\infty}^{+\infty} d^2 \rho' \Pi_R(\rho') \times \\ & \times \exp\left[-j\frac{\pi}{\lambda F'} \rho'^2 + j\frac{\pi}{\lambda x} (\rho' - \rho'')^2\right] \end{aligned} \quad (21)$$

представляет собой безразмерную комплексную амплитуду поля эквивалентного пучка, проходящего

через апертуру приемного телескопа и фокусируемого в атмосфере на расстояние

$$F' = f / (1 - f/l), \quad \tilde{\psi}_i = \frac{\pi}{\lambda l} \left[ 2\rho_i'' \rho + \frac{x_i}{l} \rho^2 \right].$$

Интенсивность  $I_s(\rho)$  является случайной функцией координат рассеивающих аэрозольных частиц и молекул  $\{x_i, \rho_i''\}$ , их числа  $N_s$  и амплитуд обратного рассеяния  $\alpha_i$ . Временной масштаб изменения расположения рассеивателей в пространстве и, следовательно, время корреляции флуктуаций интенсивности рассеянного излучения не превышают нескольких десятых долей микросекунды. Поэтому если время отклика приемника рассеянного излучения превышает десятки микросекунд, измеряемую интенсивность можно считать полностью усредненной по микрофизическим параметрам среды  $\{x_i, \rho_i''\}$ ,  $N_s$  и  $\alpha_i$ .

Из (20) для усредненной интенсивности  $\langle I_s(\rho) \rangle_p$ , где угловые скобки  $\langle \dots \rangle_p$  означают усреднение по микрофизическим параметрам среды, получаем

$$\begin{aligned} \langle I_s(\rho) \rangle_p = & \frac{1}{l^2} \left\langle \sum_{i=1}^{N_s} |\alpha_i|^2 |U(x_i, \rho_i'')|^2 \left| \tilde{U}\left(x_i, \rho_i'' + \frac{x_i}{l} \rho\right) \right|^2 \right\rangle_p + \\ & + \frac{1}{l^2} \left\langle \sum_{i \neq i'}^{N_s(N_s-1)} \alpha_i \alpha_{i'}^* U(x_i, \rho_i'') U^*(x_{i'}, \rho_{i'}'') \tilde{U}\left(x_i, \rho_i'' + \frac{x_i}{l} \rho\right) \times \right. \\ & \left. \times \tilde{U}^*\left(x_{i'}, \rho_{i'}'' + \frac{x_{i'}}{l} \rho\right) \exp[-j(\tilde{\psi}_i - \tilde{\psi}_{i'})] \right\rangle_p. \end{aligned} \quad (22)$$

Так как координаты  $\{x_i, \rho_i''\}$  и  $\{x_{i'}, \rho_{i'}''\}$  при  $i \neq i'$  являются статистически независимыми, второе слагаемое в (22) обращается в нуль. Для первого слагаемого в этой формуле воспользуемся соотношением [7]:

$$\begin{aligned} \left\langle \sum_{i=1}^{N_s} |\alpha_i|^2 F(x_i, \rho_i'') \right\rangle_p = \\ = \int_0^\infty dx \int_{-\infty}^{+\infty} d^2 \rho' \rho_c(x) \sigma_\pi(x) F(x, \rho''), \end{aligned} \quad (23)$$

где  $\rho_c(x)$  – концентрация рассеивающих частиц;

$$\sigma_\pi(x) \equiv \sigma(x, \pi) = \langle |\alpha_i|^2 \rangle = \int_0^\infty da f_s(x, a) |\alpha(\pi, a)|^2$$

– дифференциальное сечение обратного рассеяния;  $f_s(x, a)$  – функция распределения плотности вероятности частиц по размерам  $\left( \int_0^\infty da f_s(x, a) = 1 \right)$ . Введем коэффициент обратного рассеяния

$$\beta_\pi(x) \equiv \beta(x, \pi) = \rho_c(x) \sigma_\pi(x), \quad (24)$$

который можно представить в виде

$$\beta_\pi(x) = \beta_{\pi m}(x) + \beta_{\pi a}(x),$$

где  $\beta_{pm}(x)$  и  $\beta_{pa}(x)$  – коэффициенты соответственно молекулярного и аэрозольного рассеяния. Из (22)–(24) для средней интенсивности рассеянного излучения получаем

$$\langle I_s(\rho) \rangle_p = \frac{1}{l^2} \int_0^\infty dx \beta_\pi(x) \times \int_{-\infty}^{+\infty} d^2 \rho'' I(x, \rho'') \tilde{I}\left(x, \rho'' + \frac{x}{l} \rho\right), \quad (25)$$

где  $\tilde{I}(x, \rho'') = |\tilde{U}(x, \rho'')|^2$ . Использование преобразований Фурье-функций  $I(x, \rho'')$  и  $\tilde{I}(x, \rho'')$ :

$$\Phi(x, \mathbf{k}) = \int_{-\infty}^{+\infty} d^2 \rho'' I(x, \rho'') \exp[-2\pi j \mathbf{k} \rho''], \quad (26)$$

$$\tilde{\Phi}(x, \mathbf{k}) = \int_{-\infty}^{+\infty} d^2 \rho'' \tilde{I}(x, \rho'') \exp[-2\pi j \mathbf{k} \rho''] \quad (27)$$

с учетом симметрии функции  $\tilde{I}(x, \rho'')$  относительно точки  $\rho'' = 0$  позволяет представить среднюю интенсивность в виде

$$\langle I_s(\rho) \rangle_p = \frac{1}{l^2} \int_0^\infty dx \beta_\pi(x) \int_{-\infty}^{+\infty} d^2 \mathbf{k} \Phi(x, \mathbf{k}) \tilde{\Phi}(x, \mathbf{k}) \times \exp\left(-2\pi j \mathbf{k} \rho \frac{x}{l}\right), \quad (28)$$

удобном для применения в расчетах быстрого преобразования Фурье.

