«Оптика атмосферы и океана», **8**, N 10(1995)

ТУРБУЛЕНТНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В АТМОСФЕРЕ И ОКЕАНЕ

УДК 621.373.626.551.510.5

И.Н. Смалихо

ОБ ИЗМЕРЕНИИ СКОРОСТИ ДИССИПАЦИИ ТУРБУЛЕНТНОЙ ЭНЕРГИИ НЕПРЕРЫВНЫМ ДОПЛЕРОВСКИМ ЛИДАРОМ

Анализируются различные методы измерения скорости диссипации турбулентной энергии непрерывным доплеровским лидаром. Показано, что информация о скорости диссипации турбулентной энергии может быть получена из измеренных с помощью доплеровского лидара структурной функции или спектра скорости ветра при любых размерах зондируемого объема.

Введение

Наряду с измерениями поля средней скорости ветра доплеровские лидары используются для оценок турбулентных параметров [1—4]. В частности, в [2—4] предприняты попытки применения доплеровских лидаров для получения информации о скорости диссипации турбулентной энергии и структурной характеристики флуктуаций скорости ветра из результатов измерений ширины спектра мощности доплеровского сигнала. Однако такую информацию с приемлемой точностью можно получать лишь в случае небольших (в пределах инерционного интервала турбулентности) размеров лидарного зондируемого объема. Если при увеличении продольного размера зондируемого объема он становится сравнимым с внешним масштабом турбулентности, то данный метод оказывается неприменимым и, следовательно, имеет определенные ограничения на высоту измерения наземным непрерывным доплеровским лидаром. В настоящей статье теоретически исследуется возможность измерения скорости диссипации турбулентной энергии непрерывным доплеровским лидаром при произвольных размерах зондируемого объема.

Когерентный прием рассеянного излучения

Пусть непрерывный доплеровский CO_2-лидар находится в плоскости $z = 0$ и лазерный гауссовый пучок с радиусом a_0 на выходе из приемо-передающего телескопа, распространяясь вдоль оси z декартовой системы координат $\mathbf{r} = \{z,x,y\}$, фокусируется на расстоянии R от лидара. Рассеянное на частицах аэрозоля излучение собирается телескопом и вместе с опорным пучком с той же, что и зондирующий пучок, длиной волны λ, подается на фотодетектор. Возникающий в цепи фотодетектора ток имеет полезную составляющую j_s, которая описывается представленным в комплексной форме выражением [5—7]:

$$j_s(t) = B \sum_{m=1}^{n} a_m E^2(\mathbf{r}_m) \exp\left\{2\, i\, k \left[z_m + \int_0^t dt'\, V_z(\mathbf{r}_m, t') \right]\right\}, \qquad (1)$$

где $B = 2\, e\, \eta\, (h\nu)^{-1} \lambda \sqrt{P_L/P_T}$; e – заряд электрона; η – квантовая эффективность фотодетектора; $h\nu$ – энергия фотона; P_L и P_T – мощности соответственно опорного и зондирующего пучков; n – число аэрозольных частиц в атмосфере; a_m – амплитуда рассеяния m-й частицы, находящейся в момент времени $t = 0$ в точке $\mathbf{r}_m$;

$$E(\mathbf{r}) = \frac{\sqrt{P_T/\pi}}{a_0\, g(z)} \exp\left\{-\left(1 + i\,\frac{k\, a_0^2}{R}\right) \frac{x^2 + y^2}{2\, a_0^2\, g(z)}\right\}$$

– комплексная амплитуда поля зондирующего пучка; $g(z) = (1 - z/R) + i\, z/(k\, a_0^2)$; $k = 2\, \pi/\lambda$. В произвольный момент времени m-я частица находится в точке

$$\tilde{\mathbf{r}}(\mathbf{r}_m, t) = \mathbf{r}_m + \int\limits_0^t dt'\ \mathbf{V}(\mathbf{r}_m, t'),$$

где $\mathbf{V} = \{V_z,V_x,V_y\}$ – вектор скорости частицы (лагранжевая скорость ветра). Эта скорость связана со скоростью $\mathbf{U}(\mathbf{r},t) = \{U_z,U_x,U_y\}$ в фиксированной точке (эйлерова скорость ветра) соотношением

$$\mathbf{V}(\mathbf{r}_m, t) = \mathbf{U}(\tilde{\mathbf{r}}(\mathbf{r}_m, t), t).$$

