

ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ОПТИКИ АТМОСФЕРЫ

УДК 551.501.7

В.А. Банах, И.Н. Смалихо

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ПАРАМЕТРОВ ДЫМОВЫХ ШЛЕЙФОВ ПО ОБРАТНОМУ РАССЕЯНИЮ ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Проведен теоретический анализ обратного рассеяния оптического пучка непрерывного излучения при зондировании дымовых шлейфов.

Показана возможность определения концентрации частиц дымовых шлейфов и мощности выбросов локальных источников загрязнений из измерений распределения интенсивности обратнорассеянного света в фокальной плоскости телескопа.

В целях мониторинга воздушного бассейна в промышленных районах для зондирования таких, например, локальных загрязнений, как дымовые шлейфы заводских труб, могут применяться лидарные методы. Описанию существующих здесь подходов и результатов зондирования промышленных загрязнений посвящено значительное число публикаций [1–5].

При этом, однако, остаются в стороне вопросы использования для этих целей непрерывного оптического излучения, хотя здесь могут быть предложены альтернативные методы. В настоящей статье проводится анализ обратного рассеяния направленного оптического излучения на частицах дымовых выбросов и исследуется возможность определения концентрации частиц и мощности выброса по распределению интенсивности света, рассеянного шлейфом, в плоскости его изображения за приемной линзой телескопа.

Пусть источник оптического излучения находится в плоскости $z = -z_0$, где z_0 — расстояние до дымового шлейфа, характерные поперечные размеры которого $a \ll z_0$. Излучение, распространяясь вдоль оси z , после рассеяния на частицах дымового шлейфа принимается телескопом в плоскости источника.

Процесс рассеяния оптического пучка будем описывать с помощью уравнения [6]

$$\begin{aligned} \frac{dI_d(\tilde{\mathbf{r}}(z'), \mathbf{S})}{dz'} + \sigma_t \rho(\tilde{\mathbf{r}}(z')) [I_d(\tilde{\mathbf{r}}(z'), \mathbf{S}) - B(\mathbf{S}, \mathbf{S}_0) U_0(\tilde{\mathbf{r}}(z'))] = \\ = \frac{\sigma_t}{4\pi} \rho(\tilde{\mathbf{r}}(z')) \int_{4\pi} d\omega' B(\mathbf{S}, \mathbf{S}') I_d(\tilde{\mathbf{r}}(z'), \mathbf{S}'), \end{aligned} \tag{1}$$

где $I_d(\mathbf{r}, \mathbf{S})$ — диффузная яркость излучения в точке $\mathbf{r} = \{z, x, y\}$ в направлении $\mathbf{S} = \{\cos\theta, \sin\theta\cos\phi, \sin\theta\sin\phi\}$; $\tilde{\mathbf{r}}(z') = \{z' \cos\theta, x - (z/\cos\theta - z') \sin\theta \cos\phi, y - (z/\cos\theta - z') \sin\theta \sin\phi\}$, $z' \in [-\infty, z/\cos\theta]$; σ_t — полное сечение рассеяния; ρ — концентрация частиц дыма, B — индикатриса рассеяния $\mathbf{S}_0 = \{1, 0, 0\}$ — единичный вектор, совпадающий с направлением падения светового пучка на шлейф;

$$U_0(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} d\omega' I_0(\mathbf{r}, \mathbf{S}) - \tag{2}$$

— когерентная составляющая интенсивности;

$$\int_{4\pi} d\omega = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi d\theta \sin\theta;$$

$$I_0(\mathbf{r}, \mathbf{S}) = I_0\left(\tilde{\mathbf{r}}\left(-\frac{z_0}{\cos\theta}\right), \mathbf{S}\right) \exp\left[-\sigma_t \int_{-\infty}^{z/\cos\theta} dz' \rho(\tilde{\mathbf{r}}(z'))\right] - \tag{3}$$

— ослабленная яркость падающего излучения (полная яркость $I = I_0 + I_d$).

Граничные условия в (1) имеют вид:

$$I_d(\tilde{\mathbf{r}}(z'); \mathbf{S})|_{|z'|=\infty} = 0. \quad (4)$$

Решение уравнения (1) представим в виде ряда приближений теории многократного рассеяния волн (ТМРВ)

$$I_d(\mathbf{r}, \mathbf{S}) = \sum_{j=1}^{\infty} I_j(\mathbf{r}, \mathbf{S}). \quad (5)$$

Первое приближение ТМРВ, или приближение однократного рассеяния, имеет вид

$$I_1(\mathbf{r}, \mathbf{S}) = \sigma_t B(\mathbf{S}, \mathbf{S}_0) \int_{-\infty}^{z/\cos\theta} dz' \rho(\tilde{\mathbf{r}}(z')) U_0(\tilde{\mathbf{r}}(z')) \exp\left\{-\sigma_t \int_{z'}^{z/\cos\theta} dz'' \rho(\tilde{\mathbf{r}}(z''))\right\}, \quad (6)$$