Если время одного измерения распределения интенсивности значительно больше времени когерентности излучения, то средняя интенсивность  $\langle I_s(\rho) \rangle_p$ , в соответствии с (16), (26) и (28), записывается в виде

$$\langle I_s(\rho) \rangle_p = \frac{1}{f^2} \int_{-\infty}^{+\infty} d^2 \mathbf{k} \int_0^\infty dx \beta_\pi(x) \exp[-(\theta_c x \mathbf{k})^2] \times \Phi^{(0)}(x, \mathbf{k}) \tilde{\Phi}(x, \mathbf{k}) \exp\left(-2\pi j \mathbf{k} \rho \frac{x}{f}\right). \quad (29)$$

## Результаты расчета распределения средней интенсивности рассеянного излучения

Алгоритм расчета распределения интенсивности рассеянного излучения в плоскости приема (в фокальной плоскости телескопа) строился на основе формул (26)–(28) [или (29)], (21) при  $l = f$ . Трасса распространения пучка разбивалась на слои, т.е.

$$x = x_n = x_0 + n \delta x,$$

где  $x_0$  – расстояние до первого слоя;  $n = 0, 1, 2, \dots; N_x - 1$ ,  $N_x$  – число слоев;  $\delta x$  – толщина слоя.

Для ускорения реализации алгоритма на компьютере в (28), (29) проводилось суммирование по трассе, а затем применялось обратное БПФ, т.е.

$$\langle I_s(\delta \gamma m_z, \delta \gamma m_y) \rangle_p = \frac{1}{f^2} \text{FFT}^{-1} \left\{ \sum_{n=0}^{N_x} \beta_\pi(x_n) \frac{\delta x}{(h'_{zy})^2} \times \Phi(x_n, k_z, k_y) \tilde{\Phi}(x_n, k_z, k_y) e^{-\pi j(k_z + k_y)} \right\}, \quad (30)$$

где  $h_{zy}$  и  $M$  соответственно шаг и размерность расчетной сетки в поперечной плоскости;  $\delta \gamma = \lambda / M h_{zy}$ ;  $m_z, m_y$  – текущий номер расчетной точки.

Расчеты проводились для коллимированного ( $F = \infty$ ) пучка лазерного излучения на длине волны  $\lambda = 1,06$  мкм, распространяющегося с высоты 10 км в верхнюю полусферу, при  $R = 50$  см,  $r = 10$  см и  $l = f$ . В расчетах использовались представленные на рис. 1 модели высотных профилей коэффициентов обратного молекулярного и аэрозольного рассеяния, построенные на основе обобщения теоретических и экспериментальных данных [8–13].

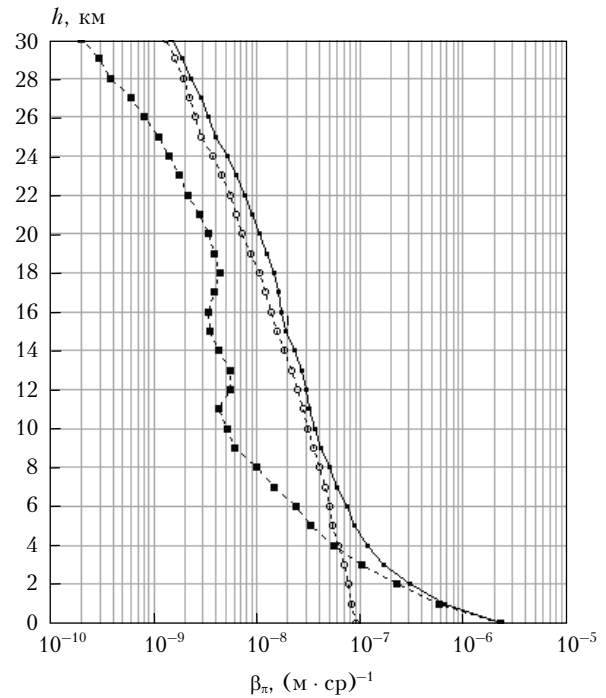


Рис. 1. Модельные высотные профили коэффициентов молекулярного обратного рассеяния  $\beta_{pm}(h)$  (кружочки), аэрозольного обратного рассеяния  $\beta_{pa}(h)$  (квадратики) и суммарного обратного рассеяния  $\beta_\pi(h) = \beta_{pm}(h) + \beta_{pa}(h)$  (сплошная кривая) для длины волны 1,06 мкм

На рис. 2 представлены результаты расчетов средней интенсивности рассеянного излучения  $\langle I_s(\gamma_z, 0) \rangle_p$  ( $\gamma = \{\gamma_z, \gamma_y\} = -\rho/f = \{-z/f, -y/f\}$ ), нормированной на величину  $P/(\pi R^2)$ , в отсутствие регулярных фазовых искажений ( $\psi^{(0)}(\rho) = 0$ ) при различных углах места  $\varphi$ .

