

Г.М. Игонин, А.И. Попков

ЭФФЕКТИВНОСТЬ МАРКОВСКОЙ ФИЛЬТРАЦИИ В ЗОНДИРОВАНИИ ОЗОНА УФ-ЛИДАРАМИ

Аналитически и с помощью численного моделирования проанализированы точности восстановления флуктуирующих профилей концентрации и интегрального содержания озона УФ-лидарами, использующими оптимальную марковскую фильтрацию сигналов. Определены граничные высоты эффективной фильтрации при зондировании на различных парах длин волн полос Хартли и Хиггинса.

Оптимальная оценка флуктуирующих профилей концентрации газа лидарным методом дифференциального поглощения с применением аппарата марковской фильтрации рассмотрена в [1]. Там же применительно к зондированию озона в полосах Хартли и Хиггинса проведен простейший анализ эффективности одноканальной фильтрации для четырех гипотетических лидаров с приемлемой энергетикой.

В данной статье продолжен анализ точности оптимального восстановления флуктуирующих профилей концентрации озона и его интегрального содержания в зондируемом интервале высот. Путем численного моделирования получены приближенные высотно-спектральные зависимости их ошибок в различных условиях зондирования, используя модели атмосферы. Определены граничные высоты эффективной фильтрации при зондировании на различных парах длин волн в полосах Хартли и Хиггинса в режиме двухканального приема с учетом поглощения на обеих длинах волн.

Дисперсионные уравнения. Точности оценок сглаженных лидарным импульсом длительности τ_{Π} флуктуирующих профилей концентрации $N(n) = \bar{N}(h) + \Delta N(h)$ озона задаются апостериорной корреляционной матрицей [1]

$$K = \{K_{ij}\} = \overline{(\boldsymbol{\eta} - \boldsymbol{\eta}^*)(\boldsymbol{\eta} - \boldsymbol{\eta}^*)^T}.$$

Здесь $\boldsymbol{\eta}^*$ — оценка вектора $\boldsymbol{\eta} = \{\eta_1, \eta_2\}^T$ состояния, где $\eta_1(\tau) = \Delta N(h) / \sigma_N(h)$ — нормированная реализация флуктуаций $\Delta N(h)$ концентрации O_3 ; $\eta_2(\tau)$ — пространственная реализация, пропорциональная флуктуациям текущей оптической толщины за счет поглощения озоном; $\bar{N}(h), \sigma_N^2(h)$ — априори известные профили среднего значения и дисперсии $N(h)$, $\tau = 2h/c$, c — скорость света.

Дисперсия оценки $N^*(h)$ профиля $N(h)$

$$D[N^*(h)] = \mu^2(h) \bar{N}^2(h) K_{11}(h), \tag{1}$$

где $\mu(h)$ — коэффициент вариации $N(h)$. В свою очередь, $K_{11}(h)$ можно определить, интегрируя матричное уравнение Риккати вида

$$\dot{K} = AK + KA^T + b - \left[\frac{\hat{\Delta}_2}{\hat{v}_{s1}}(\tau) / \frac{\hat{\Delta}_2}{\hat{v}_{s1}} \right] K C C^T K, \tag{2}$$

которое получено в [1] при условии, что зондирование ведется на длинах волн λ_1, λ_2 и не учитывается поглощение на $\lambda_2 > \lambda_1$,

$$b = \begin{pmatrix} 2\alpha & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \{0, -2\mu(h)\}, \quad \alpha = 1/\tau_{\Pi}.$$

Можно показать, что при учете поглощения на λ_2 матрица A имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} -\alpha & 0 \\ c \Delta\gamma(h)/2 & 0 \end{pmatrix},$$

где $\overline{\Delta\gamma}(h) = \bar{\gamma}_1(h) - \bar{\gamma}_2(h)$, $\bar{\gamma}_1(h), \bar{\gamma}_2(h)$ — средние профили поглощения озоном на λ_1, λ_2 . Оценки $\hat{\Delta}_2$ и $\hat{v}_{s1} = \hat{v}_{s1} + \hat{v}_{N1}$ при практической реализации определяем, используя «вариант максимального правдоподобия», из наблюдений на λ_2 . При этом (2) зависит от выборочных данных и его можно интегрировать только по мере их поступления.