Для последующих членов ряда можно записать рекуррентное соотношение

$$I_j(\mathbf{r}, \mathbf{S}) = \frac{\sigma_t}{4\pi} \int_{-\infty}^{z/\cos\theta} dz' \rho(\tilde{\mathbf{r}}(z')) \exp\left\{-\sigma_t \int_{z'}^{z/\cos\theta} dz'' \rho(\tilde{\mathbf{r}}(z''))\right\} \int_{4\pi} d\omega' B(\mathbf{S}, \mathbf{S}') I_{j-1}(\tilde{\mathbf{r}}(z'), \mathbf{S}'). \quad (7)$$

Пусть рассеянное излучение фиксируется приемной оптической системой в плоскости изображения дымового шлейфа в условиях, когда дифракцией на передающей и приемной апертурах можно пренебречь ($ka_0^2 \gg z_0$, $ka_t^2 \gg z_0$, $k = 2\pi/\lambda$, λ — длина волны, a_0 — радиус пучка, a_t — радиус приемной линзы телескопа), а характерные поперечные размеры дымового шлейфа $a \gg a_0, a_t$. Тогда интенсивность рассеянного света в плоскости изображения шлейфа в случае коллимированного Гауссова пучка будет напрямую связана с яркостью излучения

$$U(\mathbf{R}) = \frac{\pi a_0^2 a_t^2}{(a_0^2 + a_t^2) F_t^2} I_d\left(-z_0, \mathbf{R} \frac{z_0}{F_t}, \mathbf{S}_\pi\right), \quad (8)$$

где $\mathbf{R} = \{x, y\}$ — радиус-вектор в плоскости, перпендикулярной оси z ; F_t — фокусное расстояние приемной линзы телескопа, $\mathbf{S}_\pi = \{-1, 0, 0\}$. При этом входящая в (6) когерентная составляющая интенсивности пучка выражается простой формулой

$$U_0(\mathbf{r}) = U^0 \exp\left\{-\frac{\mathbf{R}^2}{a_0^2} - \sigma_t \int_{-\infty}^z dz' \rho(z', \mathbf{R})\right\}, \quad (9)$$

где U^0 — интенсивность пучка на его оси в плоскости излучения.

Интенсивность U , аналогично (5), представим в виде ряда

$$U(\mathbf{R}) = \sum_{j=1}^{\infty} U_j(\mathbf{R}). \quad (10)$$

Первое приближение нетрудно найти из (6) и (8). В точке $\mathbf{R} = 0$ выражение для U_1 имеет вид

$$U_1 = q [1 - \exp(-2\tau)], \quad (11)$$

где

$$q = \frac{\pi a_0^2 a_t^2 U^0}{2(a_0^2 + a_t^2) F_t^2} B(\mathbf{S}_\pi, \mathbf{S}_0); \quad \tau = \sigma_t \int_{-\infty}^{+\infty} dz' \rho(z', 0) \quad \text{— оптическая толщина.}$$

Аналогичный результат представлен в [6].

Следует отметить, что вывод выражения для U_1 сделан вне зависимости от соотношения размеров частиц и длины волны излучения. Однако для последующих приближений U_j такое соотношение играет важную роль.

В случае крупных частиц $(kr_0)^2 \gg a/a_0$ (r_0 — характерный радиус частиц) последующие члены ряда (10) можно найти из (6)–(8)

$$U_j = qW^{j-1} \left[1 - e^{-2\tau} \sum_{m=0}^{j-1} \frac{(2\tau)^m}{m!} \right], \quad (12)$$

где $W = \sigma_s/\sigma_t$ — альbedo частиц дымового шлейфа; $\sigma_t = \sigma_s + \sigma_a$; σ_s и σ_a — сечения рассеяния и поглощения соответственно. При этом ряд (10) удается просуммировать, в результате для интенсивности можно записать выражение

$$U = q \frac{1 - \exp[-(1-W)2\tau]}{1-W}. \quad (13)$$

Решение, аналогичное (13), для плоской волны, падающей на безграничный рассеивающий слой определенной толщины, было найдено ранее из уравнения переноса излучения в малоугловом приближении [6]. При этом, как отмечено в [6], необходимо учитывать, что угол между направлениями падения излучения и наблюдения не должен быть меньше величины $1/(kr_0)$.