Видно, что распределение интенсивности рассеянного назад излучения имеет два максимума симметрично вокруг оптической оси. Это объясняется тем, что толщина слоя рассеяния  $X_s$  небольшая

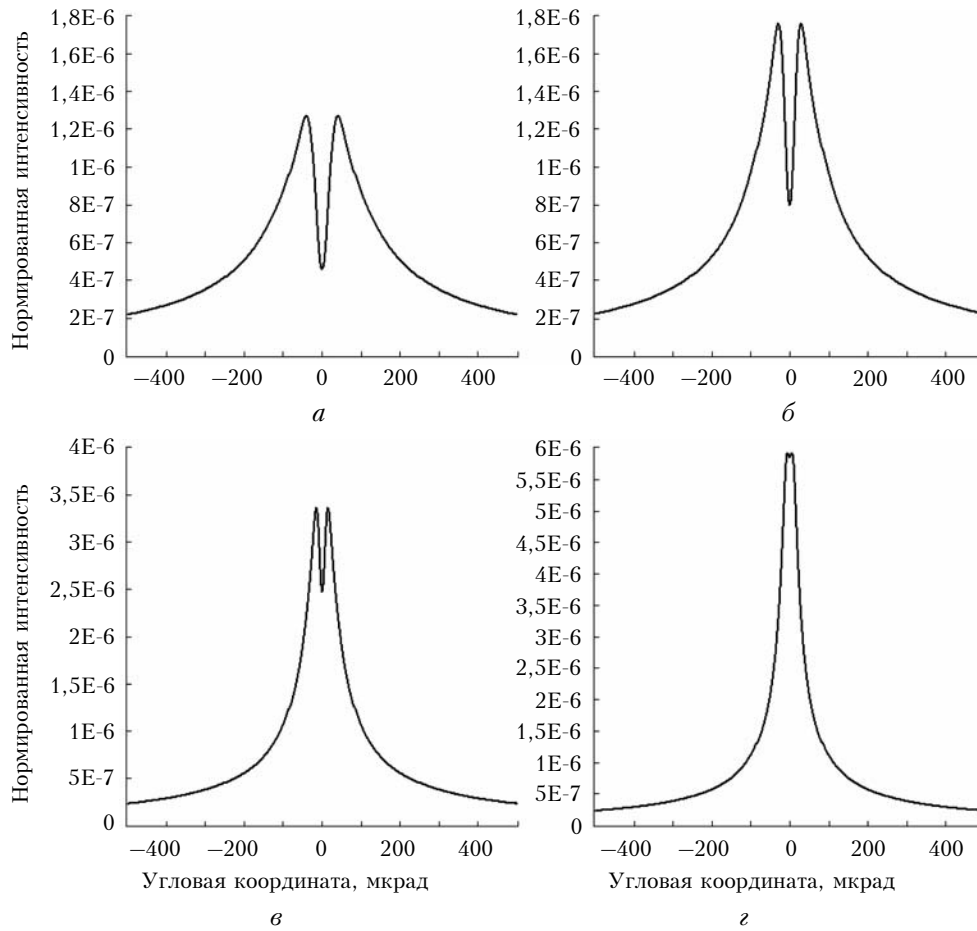


Рис. 2. Распределение нормированной интенсивности рассеянного в атмосфере излучения в фокальной плоскости приемного телескопа при углах места  $\varphi = 90$  (а),  $45$  (б),  $20$  (в) и  $10^\circ$  (г). Угол расходимости пучка  $\theta_c = 20$  мкрад и фокусное расстояние приемного телескопа  $f = 2$  м

( $X_s \sim 10\text{--}30$  км при  $20^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$ ), и мы видим изображение рассеивающего объема, подсвечиваемого лазерным излучением, прошедшим через кольцевую апертуру передающего телескопа. С уменьшением  $\varphi$  толщина слоя рассеяния растет, с удаленных слоев приходит рассеянное излучение из объемов с меньшими угловыми размерами, и кольцевая структура изображения замыкается. При углах  $\varphi < 10^\circ$  наблюдается лишь один максимум в точке  $\gamma_z = 0$ .

На рис. 3 приведены примеры распределения интенсивности рассеянного излучения  $\langle I_s(\gamma_z, \gamma_y) \rangle_p$  в фокальной плоскости приемного телескопа и интенсивности пучка  $\langle I(x, z, y) \rangle_p$  на расстоянии  $x = 1000$  км в отсутствие и при наличии регулярных aberrаций.

В точках пересечения вертикальных и горизонтальных линий указаны положения центра тяжести распределения интенсивности рассеянного излучения  $\{\gamma_{cz}, \gamma_{cy}\}$  (рис. 3, а и в) и  $\{x\gamma_{cz}, x\gamma_{cy}\}$  (рис. 3, б и г). Видно, что при наличии aberrаций, вызывающих асимметричность распределения интенсивности, юстировка оптических осей пучка и приемной системы по обратному рассеянию не представляется возможной. Поэтому вначале необходимо компенсировать регулярные фазовые искажения пучка, например

с помощью гибкого зеркала [5], а затем уже осуществлять юстировку оптических осей по обратному рассеянию.

### Измерение угловой разъюстировки оптических осей пучка и приемной системы

Для измерения и компенсации угловой разъюстировки оптических осей пучка и приемной системы по обратному аэрозольному рассеянию может использоваться матричный фотоприемник.