Оценка доплеровского спектра

Принимаемый сигнал $j_s(t)$ подается в спектроанализатор, где пропускается через линейный полосовой фильтр с узкой шириной Δf. Затем квадрат модуля или модуль прошедшего через такой фильтр сигнала $J_s(t,f)$ на центральной частоте фильтра f усредняется за интегральное время t_0 с целью получения оценок, соответственно, спектральной плотности мощности $W(t,f)$ или среднего значения модуля отфильтрованного сигнала $A(t,f)$. Представим $J_s(t,f)$ в виде

$$J_s(t, f) = \Delta f \int\limits_{t-1/\Delta f}^{t} dt'\, j_s(t') \exp\{-2\pi\, i\, f\, t'\}, \tag{2}$$

а для оценок $W(t,f)$ и $A(t,f)$ запишем следующие выражения:

$$W(t, f) = \frac{1}{\Delta f}\frac{1}{t_0}\int\limits_{t-t_0}^{t} dt'\ |J_s(t', f)|^2 ; \tag{3}$$

$$A(t, f) = \frac{1}{t_0}\int\limits_{t-t_0}^{t} dt'\ |J_s(t', f)|\ . \tag{4}$$

Известно, что при условиях $\Delta f\,\tau_P \ll 1$ и $t_0\,\Delta f \gg 1$, где τ_P – время корреляции мощности принимаемого сигнала, оценка спектра $A(t,f)$ пропорциональна корню квадратному из оценки спектра мощности сигнала. В этом нетрудно убедиться, если принять во внимание тот факт, что величина J_s имеет гауссово распределение плотности вероятности с нулевым средним $\overline{J_s} = 0$ и равными дисперсиями для ее независимых действительной и мнимой частей $\sigma^2_{J_s} = t_0^{-1}\int\limits_{t-t_0}^{t} dt'\ \overline{|J_s(t', f)|^2} \equiv$ $\equiv 0{,}5\,\Delta f\ \overline{W(t, f)}$. Здесь черта означает усреднение по ансамблю значений a_m и $\mathbf{r}_m$, а также учтена «нестационарность» (зависимость $\sigma^2_{J_s}$ от времени t), связанная с более медленными, по сравнению с флуктуациями мощности принимаемого сигнала, случайными изменениями скорости ветра (время корреляции скорости ветра $\tau_V \gg \tau_P$). В случае предельно больших размеров зондируемого объема Δz, когда $\Delta z \gg L_V$, где L_V – внешний масштаб турбулентности, или таких временах усреднения t_0, когда $t_0 \gg \tau_V$, дисперсию $\sigma^2_{J_s}$, в предположении стационарной и однородной турбулентности можно представить как $\sigma^2_{J_s} = 0{,}5\,\langle\ \overline{|J_s(f)|^2}\ \rangle$, где угловые скобки означают усреднение по ансамблю реализаций скорости ветра. Можно показать, что относительные погрешности рассматриваемых оценок $\varepsilon_W = \overline{[(W - \overline{W})^2]}^{\,1/2}/\overline{W}$ и $\varepsilon_A = \overline{[(A - \overline{A})^2]}^{\,1/2}/\overline{A}$ определяются соотношениями: $\varepsilon_W = 1/\sqrt{\Delta f\, t_0}$ и $\varepsilon_A \sim 1/\sqrt{\Delta f\, t_0}$, где $\overline{A} = (\sqrt{\pi}/2)\,[\Delta f \overline{W}]^{1/2}$. Таким образом, для достаточно большого числа степеней свободы ($\Delta f\, t_0 \gg 1$) $W \approx \overline{W}$ и $A \approx (\sqrt{\pi}/2)\,[\Delta f\, \overline{W}]^{1/2}$. Если прибором непосредственно измеряется величина $A(f)$, то путем возведения ее в квадрат можно получить спектр мощности $W(f)$.

Неравенство $1/\Delta f \ll \tau_\eta = (\nu_k/\varepsilon_т)^{1/2} \sim 0{,}1$ с, где τ_η – характерный временной микромасштаб лагранжевой скорости ветра [8], ν_k – кинематическая вязкость воздуха и $\varepsilon_т$ – скорость диссипации турбулентной энергии, позволяет для временного интервала $|\tau| \le 1/\Delta f$ в (1) воспользоваться приближением:

$$\int_0^{t+\tau} dt'\ V_z(\mathbf{r}_m, t') \approx \int_0^{t} dt'\ V_z(\mathbf{r}_m, t') + \tau\ V_z(\mathbf{r}_m, t). \tag{5}$$