Усредняя (2) по пуассоновским флуктуациям фотоэлектронов канала на λ_2 , получаем аналогичное уравнение для безусловной апостериорной матрицы $\langle K \rangle$ в следующем виде:

$$\langle \dot{K} \rangle = A \langle K \rangle + \langle K \rangle A^T + b - [\langle \bar{v}_{s1} \rangle^2 / \langle \bar{v}_{\Sigma 1} \rangle] \langle K \rangle C C^T \langle K \rangle, \quad (3)$$

где вместо оценок условных средних интенсивностей сигнального и общего потоков фотоэлектронов будут безусловные средние $\langle \bar{v}_{s1} \rangle$, $\langle \bar{v}_{\Sigma 1} \rangle$; $\langle \rangle$ — означает усреднение по ансамблю флуктуаций чисел фотоэлектронов. В отличие от (2) уравнение (3) может решаться априори. Начальные условия задаются в точке $\tau_0 = 2h_0/c$: $\langle K_{11}(\tau_0) \rangle = 1$, $\langle K_{12}(\tau_0) \rangle = \langle K_{22}(\tau_0) \rangle = 0$, h_0 — нижняя граница зондируемого диапазона высот.

Если использовать приближение

$$\langle K_{12}(h) \rangle \approx \overline{\Delta \gamma}(h) h_L \langle K_{11}(h) \rangle, \quad (4)$$

где

$$h_L = \begin{cases} h - h_0, & \text{при } h - h_0 \ll L, \\ L, & \text{при } h - h_0 \gg L, \end{cases}$$

то в системе (3) уравнение для $\langle K_{11}(h) \rangle$ не зависит от $\langle K_{12} \rangle$, $\langle K_{22} \rangle$, имеет вид

$$\frac{d \langle K_{11}(h) \rangle}{dh} = - \frac{2}{L} \{ \langle K_{11}(h) \rangle - 1 + Q(h; \lambda_1, \lambda_2) \langle K_{11}(h) \rangle^2 \}, \quad (5)$$

и его можно решать независимо от других уравнений ($L = c\tau_n/2$). Здесь величина

$$Q(h; \lambda_1, \lambda_2) = \frac{\langle \bar{v}_{s1} \rangle^2 \tau_\pi \mu^2(h)}{\langle \bar{v}_{\Sigma 1} \rangle} \bar{\tau}_{12}^2(0, h_L), \quad (6)$$

которую можно назвать обобщенным отношением сигнал-шум, есть обобщение $Q(h; \lambda_1)$, введенной в [1], где она пропорциональна оптической толщине $\bar{\gamma}_1(h)L$ за счет поглощения на λ_1 . В данном случае при учете поглощения на λ_1 и λ_2 Q зависит от дифференциальной оптической толщины $\bar{\tau}_{12}(0, h_L) = \overline{\Delta \gamma}(h)L$.

Вновь, используя (4), для $\langle K_{22}(h) \rangle$ имеем

$$\frac{d \langle K_{22}(h) \rangle}{dh} = 2 \overline{\Delta \gamma}(h) \bar{\tau}_{12}(0, h_L) \langle K_{11}(h) \rangle - \frac{2}{L} \frac{Q(h; \lambda_1, \lambda_2)}{\bar{\tau}_{12}^2(0, h_L)} \langle K_{22}(h) \rangle^2. \quad (7)$$

Обобщенное отношение сигнал/шум. Учитывая сложную зависимость $\langle \bar{v}_{s1} \rangle$, $\langle \bar{v}_{\Sigma 1} \rangle$ от h , многокомпонентность факторов, определяющих профили $\bar{\gamma}_1(h)$, $\gamma_2(h)$, анализ эффективности марковской фильтрации целесообразно проводить методами численного моделирования. Фильтрация эффективна на тех высотах, где $Q > 1$ [1]. Поэтому моделирование профилей Q является важнейшим этапом анализа эффективности зондирования и позволяет, во-первых, выбрать энергетические параметры лидара, необходимые пространственные и временные разрешения и т. д.; во-вторых, определить диапазон высот, где фильтрация имеет смысл; в-третьих, качественно оценить возможности фильтрации на различных парах длин волн зондирования.