Пусть прием рассеянного излучения осуществляется матрицей размерностью  $M \times N$ , представляющей собой набор фотодетекторов, чувствительные площадки которых имеют форму квадрата размером  $d$ . Обозначим через  $\rho_{mn} = \{z_{mn}, y_{mn}\}$  координату положения центра чувствительной площадки  $mn$ -го фотодетектора, где  $m = 1, 2, \dots, M$  и  $n = 1, 2, \dots, N$ . Мощность рассеянного излучения, регистрируемая одним элементом матрицы, определяется интегралом

$$P_s(\rho_{mn}) = \int_{z_{mn}-d/2}^{z_{mn}+d/2} dz \int_{y_{mn}-d/2}^{y_{mn}+d/2} dy \langle I_s(z, y) \rangle_p. \quad (31)$$

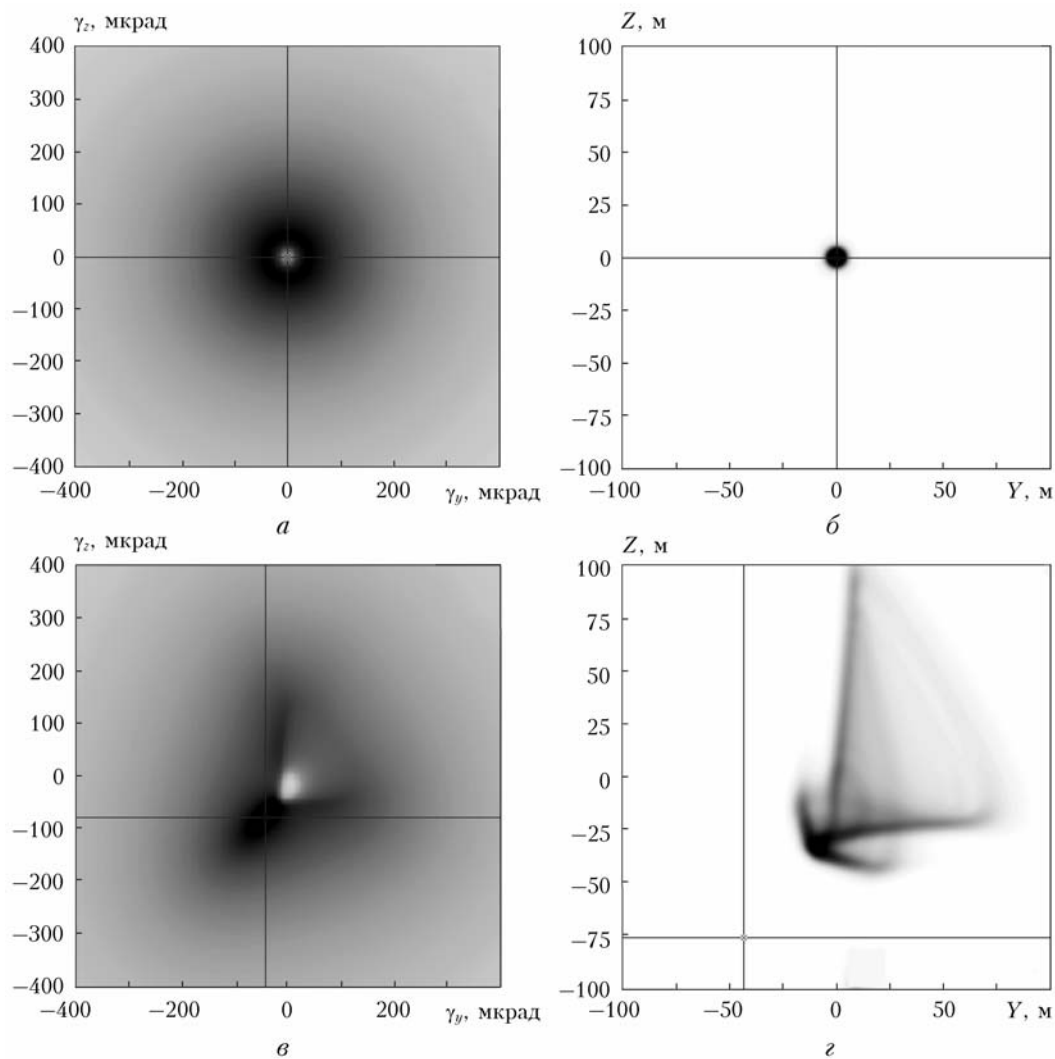


Рис. 3. Двумерные распределения нормированной интенсивности рассеянного в атмосфере излучения в фокальной плоскости приемного телескопа (а, в) и интенсивности лазерного пучка на расстоянии 1000 км (б, з) в отсутствие регулярных аберраций  $C_i = 0$  (а, б) и при  $C_1 = -15$ ;  $C_2 = 12$ ;  $C_3 = 18$ ;  $C_4 = -10$ ;  $C_5 = 8$ ;  $C_6 = 6$ ;  $C_7 = 7$ ;  $C_8 = 6$  и  $C_9 = -8$  в (12) (в, з). Угол места  $\varphi = 90^\circ$ . Угол расходимости  $\theta_c = 10$  мкрад

Из (31) и (28), после интегрирования по переменным  $z$  и  $y$  получаем

$$P_s(\rho_{mn}) = \gamma^2 \int_0^\infty dx \beta_\pi(x) \int_{-\infty}^{+\infty} d^2\kappa \Phi(x, \kappa) \bar{\Phi}(x, \kappa) \times H(\pi\gamma x \kappa) \exp\left(-2\pi j \kappa \rho_{mn} \frac{x}{l}\right), \quad (32)$$