Если условие крупных частиц не выполняется, то найти аналитическое выражение для интенсивности U не удастся, поэтому проведем оценку лишь второго члена ряда (10). При этом будем считать, что оптический пучок падает перпендикулярно на дымовой шлейф, у которого поперечное распределение средней концентрации частиц можно аппроксимировать Гауссовой моделью [7, 8]:

$$\rho(z, x, y) = \rho_0(y) \exp \left\{ -\frac{z^2}{a_z^2(y)} - \frac{x^2}{a_x^2(y)} \right\}, \quad (14)$$

где a_z и a_x — эффективные размеры шлейфа, соответственно по осям z и x .

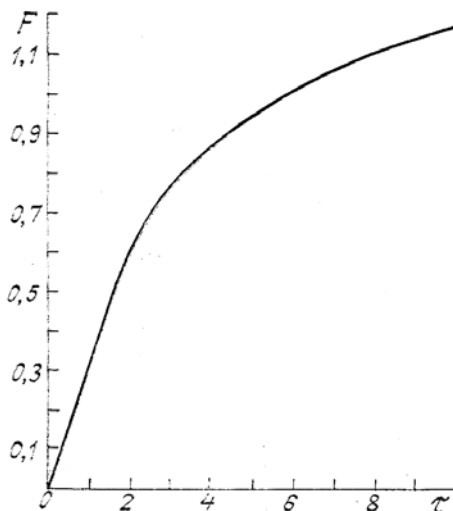
Приближенное выражение для U_2 удается получить при выполнении условий $kr_0 \lesssim 3$ и $P \gg \max(1, \tau)$

$$U_2 \approx U_1 \frac{2}{\pi} B(S_0, S_0) \frac{\ln(2,94P)}{P} F(\tau), \quad (15)$$

где $P = a_z / \sqrt{a_0^2 + a_t^2}$, $\tau = \sqrt{\pi} \sigma_t \rho_0 a_z$. График функции

$$F(\tau) = \frac{\tau e^{-\tau}}{1 - e^{-2\tau}} \int_{-\infty}^{+\infty} dz z e^{-z^2} \exp[\tau \operatorname{erf}(z)]$$

представлен на рисунке.



Зависимость функции F от оптической толщины τ

Проведем оценку отношения U_2/U_1 для случая $kr_0 \ll 1$, когда индикатриса рассеяния в направлении вперед $B \approx \frac{3}{2}W$. Пусть $\tau = 5$, а $P = 50$. Тогда из формулы (15) следует, что $U_2/U_1 \approx 0,09 W$.

Таким образом, вклад второго приближения в интенсивность рассеянного излучения U минимум на порядок меньше по сравнению с первым U_1 .

На основе приведенного выше примера и других оценок U_2 , проведенных при различных B , τ и P , можно сделать вывод, что в случае мелких частиц ($kr_0 \lesssim 3$) и оптического пучка, радиус которого значительно меньше поперечного размера дымового шлейфа ($P \gg \max(1, \tau)$), при расчетах U можно пользоваться первым приближением ТМРВ.

Определение концентрации частиц

Рассмотрим режим крупных частиц ($(kr_0)^2 \gg P$). Тогда при априорно известных значениях сечения поглощения σ_a , a_z и a_x для получения информации о концентрации ρ_0 необходимо провести два измерения $U^{(1)}$ и $U^{(2)}$, где — средняя интенсивность, измеренная по описанной выше схеме зондирования; $U^{(2)}$ — соответствующая величина в случае, когда пучок направлен в сторону дымового шлейфа под углом α к оси z в плоскости zx .

Из (13) и (14) имеем:

$$\frac{U^{(1)}}{U^{(2)}} = \frac{1 - \exp[-(1 - W) 2\tau]}{1 - \exp[-(1 - W) 2\tau\beta]}, \quad (16)$$

где $\beta = \exp[-(\sin\alpha z_0/a_x)^2]$. Полагая угол $\alpha = \arcsin(\sqrt{\ln 2} \cdot a_x / z_0) \approx \sqrt{\ln 2} \cdot a_x / z_0$, для концентрации частиц из (16) можно получить простую формулу

$$\rho_0 = \frac{1}{\sqrt{\pi} \sigma_a a_z} \ln \left[\frac{U^{(2)}}{U^{(1)} - U^{(2)}} \right]. \quad (17)$$

Измерение мощности выброса

Определим мощность выброса Q как число частиц N , переносимых через плоскость zx за единицу времени [1]:

$$Q = \frac{dN}{dt} = v_y \frac{dN}{dy}, \quad (18)$$

где v_y — составляющая скорости ветра вдоль оси y , удовлетворяющая условию $v_y \gg \tilde{v}_y$ (\tilde{v}_y — отклонения скорости от значения v_y в области локализации дымового шлейфа в плоскости zx).