Формула (6) отражает известный эффект, требующий оптимизации выбора пар длин волн в различных высотных интервалах; поглощение озоном, с одной стороны, уменьшает сигнал, в данном случае $\langle \bar{v}_{s1} \rangle$, с другой — увеличивает дифференциальную оптическую толщину, в данном случае $\bar{\tau}_{12}(0, L)$, определяющую чувствительность метода дифференциального поглощения.

Для упорядочения выбора многочисленных параметров лидара, атмосферы и условий зондирования при моделировании принят «гомогенный» комплекс, энергетические параметры которого на всех длинах волн одинаковы, а остальные параметры взяты близкими к реальным.

Длины волн, нм	282, 291.6, 308, 313, and 353
Лазеры.....	XeBr, KrF + SRS D ₂ , XeCl, KrF + SRS H ₂ , and XeCl + SRS H ₂
Энергия импульса излучения, Дж	0,1
Суммарный коэффициент потерь в передающей и приемной оптике	0,012
Квантовая эффективность фотодетектора.....	0,15
Площадь приемной апертуры, м ²	0,785
Пространственная длительность импульса, м	300, 1000, 2000

На рис. 1 приведены профили $Q(h; \lambda_1, \lambda_2)$ для различных пар длин волн зондирования при $L = 300$ м (верхняя шкала оси абсцисс) и $L = 1000$ м (нижняя шкала).

Видно, что практически все выбранные пары можно использовать для зондирования в тропосфере. Дополнительные сведения о применимости этих пар дают граничные высоты эффективной фильтрации h_b , определяемые ниже. Из рис. 1 следует интересный вывод, что при зондировании стратосферного озона наилучшие условия для оптимальной фильтрации предоставляет применение длины волны 282 нм.

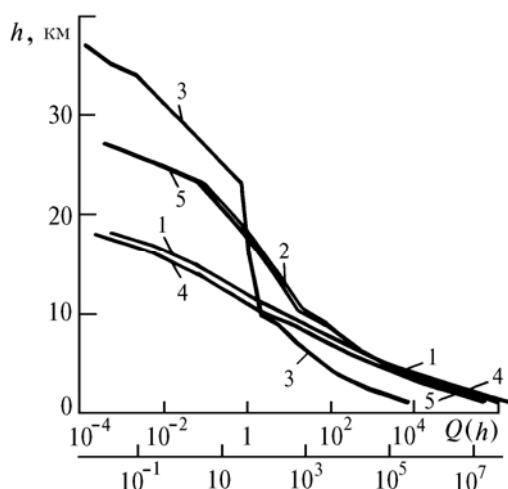


Рис. 1. Профили обобщенного отношения сигнал – шум для различных пар λ_1, λ_2 длин волн зондирования. Верхняя шкала оси абсцисс – для случая $L = 300$ м, нижняя – $L = 1000$ м. 1 – 282, 353 нм; 2 – 291,6, 353 нм; 3 – 308, 353 нм; 4 – 282, 291,6 нм; 5 – 291,6, 308 нм

Пусть Q_b – минимально допустимое значение $Q(h; \lambda_1, \lambda_2)$. Тогда граничная высота h_b определяется из условия

$$Q(h_b, \lambda_1, \lambda_2) = Q_b. \quad (8)$$

Положив в (8) $Q_b = 1$ и применив экспоненциальную интерполяцию на интервале $[h_{i-1}, h_i]$ для профилей обобщенного отношения сигнал-шум $Q(h; \lambda_1, \lambda_2)$, получаем соотношение для h_b в следующем виде:

$$H_b = h_{i-1} + \frac{(h_i - h_{i-1}) \ln Q(h_{i-1})}{\ln[Q(h_{i-1})/Q(h_i)]}. \quad (9)$$

Таблица 2

Граничные высоты h_b , м эффективной фильтрации для различных пар (λ_1, λ_2) длин волн зондирования озона