где  $d/f$  – угол поля зрения приемника и

$$H(\pi\gamma x \kappa) \equiv H(\pi\gamma x \kappa_z, \pi\gamma x \kappa_y) = \frac{\sin(\pi\gamma x \kappa_z)}{\pi\gamma x \kappa_z} \frac{\sin(\pi\gamma x \kappa_y)}{\pi\gamma x \kappa_y}.$$

Для оценки отношения сигнал-шум на приемнике рассеянного излучения электрический ток, возникающий в цепи фотодетектора, представим в виде

$$J = J_S + J_B + J_D + J_N, \quad (33)$$

где

$$J_S = e\eta \frac{P_s}{h\nu} \quad (34)$$

– полезная составляющая тока;  $e$  – заряд электрона;  $\eta$  – квантовая эффективность фотодетектора;  $h$  – постоянная Планка;  $\nu = c/\lambda$  – частота излучения;  $c$  – скорость света;  $P_s$  – мощность рассеянного лазерного излучения;  $J_B$  – составляющая тока, связанная с фоновой засветкой;  $J_D$  – темновой ток и  $J_N$  – шумовая составляющая фототока. Шумы фотоприемника в режиме прямого детектирования обусловлены дробовым эффектом, вызванным дискретной природой тока и случайным характером возникновения фотоэлектронов. Среднее значение  $\langle J_N \rangle = 0$ .

Мощность полезной составляющей тока  $P_{J_S}$  определяется как  $P_{J_S} = J_S^2$ . Как следует из (34),  $P_{J_S}$  пропорциональна  $P_s^2$ . Мощность шума  $P_{J_N} = \langle I_N^2 \rangle$  описывается формулой Шоттки

$$P_{J_N} = 2e\Delta f(J_S + J_B + J_D), \quad (35)$$

где  $\Delta f$  – полоса пропускания приемника, связанная с длительностью  $\tau_D$  измерения одного отсчета ( $\Delta f \sim 1/\tau_D$ ). Таким образом, мощность шума представляет собой сумму трех слагаемых: 1) мощности дробового шума, возникающего при детектировании рассеянного лазерного излучения, 2) мощности дробового шума, связанного с фоновым излучением, и 3) мощности собственных шумов фотоприемника.

Определим отношение сигнал-шум SNR как отношение мощности полезной составляющей тока к мощности шума:

$$\text{SNR} = P_{J_S}/P_{J_N}. \quad (36)$$

Для уменьшения влияния фоновой засветки чувствительной площадки фотоприемника излучением, приходящим из атмосферы, применяются фильтры с узкой шириной пропускания  $\delta\lambda$ . Воспользовавшись известными экспериментальными данными для спектра солнечного излучения  $J_B(\lambda)$  на длине волны  $\lambda = 1,06$  мкм и положив ширину пропускания фильтра равной 2 нм, получаем для интенсивности  $I_B = J_B(\lambda)\delta\lambda$  оценку  $I_B \approx 1$  Вт/м<sup>2</sup>. По аналогии с (31) находим мощность атмосферного фонового излучения

$$P_B = \gamma^2 \pi r^2 I_B \int_0^\infty dx \beta(x, \theta), \quad (37)$$

где  $\theta$  – угол падения солнечного излучения на ось зондирующего пучка.

В соответствии с данными для индикатрисы рассеяния [12] в интервале углов  $\theta \in [60^\circ, 180^\circ]$  величина  $\beta(x, \theta)$ , как правило, не превышает  $\beta(x, \pi) \equiv \beta_\pi(x)$ . Поэтому для оценки  $P_B$  сверху в (37) заменим  $\beta(x, \theta)$  на  $\beta_\pi(x)$ . Используя модель для  $\beta_\pi(h)$  (см. рис. 1), можно показать, что даже при мощности пучка  $P = 1$  Вт мощность рассеянного излучения  $P_s$  будет превышать мощность фоновой засветки  $P_B$  для всех углов  $\varphi \in [0, 90^\circ]$ .

В идеальном случае большой мощности рассеянного излучения, когда вторым и третьим слагаемыми в (35) можно пренебречь, флуктуации измеряемого фототока будут определяться в основном дробовым шумом, источником которого является рассеянное лазерное излучение. Обозначим для этого случая отношение сигнал-шум как  $\text{SNR}_I$ . Положив в (35)  $J_B = J_D = 0$ , из (34)–(36) находим

$$\text{SNR}_I = \eta \frac{P_s}{h\nu} \frac{1}{2\Delta f}. \quad (38)$$

Оценки по этой формуле показывают, что для мощности лазера 150 Вт величина  $\text{SNR}_I$  превышает значение 1000.

На основе формул (34)–(36) и (38) представим SNR в виде

$$\text{SNR} = P_s^2 \left/ \left( \frac{P_s^2}{\text{SNR}_I} + P_{NEP}^2 \right) \right., \quad (39)$$

где

$$P_{NEP} = \frac{h\nu}{\eta} \sqrt{\frac{2\Delta f}{e}} (J_B + J_D) \quad (40)$$

– эквивалентная мощность шума, определяемая при выполнении условия

$$\frac{P_s^2}{\text{SNR}_I} \ll P_{NEP}^2 \quad (41)$$

из равенства  $\text{SNR} = 1$ . Как следует из (40),  $P_{NEP}$  пропорциональна  $\sqrt{\Delta f}$ . Величина  $P_{NEP}$  зависит также от размера чувствительной площадки фотоприемника  $d$  ( $P_{NEP} \sim d$ ), длины волны  $\lambda$  и температуры (как самого приемника, так и его окружения).