После подстановки (1) в (2), (2) в (3) и усреднения по a_m и $\mathbf{r}_m$, для оценки спектра мощности сигнала, с учетом (5), имеем:

$$W(t, f) = B^2 \frac{1}{t_0} \int_0^{t_0} dt' \int_0^{\infty} dz \int\int_{-\infty}^{\infty} dx\, dy\ \beta_\pi(\mathbf{r}, t - t')\ |E^2(\mathbf{r})|^2 \frac{1}{\Delta f} \left[\frac{\sin\left(\frac{\pi}{\Delta f}\left[f - \frac{2}{\lambda} V_z(\mathbf{r}, t - t')\right]\right)}{\frac{\pi}{\Delta f}\left[f - \frac{2}{\lambda} V_z(\mathbf{r}, t - t')\right]} \right]^2, \tag{6}$$

где $\beta_\pi = \sigma_\pi\, \rho$ – коэффициент обратного рассеяния, $\sigma_\pi = \overline{|a_m|^2}$ – сечение обратного рассеяния; ρ – концентрация частиц (число частиц в единице объема).

Оценки моментов скорости из спектра мощности

Если в (6) перейти к замене $f = (2/\lambda)V$, где V – скорость, то нормированный спектр мощности $W(t, (2/\lambda)\ V)/\int_{-\infty}^{\infty} dV\ W(t, (2/\lambda)\ V)$ эквивалентен плотности вероятности скоростей аэрозольных частиц, попадаемых за промежуток времени $[t - t_0, t]$ в пределы зондируемого объема. Приближенно можно считать, что частота f_m, при которой W имеет максимум, соответствует наиболее вероятной скорости частиц, попадаемых в центр зондируемого объема. Ширина спектра Δf_s, определяемая, например, по спаданию $W(f)$ от $W(f_m)$ до $1/2W(f_m)$, характеризует степень статистической неопределенности в оценке скорости отдельной частицы (или мгновенной скорости в фиксированной точке зондируемого объема). Кроме спектра мощности полезного сигнала $W(f)$, в реально измеряемом спектре присутствуют спектральная составляющая $W_0(f)$ вблизи нулевой частоты и широкополосный шумовой спектр $W_N(f)$ в пределах всего диапазона частот $f \in [0, f_N]$, где f_N – наивысшая частота набора фильтров. Убрав из измеренного спектра $W_0(f)$ и $W_N(f)$, можно в пределах выбранного частотного интервала $[f_1, f_2]$, удовлетворяющего условиям $f_1 < f_m < f_2$ и $(f_2 - f_1) \gg \Delta f_s$, определять различные моменты скорости из спектра мощности полезного сигнала.

Перейдя, в силу условия $\Delta f \ll \Delta f_s$, от дискретного спектрального распределения $W(t, l\,\Delta f)$ ($l = 0,1,2, \ldots, N_s$, где N_s – число частотных каналов, $f_N = \Delta f\, N_s$), к непрерывному распределению $W(t, f)$, представим выражения для первого момента скорости $V_D(t)$ и второго центрального момента скорости $V_s^2(t)$ в виде

$$V_D(t) = S^{-1}(t)\ (\lambda/2) \int_{f_1}^{f_2} df\, f\, W(t, f), \tag{7}$$

$$V_s^2(t) = S^{-1}(t)\ (\lambda/2)^2 \int_{f_1}^{f_2} df\, [f - (2/\lambda)\ V_D(t)]^2\ W(t, f), \tag{8}$$

где

$$S(t) = \int_{f_1}^{f_2} df\, W(t, f) \tag{9}$$

– мощность сигнала. Предполагая выполнимость условий $(f_2-f_1)\,\Delta f \ll (\Delta f_s)^2$ и $\Delta f_s \ll f_2-f_1$, после подстановки (6) в (7) – (9), формально устремим $\Delta f \to 0, f_2 \to +\infty$ и $f_1 \to -\infty$. В результате после интегрирования по f имеем

$$V_D(t) = \int_0^{t_0} dt' \int_0^{\infty} dz \int\int_{-\infty}^{\infty} dx\, dy\, V_z(\mathbf{r}, t-t')\, G(\mathbf{r}, t-t')\,, \qquad (10)$$

$$V_s^2(t) = \int_0^{t_0} dt' \int_0^{\infty} dz \int\int_{-\infty}^{\infty} dx\, dy\, V_z^2(\mathbf{r}, t-t')\, G(\mathbf{r}, t-t') - V_D^2(t); \qquad (11)$$

$$S(t) = \int_0^{t_0} dt' \int_0^{\infty} dz \int\int_{-\infty}^{\infty} dx\, dy\, F(\mathbf{r}, t-t')\,, \qquad (12)$$

где $F(\mathbf{r}, t) = B^2\, t_0^{-1}\, \beta_\pi(\mathbf{r}, t)\, |E^2(\mathbf{r})|^2$; $G(\mathbf{r}, t-t') = F(\mathbf{r}, t-t')\, S^{-1}(t)$.