$(\lambda_1; \lambda_2)$, нм	L , м	
	300	1000
282; 291,6	10890	14843
282; 308	11828	15538
282; 313	11881	15577
282; 353	11923	15607
291,6; 308	17687	23956
291,6; 313	18027	24069
291,6; 353	18272	24151
308; 313	8949	26984
308; 353	16985	29384
313; 353	9190	27622

В табл. 2 приведены значения h_b , позволяющие качественно оценить возможности зондирования озона в тропосфере и стратосфере. Видно, что при $L = 300$ м наиболее перспективными для зондирования являются пары длин волн: 291,6, 353; 291,5, 313 и 291,6, 308 нм соответственно, позволяющие достичь ~ 18 км. При $L = 1000$ м эффективно зондирование на паре длин волн 308, 353 нм. Выбрав в качестве опорного лазера ХеС1 с длиной волны излучения 308 нм, проведем анализ показателей эффективности восстановления профилей $N(h)$ концентрации O_3 и его интегрального содержания $J(h) = \int_{h_0}^h dh'N(h')$.

Анализ эффективности зондирования в тропосфере и стратосфере. Обратимся к восстановлению профилей концентрации озона и его интегрального содержания в тропосфере и стратосфере. Дисперсии их оценок однозначно связаны с компонентами матрицы $\langle K \rangle$, поэтому анализ эффективности сводится к определению зависимостей этих элементов от высоты. Соотношения между дисперсиями атмосферных параметров и $\langle K \rangle$ зависят от выбранного метода введения вектора состояния. В частности, для оценки $N^*(h)$ концентрации эта зависимость определяется соотношением (1).

Так как масштабы изменения профилей $\overline{\Delta\gamma}(h)$, $\sigma_N(h)$ значительно больше L , можно показать, что

$$\eta_2(2h/c) \simeq [\overline{\Delta\gamma}(h) / \sigma_N(h)] \Delta J(h), \quad (10)$$

где

$$\Delta J(h) = \int_{h_0}^h dh' \Delta N(h').$$

Согласно (10) для дисперсии $D[\eta_2^*] = \langle K_{22}(h) \rangle$ имеем

$$\langle K_{22}(h) \rangle \simeq \frac{\overline{\Delta\gamma}^2(h)}{\sigma_N^2(h)} D[\Delta J^*(h)]. \quad (11)$$

В результате аналогично (1) получаем выражение для дисперсии $D[J^*] = D[\Delta J^*]$ оптимальной оценки J^* интегрального содержания O_3 на $[h_0, h]$ в виде

$$D[J^*] \simeq [\sigma_N^2(h) / \overline{\Delta\gamma}^2(h)] \langle K_{22}(h) \rangle. \quad (12)$$

Для относительной ошибки оптимального восстановления профиля $N(h)$ концентрации O_3 , используя (1), имеем

$$\sigma_N^*(h) = \mu(h) \sqrt{\langle K_{11}(h) \rangle}, \quad (13)$$

где $\langle K_{11}(h) \rangle$ – решение (5). Положив в (5) $d\langle K_{11}(h) \rangle / dh = 0$, получим квадратное уравнение относительно $\langle \tilde{K}_{11}(h) \rangle$, решение которого имеет вид

$$\langle \tilde{K}_{11}(h) \rangle = \frac{1}{2Q(h; \lambda_1, \lambda_2)} \left\{ \sqrt{1 + 4Q(h; \lambda_1, \lambda_2)} - 1 \right\}. \quad (14)$$

Характер поведения $\langle K_{11}(h) \rangle$ известен [2]: быстрое убывание до значения $\langle K_{11}(h_{\min}) \rangle = \langle \tilde{K}_{11}(h_{\min}) \rangle$ (переходной режим), затем значительно более медленное увеличение с асимптотическим приближением к $\langle K_{11}(h) \rangle = 1$. Аналитическое исследование уравнения (5) дает $h_{\min} - h_0 \simeq L / [4Q(h_0)]$, т.е. при $Q(h_0) \gg 1$ интервал высот переходного режима значительно меньше.