Моделирование сигнала обратного рассеяния с учетом шумов фотодетектора осуществлялось по формуле

$$J = J_S \left[ 1 + \frac{\xi}{\sqrt{\text{SNR}}} \right], \quad (42)$$

где  $J_S \sim P_s$  и  $\xi$  – псевдослучайная величина с нулевым средним, единичной дисперсией и нормальным распределением плотности вероятности.

Рассмотрим прием рассеянного излучения на матрицу размерностью  $128 \times 128$ , у которой угловой размер одного пикселя  $d/f$  равен 10 мкрад и угловое расстояние между центрами пикселей  $\Delta\gamma = 15$  мкрад (по вертикали или горизонтали). При этом угловые координаты пикселей матрицы

$$\gamma_{nm} = -P_{nm}/f = \{\Delta\gamma(n - N/2), \Delta\gamma(m - M/2)\}$$

(здесь и далее  $N = M = 128$ ) принадлежат диапазону углов  $\pm 960$  мкрад. Угол разблестировки оптических осей будем определять по положению центра тяжести распределения интенсивности рассеянного излучения в фокальной плоскости приемного телескопа  $\gamma_c = \{\gamma_{cz}, \gamma_{cy}\}$ . Из снятых с каждого пикселя приемной матрицы отсчетов сигнала  $J_{nm}$  вектор  $\gamma_c$  можно рассчитать по формуле

$$\gamma_c = \frac{\sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} \gamma_{nm} J_{nm}}{\sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} J_{nm}}. \quad (43)$$

Моделируемые сигналы  $J_{nm} \sim (P_{nm} + P_{NEP} \xi_{nm})$ , где  $P_{nm}$  и  $P_{NEP}$  – мощность рассеянного излучения и эквивалентная мощность шума, приходящиеся на один пиксель матрицы, и  $\xi_{nm}$  – случайная величина, подчиняющаяся гауссовой статистике, с нулевым средним и единичной дисперсией. Шумовые компоненты сигнала у разных пикселей статистически независимы.

При суммировании в (43) по всем пикселям матрицы шумы могут быть причиной большой погрешности оценивания угловых координат. Поэтому в (43) проводилось суммирование лишь по тем пикселям, где сигнал  $J_{nm}$  не ниже половинного уровня от максимума  $J_{\max} = \max\{J_{nm}\}$ . Однако и в этом случае при недостаточно высоких SNR погрешность оценки может оставаться большой.

Для подавления шумов и повышения точности измерения угла разъюстировки применялась следующая процедура. С помощью двумерного БПФ получалась периодограмма

$$P_l = \text{FFT}\{J_{nm}\}. \quad (44)$$

Затем осуществлялись низкочастотная фильтрация ( $P_l$  умножалось на  $F_l$ ) и обратное БПФ. Получившийся в результате новый массив

$$J_{nm}^F = \text{FFT}^{-1}\{P_l F_l\} \quad (45)$$

использовался затем в (43) вместо массива  $J_{nm}$ . В качестве фильтра  $F_l$  служил модуль периодограммы, получаемой из массива мощностей рассеянного излучения  $P_{nm}$ , рассчитанного по приведенным выше формулам для случая распространения пучка в отсутствие фазовых искажений ( $\psi(\rho') = 0$ ) на вертикальной трассе ( $\varphi = 90^\circ$ ), т.е.

$$F_l = |\text{FFT}\{P_{nm}\}|. \quad (46)$$

На рис. 4 приведены примеры моделирования распределения сигналов на приемной матрице без применения фильтрации и с фильтрацией по алгоритму (44)–(46). При моделировании углы рассогласования оптических осей пучка и приемной системы  $\theta = \{\theta_z, \theta_y\}$  задавались как  $\theta_z = \theta_y = 350$  мкрад.

Пересечением горизонтальной и вертикальной линий показано положение центра тяжести распределения интенсивности сигнала на матрице  $\gamma_c = \{\gamma_{cz}, \gamma_{cy}\}$ . В приведенных примерах, за исключением случая (рис. 4, а), значения  $|\theta_z - \gamma_{cz}|$  и  $|\theta_y - \gamma_{cy}|$  не превышают 7 мкрад. При  $\varphi = 10^\circ$  это обеспечивается хорошим уровнем сигнала обратного рассеяния (см. рис. 2, з). На вертикальной трассе уровень сигнала (ср. рис. 2, а и з) в 6 раз меньше, и в отсутствие фильтрации измеряемых данных угол рассогласования может достигать  $\sim 250$  мкм (рис. 4, а). Очевидно, при такой точности измерения никакой речи о компенсации угловой разъюстировки по обратному рассеянию быть не может и необходимо применять фильтрацию (рис. 4, в).