В измеряемом спектре мощности фототока шумовую составляющую спектра $W_N(f)$в диапазоне частот $f \in [f_1, f_2]$ можно представить в виде суммы среднего значения $\overline{W}_N = (f_2-f_1)^{-1} \int_{f_1}^{f_2} df\, W_N(f)$ и флуктуаций $W_N'(f) = W(f) - \overline{W_N}$. Эти флуктуации обусловливают в распределении измеряемого спектра наличие пичков, амплитуда которых, при малых отношениях сигнал-шум, может быть сравнима со спектральной амплитудой полезного сигнала. Поэтому в общем случае, при использовании (7) – (9) для определения моментов скорости, вместо $V_D(t)$ и $V_s^2(t)$ результатом будут значения $V_D(t) + \Delta V_D(t)$ и $V_s^2(t) + \Delta V_s^2(t)$, где $\Delta V_D(t)$ и $\Delta V_s^2(t)$ – связанные с шумами погрешности в оценках (соответственно $V_D(t)$ и $V_s^2(t)$). В дальнейшем будем считать, что отношение сигнал-шум является достаточно большим и погрешностями ΔV_D и ΔV_s^2 можно пренебречь.

Для ситуаций, реализующихся на практике, в (10) – (12) можно положить $\beta_\pi = \mathrm{const}$. Тогда в случае стационарной и однородной турбулентности для предельно больших t_0, когда $t_0 \gg \tau_V$, оценки V_D и V_s^2 будут представлять собой среднее значение $\langle V_z \rangle$ и дисперсию $\sigma_r^2 = \langle V_z^2 \rangle - \langle V_z \rangle^2$ радиальной составляющей скорости ветра. Однако, как правило, в применяемых системах $t_0 \lesssim 50$ мс [9–11], что значительно меньше времени корреляции скорости ветра $\tau_V \sim 10$ с, поэтому в (10)–(12) можно устремить $t_0 \to 0$. Воспользовавшись гипотезой замороженности: $V_z(\mathbf{r}, t) = U_z(\mathbf{r} + t<\mathbf{V}>, 0)$, и учтя малость поперечных размеров лазерного пучка, что позволяет в (10)–(12) положить: $V_z = U_z(z + t<V_z>, t<V_x>, 0, 0)$ $(<V_y> = 0)$, из (10)–(12) при $R \ll k\, a_0^2$ имеем более простые выражения:

$$V_D(t) = \int_0^{\infty} dz\, Q_s(z)\, V_r(z, t)\,, \qquad (13)$$

$$V_s^2(t) = \int_0^{\infty} dz\, Q_s(z)\, V_r^2(z, t) - V_D^2(t)\,, \qquad (14)$$

где

$V_r(z, t) = U_z(z + t<U_z>, t<U_x>, 0, 0)$; $Q_s(z) = \{\pi k\, a_0^2\, [(1 - z/R)^2 + z^2/(k a_0^2)^2]\}^{-1}$ – функция, характеризующая пространственное разрешение [5, 6, 12]. Если определить длину зондируемого объема Δz по формуле $\Delta z = \int_0^{\infty} dz\, Q_s(z)/Q_s(R)$, то с учетом условия $R \ll k\, a_0^2$ она имеет вид

$$\Delta z = (\lambda/2)\,(R^2/a_0^2). \qquad (15)$$

Определение скорости диссипации турбулентной энергии из второго центрального момента скорости

Будем считать, что ветер является стационарным и однородным случайным полем. Из (14) после усреднения по ансамблю реализаций второго центрального момента скорости (квадрата ширины спектра мощности сигнала) для $\sigma_s^2 = \langle V_s^2 \rangle$ имеем:

$$\sigma_s^2 = \sigma_r^2 - \sigma_D^2 , \tag{16}$$

где

$$\sigma_D^2 = <[V_D - <V_D>]^2> = \int_0^\infty \int dz_1\, dz_2\, Q_s(z_1)\, Q_s(z_2)\, B_r\,(z_1 - z_2) \tag{17}$$