Учитывая, что

$$\frac{dN}{dy} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dz dx \rho(z, x, y), \quad (19)$$

из (14) и (18) для мощности выброса имеем

$$Q = v_y \pi a_z a_x \rho_0.$$

Использование здесь Гауссовой модели (14) предполагает, что флуктуациями концентрации частиц можно пренебречь. Анализ выражения (18) показывает, что для этого необходима реализация условий слабых флуктуаций интенсивности рассеянного излучения $\sigma_U^2 / \langle U \rangle^2 \ll 1$, где $\langle U \rangle$ и σ_U^2 — соответственно среднее значение и дисперсия интенсивности излучения. На практике часто мощные крупномасштабные вихри ветра и интенсивное перемешивание вызывают значительные вариации концентрации ρ . Следовательно, в этом случае Гауссова модель (14) для расчетов U неприменима. Однако, не проводя непосредственного усреднения U , можно определять мгновенные значения мощности выброса Q . Для этого необходимо, чтобы падающее излучение полностью охватывало в поперечном сечении дымовой шлейф, что можно сделать, сформировав расходящийся пучок с начальной кривизной фазового фронта $F_0^{-1} > a / (a_0 z_0)$. С учетом расходимости пучка распределение интенсивности рассеянного излучения имеет вид

$$U(\mathbf{R}) = T(\mathbf{R}) \left[1 - \exp \left\{ -2\sigma_a \int_{-\infty}^{+\infty} dz \rho \left(z, \frac{z_0}{F_t} \mathbf{R} \right) \right\} \right], \quad (20)$$

где

$$T(\mathbf{R}) = \frac{\pi a_t^2}{F_t^2} \cdot \frac{U^0 B(\mathbf{S}_\pi, \mathbf{S}_0) \sigma_t}{2(1 + z_0/F_0)^2 \sigma_a} \exp \left\{ - \left(\frac{z_0}{F_t} \right)^2 \frac{R^2}{a_0^2 (1 + z_0/F_0)^2} \right\}.$$

В итоге из (18)–(20) находим

$$Q = \frac{z_0}{F_t} \frac{V_y}{2\sigma_a} \int_{-\infty}^{+\infty} dx \ln \left[\frac{1}{1 - U(\mathbf{x}, y)/T(\mathbf{x}, y)} \right]. \quad (21)$$

Имея априорную информацию об оптических характеристиках частиц дымового шлейфа $B(\mathbf{S}_\pi, \mathbf{S}_0)$, σ_a , σ_s , по измерениям распределения $U(x)$, с помощью формулы (21) можно определять мгновенную мощность выброса в плоскости $y = \text{const}$.

Таким образом, измерение распределения интенсивности рассеянного оптического излучения в фокальной плоскости телескопа позволяет в принципе определять такие параметры, как концентрация частиц дымовых шлейфов и мощность выбросов локальных источников загрязнений.

1. Назаров И. М., Николаев А. Н., Фридман Ш. Д. Основы дистанционных методов мониторинга загрязнения природной среды. Л.: Гидрометеоздат, 1983. 280 с.
2. Захаров В. М., Костко О. К. Метеорологическая лазерная локация. Л.: Гидрометеоздат, 1977. 222 с.
3. Житков Л. В., Кауль Б. В., Копылов В. П. и др. // V Всесоюзный симпозиум по лазерному и акустическому зондированию атмосферы. (Тез. докл., ч. 1). Томск, 1978. С. 151–154.
4. Зуев В. Е., Кауль Б. В., Самохвалов И. В. и др. Лазерное зондирование промышленных аэрозолей. Новосибирск: Наука, 1986. 188 с.
5. Зуев В. Е., Кабанов М. В. Оптика атмосферного аэрозоля. Л.: Гидрометеоздат, 1987. 254 с.
6. Исимару А. Распространение и рассеяние волн в случайно неоднородных средах. М.: Мир, 1981. Ч. 1, 2.
7. Атмосферная турбулентность и моделирование распространения примесей / Под ред. Ф.Т. Ньстадта и Х. Ван Дона. Л.: Гидрометеоздат, 1985. 351 с.
8. Берлянд М. Е. Современные проблемы атмосферной диффузии и загрязнения атмосферы. Л.: Гидрометеоздат, 1975. 448 с.

Институт оптики атмосферы СО АН СССР,
Томск

Поступила в редакцию
1 июля 1991 г.

V. A. Banakh, I. N. Smalikhov. **Determination of the Stack Plumes Parameters From the Optical Radiation Backscatter.**

A theoretical analysis of the cw optical beam backscattering is presented in application to sensing stack, plumes. A possibility of determining the number density of aerosol particles in the plume as well as of the aerosol source emission power from measurements of the backscattered radiation distribution over the focal plane of a telescope is shown.