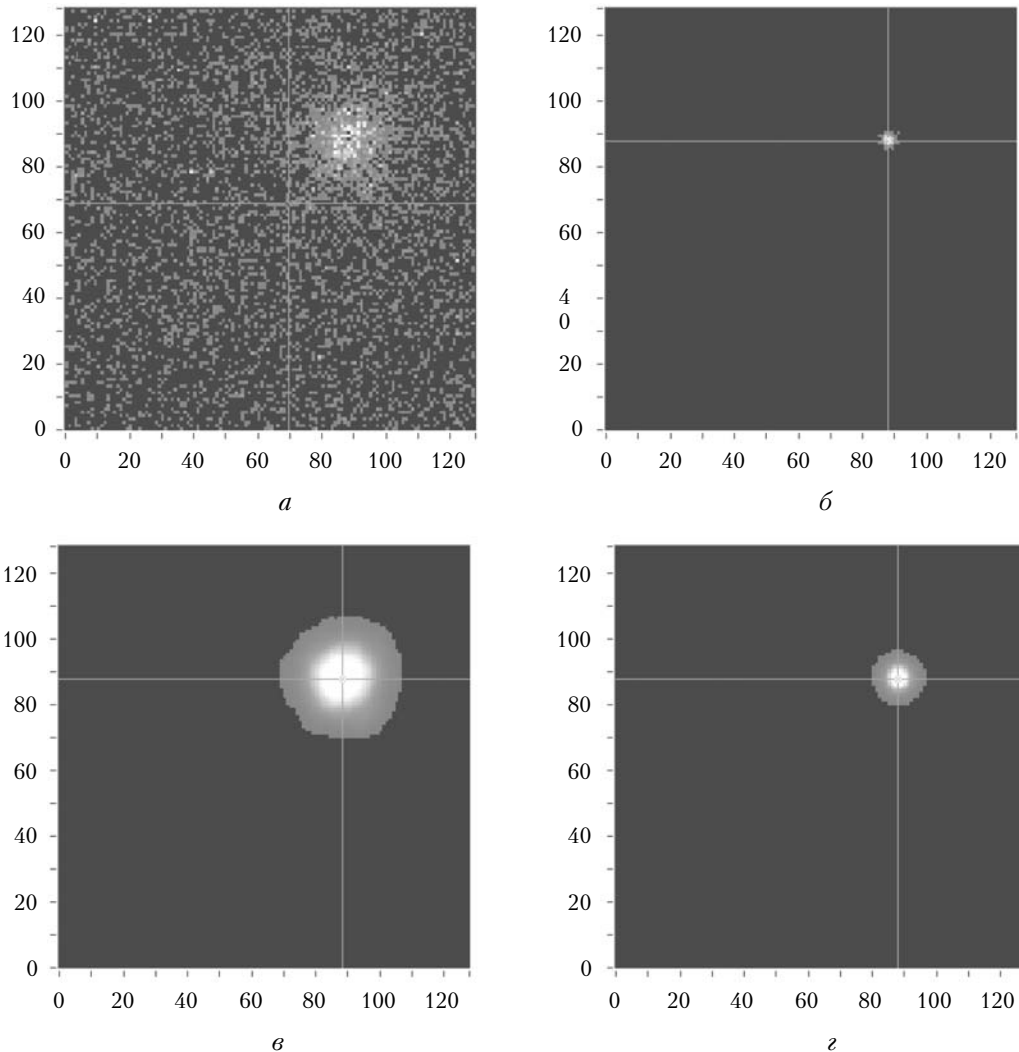


Рис. 4. Примеры распределения сигнала (при отбрасывании данных со значениями ниже  $\frac{1}{2}$  максимума) на матрице без фильтрации (а, б) и с фильтрацией (в, з). Моделирование проведено для  $\varphi = 90^\circ$  (а, в) и  $10^\circ$  (б, з).  $P_{NEP} = 10^{-14}$  Вт



Среднеквадратическая погрешность измерения угла разъюстировки, результаты которого используются для совмещения оптических осей (или просто погрешность юстировки оптических осей) определяется как

$$\sigma_{\theta} = \sqrt{\langle (\theta_z - \gamma_{cz})^2 \rangle + \langle (\theta_y - \gamma_{cy})^2 \rangle}. \quad (47)$$

На рис. 5 представлены результаты расчета зависимости погрешности юстировки оптических осей  $\sigma_{\theta}$  от отношения эквивалентной мощности шума к мощности лазерного пучка  $P_{NEP}/P$ .

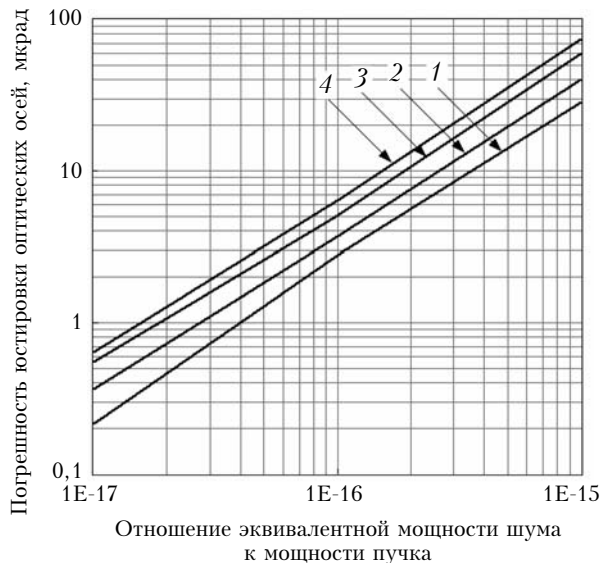


Рис. 5. Зависимость погрешности  $\sigma_{\theta}$  от отношения  $P_{NEP}/P$  при  $\varphi = 10$  (1), 20 (2), 45 (3) и 90° (4)

Расчет проводился на основе данных численного моделирования сигналов  $J_{nm}$  и применения процедуры фильтрации (44)–(46). Для расчета каждого значения  $\sigma_{\theta}$  использовалось по 10000 независимых реализаций вектора  $\gamma_c = \{\gamma_{cz}, \gamma_{cy}\}$ . Видно, что при вертикальном распространении лазерного пучка ( $\varphi = 90^\circ$ ) погрешность  $\sigma_{\theta}$  примерно в 2 раза больше, чем при  $\varphi = 10^\circ$ .