— дисперсия доплеровской лидарной оценки скорости; $B_r\,(z_1 - z_2) = <V'_r(z_1)\, V'_r(z_2)>$ – корреляционная функция радиальной скорости ветра, $V'_r = V_r - <V_r>$ ($<V_r> \equiv <V_z> = <V_D>$). Определим масштаб корреляции скорости (внешний масштаб турбулентности) L_V через интеграл:

$$L_V = \int_0^\infty dz'\, B_r(z')/\sigma_r^2 . \tag{18}$$

Тогда, представив корреляционную функцию B_r в виде

$$B_r(z') = \int_{-\infty}^{+\infty} d\kappa\, S_r(\kappa)\, e^{i\kappa z'}, \tag{19}$$

где $S_r(\kappa)$ – одномерный продольный пространственный спектр флуктуаций радиальной скорости ветра, из (18) и (19) имеем

$$L_V = \pi\, S_r(0)/s_r^2 . \tag{20}$$

Дисперсию s_D^2 в соответствии с (17) и (19) можно представить в виде

$$\sigma_D^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} d\kappa\, S_r(\kappa)\, H(\kappa), \tag{21}$$

где $H(\kappa) = \left| \int_0^\infty dz\, Q_s(z)\, e^{i\kappa z} \right|^2$ – передаточная функция пространственного низкочастотного фильтра, определяемого распределением интенсивности лазерного пучка вдоль оси распространения. С учетом условия $k\, a_0^2 \gg R$ для $H(\kappa)$ имеем

$$H(\kappa) = \exp\,\{-\,(2/\pi)\,\Delta z\, |\kappa|\}. \tag{22}$$

Из (16), (19), (21) и (22) получаем следующее выражение:

$$\sigma_s^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} d\kappa\, S_r(\kappa)\,[1 - \exp\,\{-\,(2/\pi)\,\Delta z\, |\kappa|\}]. \tag{23}$$

Если реализуется условие $\Delta z \ll L_V$, то для $S_r(\kappa)$ можно воспользоваться спектром Колмогорова-Обухова [8]:

$$S_r(\kappa) = \{C\, \varepsilon_т^{2/3}/[3\, \Gamma\,(1/3)]\}\, |\kappa|^{-5/3}, \tag{24}$$

где $C \approx 1{,}83$ – постоянная Колмогорова; $\Gamma(x)$ – гамма функция. После подстановки (24) в (23) и интегрирования по κ приходим к выражению:

$$\sigma_s^2 = C\,(2/\pi)^{2/3}\,(\varepsilon_т\, \Delta z)^{2/3}. \tag{25}$$

Таким образом, измерив (при условии $\Delta z \ll L_V$) величину σ_s^2, можно с помощью (25) определить скорость диссипации турбулентной энергии $\varepsilon_т$.

В случае большого зондируемого объема, когда $\Delta z \gg L_V$, в (23) можно положить

$$\int_{-\infty}^{+\infty} d\kappa\, S_r(\kappa) = \sigma_r^2 \text{ и } \int_{-\infty}^{+\infty} d\kappa\, S_r(\kappa) \exp\{-(2/\pi)\,\Delta z\,|\kappa|\} \approx S(0) \int_{-\infty}^{+\infty} d\kappa \exp\{-(2/\pi)\,\Delta z\,|\kappa|\}.$$

В результате с учетом (20) получаем формулу

$$\sigma_s^2 = \sigma_r^2\,[1 - L_V/\Delta z], \tag{26}$$

из которой следует, что при $\Delta z/L_V \to \infty$ величина σ_s^2 насыщается на уровень σ_r^2.

Определим на основе формулы (14) относительную дисперсию квадрата ширины спектра мощности сигнала $\varepsilon_s^2 = <[(V_s^2 - \sigma_s^2)]^2>/\sigma_s^4$. В получаемое выражение для ε_s^2 входит четвертый момент разности скоростей $V_r(z_1) - V_r(z_2)$, распределение плотности вероятности которого в области $|z_1 - z_2| < L_V$, как известно [13], не является гауссовым. Тем не менее для грубых оценок воспользуемся гипотезой Миллионщикова [8], чтобы выразить четвертые моменты скоростей через произведение вторых моментов. В результате имеем

$$\varepsilon_s^2 = \frac{2}{\sigma_s^4} \int\!\!\int_{-\infty}^{\infty} d\kappa_1\, d\kappa_2\, S_r(\kappa_1)\, S_r(\kappa_2) \left[\exp\left\{-\frac{\Delta z}{\pi}\,|k_1 + k_2|\right\} - \exp\left\{-\frac{\Delta z}{\pi}\,(|k_1| + |k_2|)\right\}\right]^2, \tag{27}$$

где σ_s^2 описывается формулой (23).