Таблица 3

Зависимость относительной ошибки δ_K от $h - h_0$							
$h - h_0$, км	6	7	8	9	10	11	12
$\delta_K, \%$	0,71	0,83	-0,25	0,08	0,89	0,42	0,21

Из табл. 3 видно, что на паре 291,6; 308 нм при $L = 300$ м относительное отклонение

$$\delta_K = [\langle \tilde{K}_{11}(h) \rangle - \langle K_{11}(h) \rangle] / \langle \tilde{K}_{11}(h) \rangle$$

не превышает 1% на интервале высот $6 \text{ км} \leq h \leq 12 \text{ км}$, где $Q < 10^3$. При $Q \geq 10^3$ δ_K еще меньше для $h < 6 \text{ км}$, кроме $[h_0, h_{\min}]$. Поэтому для определения точности оптимального восстановления $N(h)$ в (13) $\langle K_{11}(h) \rangle$ можно заменить на $\langle \tilde{K}_{11}(h) \rangle$.

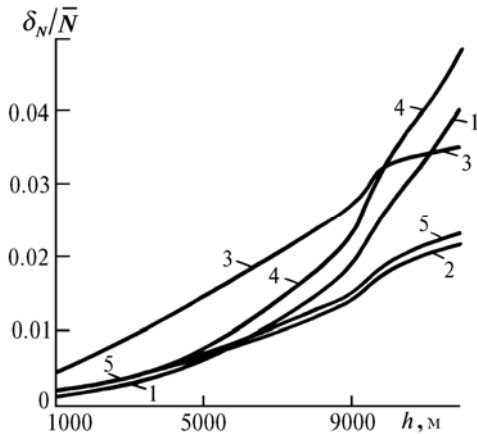


Рис. 2. Профили относительных ошибок оптимального восстановления концентрации $N(h)$ озона при тех же парах длин волн зондирования (см. рис. 1)

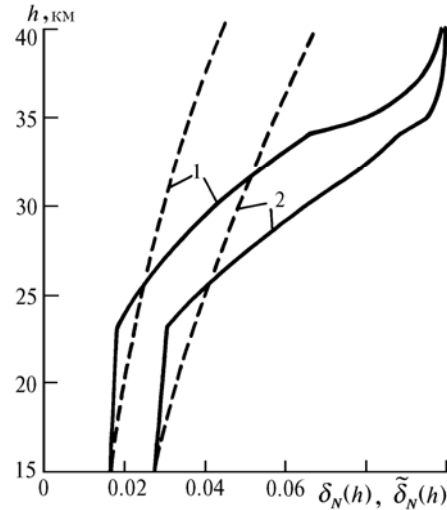


Рис. 3. Профили относительных ошибок $\delta_N(h)$ (сплошная линия), $\tilde{\delta}_N(h)$ (штриховая линия) оптимального восстановления концентрации стратосферного озона при $L = 2000 \text{ м}$ (1), 1000 м (2)

На рис. 2 приведены профили $\tilde{\delta}_N(h)$ при зондировании в тропосфере на различных парах длин волн λ_1, λ_2 полос Хартли и Хиггинса. Видно, что до высоты 12 км эффективно зондирование на парах длин волн 291,6; 308 и 291,6; 353 нм, так как соответствующие значения $\tilde{\delta}_N(h)$ практически на всех высотах минимальны. На парах длин волн 308; 353 (до 10 км) и 282; 291,6 нм (выше 10 км) значения $\tilde{\delta}_N(h)$ максимальны. Однако во всех рассмотренных вариантах зондирования ошибка оптимального восстановления профилей $N(h)$ до 12 км не превышает 5% при задаваемом априори уровне флуктуаций $N(h)$ в 10%.

На рис. 3 приведены профили $\tilde{\delta}_N(h)$ при зондировании стратосферного озона двухчастотным лидаром на длинах волн $\lambda_1 = 308 \text{ нм}$ и $\lambda_2 = 353 \text{ нм}$, у которого энергия излучаемого импульса лазера на ХеСл увеличена до 0,4 Дж, а остальные параметры такие, как в табл. 1. Анализ высотной зависимости $\tilde{\delta}_N(h)$ показывает, что при $L = 1000 \text{ м}$ и $M = 10^4$ актов зондирования фильтрация позволяет восстанавливать $N(h)$ до высоты $h \approx 27 \text{ км}$ с $\tilde{\delta}_N \approx 5\%$, до $h = 31,5 \text{ км}$ с $\tilde{\delta}_N \approx 7,5\%$ и для $h > 35 \text{ км}$ с $\tilde{\delta}_N > 9,5\%$.