Чтобы оценить мощность лазерного пучка  $P$ , при которой величина погрешности  $\sigma_{\theta}$  не превышает 10 мкрад, зададим  $P_{NEP}/\sqrt{\Delta f} = 10^{-14}$  Вт/Гц<sup>1/2</sup>. Из рис. 5 следует, что в этом случае при  $\Delta f = 10$  Гц мощность пучка  $P$  должна быть не меньше 200 Вт.

### Заключение

В статье выполнены исследования возможности использования обратного атмосферного рассеяния

для определения отклонения оси частично когерентного лазерного пучка от заданного направления распространения. Анализ проведен для типичных атмосферных условий, характеристик известных приемников и начальных аберраций волнового фронта, задававшихся 9 низшими модами полиномов Цернике. Представленные расчетные данные позволяют оценить достижимую точность наведения лазерного пучка по средней интенсивности рассеянного назад излучения в зависимости от характеристик пучка и используемых приемников.

1. Zhmylevskii V.V., Ignatiev A.B., Konyaev Yu.A., Morozov V.V. To the problem of backscattered radiation using for closing of adaptive loop // The XI J. Int. Sympos. «Atmospheric and Ocean Optics. Atmospheric Physics»: Abstracts. Tomsk, 2004. 92 p.
2. Банах В.А., Рычков Д.С., Жмылевский В.В., Морозов В.В. Средняя мощность частично когерентного лазерного пучка, рассеянного на атмосферном слое // Оптика атмосф. и океана. 2007. Т. 20, № 11. С. 953–958.
3. Банах В.А., Жмылевский В.В., Игнатьев А.Б., Морозов В.В., Рычков Д.С. О возможности использования обратного аэрозольного рассеяния в адаптивном контуре атмосферных оптических систем // Квант. электрон. 2008. Т. 38, № 8. С. 764–768.
4. Банах В.А., Жмылевский В.В., Игнатьев А.Б., Канев Ф.Ю., Морозов В.В., Рычков Д.С. Коррекция фазовых искажений лазерных пучков по сигналу обратного рассеяния в атмосфере // Оптика атмосф. и океана. 2009. Т. 22, № 3. С. 289–295.
5. Банах В.А., Жмылевский В.В., Игнатьев А.Б., Морозов В.В., Смалыхо И.Н. Коллимация начального волнового фронта частично когерентного светового пучка по сигналу обратного рассеяния // Оптика и спектроскопия. 2010. Т. 108, № 1. С. 113–122.
6. Банах В.А. Моделирование изображения подсвечиваемого лазером рассеивающего слоя в турбулентной атмосфере // Оптика атмосф. и океана. 2007. Т. 20, № 4. С. 303–307.
7. Исмару А. Распространение и рассеяние волн в случайно неоднородных средах. Ч. 1. М.: Мир, 1981. 280 с.
8. Anderson J.G., Clough S.A., Kneyzys F.X., Chetwynd J.H., Shettle E.P. AFGL Atmospheric constituent profiles (0–120 km) // AFGL-TR-86-0110, AD A175173, 1986. 92 p.
9. Креков Г.М., Рахимов Р.Ф. Оптические модели атмосферы. Томск: Изд-во ТФ СО АН СССР, 1982. 153 с.
10. Зуев В.Е. Распространение видимых и инфракрасных волн в атмосфере. М.: Сов. радио, 1970. 496 с.
11. Firsof K.M., Kataev M.Yu., Mitsel' A.A., Ponomarev Yu.N., Ptashnik I.V. The computer codes LARA and AIRA for simulating the atmospheric transmittance and radiance: current status // J. Quant. Spectrosc. and Radiat. Transfer. 1995. V. 54, N 3. P. 559–572.
12. Зуев В.Е., Креков Г.М. Оптические модели атмосферы. Л.: Гидрометеоздат, 1986. 256 с.
13. Spinhine J.D., Chudamani S., Cavanaugh J.F., Bufton J.L. Aerosol and cloud backscatter at 1.06, 1.54, and 0.53  $\mu\text{m}$  by airborne hard-target-calibrated Nd:YAG/methane Raman lidar // Appl. Opt. 1997. V. 36, N 15. P. 3475–3490.

V.A. Banakh, V.V. Zhmylevskii, A.B. Ignatiev, V.V. Morozov, I.N. Smalikhov. **Pointing a partially coherent laser beam based on atmospheric backscattering.**

The results of the analysis of a possibility of determination of a partially coherent laser beam axis misalignment with the pointing direction, caused by the initial aberration of the beam wave front, based on the beam backscattering, are discussed in the paper. It is shown that distribution of mean intensity of the backscattered beam radiation in a focal plane of the receiving telescope allows one to determine the beam axis misalignment with the pointing direction within accuracy of a few microradian in dependence on laser beam power and parameters of the photodetector.