Как показывают расчеты, при $\Delta z \ll L_V$, когда для $S_r(\kappa)$ в (27) можно воспользоваться формулой (24), значение $\varepsilon_s \approx 0{,}5$. В другом предельном случае, когда $\Delta z \gg L_V$, можно второй экспонентой в (27) пренебречь, а также положить $\sigma_s^4 \approx \sigma_r^4$. В результате получаем приближенную формулу

$$\varepsilon_s = \mu \sqrt{L_V/\Delta z}\,, \tag{28}$$

где коэффициент $\mu = \left[2\int_{-\infty}^{+\infty} d\xi\, S_r^2(\pi\xi/L_V)/S_r^2(0)\right]^{1/2}$ в случае кармановской модели спектра $S_r(\kappa)$ [14] равен 0,93. Таким образом, относительные флуктуации оценки величины V_s^2 из одного спектра мощности сигнала максимальны при $\Delta z \ll L_V$ и монотонно уменьшаются с ростом зондируемого объема Δz.

Определение скорости диссипации турбулентной энергии из структурной функции и спектра первого момента доплеровской скорости

Скорость диссипации турбулентной энергии $\varepsilon_т$ можно определять из измерений среднего квадрата ширины спектра мощности сигнала лишь при малых размерах зондируемого объема, когда $\Delta z \ll L_V$. Несмотря на то, что с увеличением высоты h внешний масштаб турбулентности L_V растет (в частности, в приземном слое наблюдается линейный рост, а выше этого слоя – замедление роста [15]), величина Δz, согласно (15), пропорциональна R^2 и, следовательно, даже при соответствующем изменении зенитного угла направления лазерного пучка, может по своему росту опережать L_V. Поэтому при измерениях наземным лидаром, начиная с определенной высоты h, условие $\Delta z \ll L_V$ становится нереализуемым, а это означает, что ширина доплеровского спектра становится неинформативной относительно величины $\varepsilon_т$.

Проведем анализ возможностей определения скорости диссипации турбулентной энергии из структурной функции

$$D(\tau) = <[V_D'(t + \tau) - V_D'(t)]^2> \tag{29}$$

и спектра

$$S_D(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau <V_D'(t + \tau)\, V_D'(t)>\, e^{-i\omega\tau} \tag{30}$$

скорости ветра, измеренной доплеровским лидаром, где $V'_D = V_D - \langle V_D\rangle$.

После подстановки (13) в (29) и усреднения получаем, с учетом (22), формулу:

$$D(\tau) = \int \int\limits_{-\infty}^{\infty} \int d\kappa_z\, d\kappa_x\, d\kappa_y\, F_z(\boldsymbol{\kappa}) \exp\left\{-\frac{2}{\pi}\Delta z\, |k_z|\right\} [1 - \exp\{i\, \kappa_z \langle V_z\rangle\tau + i\, \kappa_x \langle V_x\rangle\tau\}], \qquad (31)$$

где $F_z(\boldsymbol{\kappa})$ – трехмерный пространственный спектр флуктуаций радиальной компоненты скорости ветра, $\boldsymbol{\kappa} = \{\kappa_z,\kappa_x,\kappa_y\}$. Для инерционного интервала, когда $|\langle\mathbf{V}\rangle\tau| \ll L_V(\langle\mathbf{V}\rangle = \{\langle V_z\rangle,\langle V_x\rangle,0\})$ в (31) можно воспользоваться выражением для спектра $F_z(\boldsymbol{\kappa})$ в виде [8]:

$$F_z(\boldsymbol{\kappa}) = \frac{1}{4\pi}\frac{55}{27\,\Gamma(1/3)}\,\varepsilon_{\text{т}}^{2/3}\,|\boldsymbol{\kappa}|^{-11/3}\left(1 - \frac{k_z^2}{|\mathbf{k}|^2}\right). \qquad (32)$$

Результатом подстановки (32) в (31), перехода к замене переменных $\kappa_z = \kappa\sin\varphi$, $\kappa_x = \kappa\cos\varphi$ и интегрирования по κ_y и κ является выражение

$$D(\tau) = C_1\,\varepsilon_{\text{т}}^{2/3}(\Delta z)^{2/3}\int\limits_0^{\pi} d\varphi\left[1 - \frac{8}{11}\sin^2(\varphi-\gamma)\right]\left[\operatorname{Re}\left(|\sin(\varphi-\gamma)| + i\frac{\pi}{2}\sin\varphi\,|\langle\mathbf{V}\rangle\tau|/\Delta z\right)^{2/3} - |\sin(\varphi-\gamma)|^{2/3}\right], \qquad (33)$$