Таким образом, при заданном 10%-м уровне флуктуаций $\Delta N(h)$, чтобы эффективно восстанавливать профили $N(h)$ до высоты 35 км и выше, необходимо либо увеличивать энергетический потенциал лидара, либо ухудшать пространственно-временные разрешения.

Используя (4), (14) и полагая $d\langle K_{22}(h) \rangle dh = 0$, запишем приближение для $\langle K_{22}(h) \rangle$ как

$$\langle \tilde{K}_{22}(h) \rangle = \sqrt{\frac{\langle \tilde{K}_{11}(h) \rangle}{Q(h; \lambda_1, \lambda_2)}} \tau_{12}^2(0, h_L). \quad (15)$$

В свою очередь, подставляя (15) в (12), получим дисперсию оценки интегрального содержания озона

$$D[J^*] \approx \sigma_N^2(h) L^2 \sqrt{\frac{\langle \tilde{K}_{11}(h) \rangle}{Q(h; \lambda_1, \lambda_2)}}. \quad (16)$$

Охарактеризуем эффективность фильтрации реализации профиля $J(h)$ функцией

$$E_J(h) = D[J^*(h)] / D[J(h)]$$

отношения его апостериорной и априорной дисперсий. Используя подходящую аппроксимацию $\tilde{E}_J(h)$ функции $E_J(h)$ для $h-h_0 \gg L$, показатель эффективности $\tilde{\delta}_J = \sqrt{\tilde{E}_J}$ фильтрации $J(h)$ можно представить в виде

$$\tilde{\delta}_J(h) \approx \sqrt{\frac{\langle \tilde{K}_{11}(h) \rangle L}{2(h-h_0)}} \sqrt{\frac{\langle \tilde{K}_{11}(h) \rangle}{Q(h; \lambda_1, \lambda_2)}}. \quad (17)$$

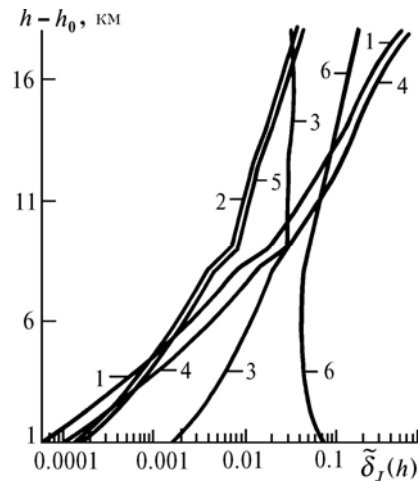


Рис. 4. Профили показателя $\tilde{\delta}_J(h)$ эффективности фильтрации интегрального содержания озона в тропосфере (кривые 1–5, см. рис. 1) и стратосфере (кривая 6, см. рис. 3 (2))

На рис. 4 приведены зависимости $\tilde{\delta}_J(h)$ от разностной высоты $h-h_0$ для различных пар λ_1, λ_2 при зондировании в тропосфере и стратосфере.

Авторы благодарят профессора Г.Н. Глазова за полезные замечания и предложения.

1. Глазов Г.Н., Игонин Г.М. // Оптика атмосферы и океана. 1992. Т. 5. № 6. С. 658–666.
2. Игонин Г.М. // Оптико-метеорологические исследования земной атмосферы. Новосибирск: Наука, 1987. С. 150–162

Институт оптики атмосферы СО РАН,
Томск

Поступила в редакцию
5 августа 1992 г.

G. M. Igonin, A. I. Popkov. **Efficiency of Markovian Filtration in Ozone Sounding with a UV-Lidar.**

Accuracy of reconstructing fluctuating profiles of the ozone number density and column density from a UV-lidar data using an optimal Markovian filtration of lidar returns is analyzed analytically and using numerical simulations. Boundary heights of the efficient filtration for sounding at various pairs of wavelengths within the Hartley and Higgins absorption bands of ozone are determined.