где $\gamma = \arcsin(\langle V_x\rangle/|\langle\mathbf{V}\rangle|)$ – угол между осью пучка и направлением ветра; $C_1 = (2/\pi)^{2/3}\, 55\,\Gamma(1/3)\, C/[54\sqrt{p}\,\Gamma(11/6)] \approx 1{,}2\, C$. Отметим, что формула (33) неприменима, если одновременно выполняются два условия

$$\Delta z/|\langle V_z\rangle| \gg \tau_\eta \quad \text{и} \quad |\langle V_x\rangle| < \sigma_x, \qquad (34)$$

где $\sigma_x^2 = \langle V_x^2\rangle - \langle V_x\rangle^2$.

При выполнении условия $\Delta z \ll |\langle\mathbf{V}\rangle\,\tau| \ll L_V$ в (33) можно устремить $\Delta z \to 0$ (режим точечного зондируемого объема) и $D(\tau)$ будет описываться известным выражением [8]:

$$D(\tau) = C\,[1 + (1/3)\sin^2\gamma]\,\varepsilon_{\text{т}}^{2/3}\,|\langle\mathbf{V}\rangle\tau|^{2/3}. \qquad (35)$$

В другом предельном случае, когда $|\langle\mathbf{V}\rangle\,\tau| \ll \Delta z \ll |\tau\,\langle\mathbf{V}\rangle/\sin\gamma|$ (режим большого зондируемого объема при совпадении направлений ветра и оси пучка, $\gamma = 0$), из (33) имеем асимптотическую формулу

$$D(\tau) = (2/9)\,(\pi/2)^{4/3}\, C\,\varepsilon_{\text{т}}^{2/3}\,(\Delta z)^{-4/3}\,|\langle V_z\rangle\tau|^2. \qquad (36)$$

Однако при этом могут одновременно реализоваться два условия (34).

При условии $\Delta z \ll |\tau\,\langle\mathbf{V}\rangle/\sin\gamma|$ (режим большого зондируемого объема при наличии бокового ветра, $\gamma \neq 0$) из (33) получаем:

$$D(\tau) = C_2\,\varepsilon_{\text{т}}^{2/3}\,|\langle V_x\rangle\tau|^{5/3}/\Delta z, \qquad (37)$$

где $C_2 = 11\sqrt{3\pi}\,\Gamma(1/3)\, C/[36\,\Gamma(11/6)] \approx 2{,}67\, C$. Если, кроме того, выполняется условие $\langle V_x\rangle^2 \gg \sigma_x^2$, то формула (37) применима для любых возможных больших Δz, включая ситуацию, когда $\Delta z \gg L_V$. Таким образом, в случае достаточно сильного бокового ветра скорость диссипации турбулентной энергии может быть оценена из данных доплеровского лидара при любых размерах зондируемого объема Δz. Необходимая при этом информация об $\langle V_x\rangle$ может быть получена путем использования метода конического сканирования [9–12].

Проводя выкладки, аналогичные тем, что были сделаны при выводе (33), можно получить формулу для спектра $S_D(\omega)$, которая в высокочастотной области $\omega \gg |\langle\mathbf{V}\rangle|/L_V$ имеет вид

$$S_D(\omega) = S_r(\omega)\, H(\omega), \qquad (38)$$

где

$$S_r(\omega) = (C/[3\,\Gamma(1/3)])\,[1 + (1/3)\sin^2\gamma]\,\varepsilon_{\text{т}}^{2/3}\,|\langle\mathbf{V}\rangle|^{2/3}\,\omega^{-5/3}$$

– временной спектр радиальной скорости ветра в фиксированной точке ($z = R$),

$$H(\omega) =$$
$$= \frac{55}{27}\frac{1}{4\sqrt{\pi}}\frac{\Gamma(1/3)}{\Gamma(11/6)}\left(1+\frac{1}{3}\sin^2\gamma\right)^{-1}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} d\xi\,(1+\xi^2)^{-4/3}\left[1-\frac{8}{11}\frac{(\cos\gamma+\xi\sin\gamma)^2}{1+\xi^2}\right]\exp\left\{-\frac{2}{\pi}\frac{\Delta z\,\omega}{|\langle\mathbf{V}\rangle|}\,|\cos\gamma+\xi\sin\gamma|\right\} \quad (39)$$

– передаточная функция временного низкочастотного фильтра. На применимость (38) также накладываются два условия (34).

Из (39) следует, что при $\Delta z \to 0$ функция $H(\omega) \to 1$. Если $\gamma \to 0$, то $H(\omega) \to \exp\{-(2/\pi)\Delta z\omega/|\langle\mathbf{V}\rangle|\}$. В представляющем наибольший практический интерес случае $\Delta z \gg |\langle\mathbf{V}\rangle\,\omega^{-1}/\sin\gamma|$ (режим большого зондируемого объема при наличии бокового ветра) интеграл в (39) равен $\pi\,|\langle\mathbf{V}\rangle|\;|\sin\gamma|^{5/3}\,(\Delta z\,\omega)^{-1}$. В этом случае спектр $S_D(\omega)$ описывается формулой

$$S_D(\omega) = C_3\,\varepsilon_{\text{т}}^{2/3}\,|\langle V_x\rangle|^{5/3}\,\omega^{-8/3}/\Delta z, \quad (40)$$

где $C_3 = 55\sqrt{\pi}\,C/[324\,\Gamma\,(11/6)] \approx 0{,}32\,C$. Используя формулу (40), можно определить $\varepsilon_{\text{т}}$ из измеренного при $\Delta z > L_V$ спектра $S_D(\omega)$.

Заключение

Теоретически показана возможность определения скорости диссипации турбулентной энергии для любых размеров зондируемого объема из доплеровских лидарных измерений структурной функции или спектра скорости ветра. Установлено, что при большом зондируемом объеме и достаточно сильном боковом ветре структурная функция $D(\tau)$ пропорциональна $\tau^{5/3}$, а спектр $S_D(\omega)$ пропорционален $\omega^{-8/3}$.

Результаты проведенных исследований могут быть основой для разработки эффективных методик восстановления высотных профилей скорости диссипации турбулентной энергии с помощью наземного непрерывного доплеровского лидара во всем пограничном слое атмосферы.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант N 94–05–16601–а).

1. Gal-Chen T., Mei Xu and W. Eberhard. // Journ. Geophys. Research. 1992. V. 97. N D17. Nov. 30. P. 18409–18423.
2. Gordienko V.M. et al. // Optical Engineering. 1994. V. 33. N 10. P. 3206–3213.
3. Ancellet G.M., Menzies R.I. and Grant W.B. // Journ. Atmos. Oceanic Technol. 1989. V. 6. N 1. P. 50–58.
4. Keeler R.J. et al. // J. Atmos . Oceanic Technol. 1987. V. 4. P. 113–128.
5. Lawrence T.R. et al. // Rev. Sci. Instrum. 1972. V. 43. P. 512–518.
6. Sonnenschein C.M. and Horridan F.A. // Appl. Opt. 1971. V. 10. N 7. P. 1600–1604.
7. Кросиньяни Б., Ди Порто П., Бертолотти М. Статистические свойства рассеянного света. М.: Наука, 1980. 206 с.
8. Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика. Ч. 2. М.: Наука, 1967. 720 с.
9. Köpp F., Schwiesow R.L., Werner Ch. // J. Climate Appl. Meteorol. 1984. V. 3. N 1. P. 148 – 151.
10. Werner Ch. // Appl. Opt. 1985. V. 24. N 21. P. 3557–3564.
11. Köpp F., Bachstein F., Werner Ch. // Appl. Opt. 1984. V. 23. N 15. P. 2488–2491.
12. Banakh V.A. et al. // Atmospheric Propagation and Remote Sensing. Proc. SPIE. 1993. V. 1968. P. 483–493.
13. Татарский В.И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1967. 548 с.
14. Ламли Дж., Пановский Г. Структура атмосферной турбулентности. М.: Мир, 1966. 264 с.
15. Бызова Н.Л., Иванов В.Н., Гаргер Е.К. Турбулентность в пограничном слое атмосферы. Л.: Гидрометеоиздат, 1989. 263 с.

Институт оптики атмосферы СО РАН,
Томск

Поступила в редакцию
21 апреля 1995 г.

I.N. Smalikho. **On Measuring of Dissipation Rate of Turbulent Energy with CW Doppler Lidar**.

Various methods of measurement of turbulent energy dissipation rate by means of cw Doppler lidar are analyzed in the paper. It is shown that the information on the dissipation rate can be derived from the structural function or the spectrum of wind velocity measured with Doppler lidar at any sizes of the sounded volume.