

С.Н. Ильин

Исследование эмпирических распределений параметров состояния атмосферы и оценка их соответствия нормальному закону

Институт оптики атмосферы СО РАН, г. Томск

Поступила в редакцию 14.07.2004 г.

Изложены результаты исследования эмпирических распределений геопотенциала, температуры и ортогональных составляющих скорости ветра в тропосфере (до уровня 300 гПа), и проведена оценка их соответствия закону нормального распределения.

Известно, что для решения широкого круга практических задач весьма важным является соблюдение условия, по которому эмпирическое распределение параметров состояния атмосферы подчиняется нормальному закону. В частности, такое условие необходимо учитывать при разработке алгоритмов пространственного прогнозирования полей геопотенциала, температуры и ветра, основанных на применении фильтра Калмана [1], поскольку в этом случае требуется соблюдение нормальности распределения исходных (измеряемых) и оцениваемых параметров.

Отсюда следует, что оценка соответствия эмпирических распределений различных параметров атмосферы (в том числе и указанных выше) нормальному закону является актуальной и имеет большое практическое значение. Кроме того, до настоящего времени такая оценка проводилась лишь для геопотенциала и температуры в тропосфере [2, 3] и не рассматривалась применительно к пограничному слою атмосферы, а также она не касалась ортогональных составляющих скорости ветра. Исходя из этого, в данной статье обсуждаются результаты исследований, проведенных автором на указанную тему.

Самым простым методом проверки эмпирических распределений на нормальность является визуальная проверка с помощью гистограмм распределения. На рисунке приведены гистограммы эмпирических распределений (1) геопотенциала, температуры и ортогональных составляющих скорости ветра. Для визуального сопоставления полученных результатов на гистограммы наложены наиболее подходящие кривые (2), соответствующие нормальному закону распределения и построенные для летнего сезона по данным ст. Брест (52°07' с.ш., 23°41' в.д.). Ось абсцисс — значения исследуемых метеорологических параметров, ось ординат — количество случаев, попавших в выбранную градацию (ширина градации составляет: 5 дам — для геопотенциала, 2 °С — для

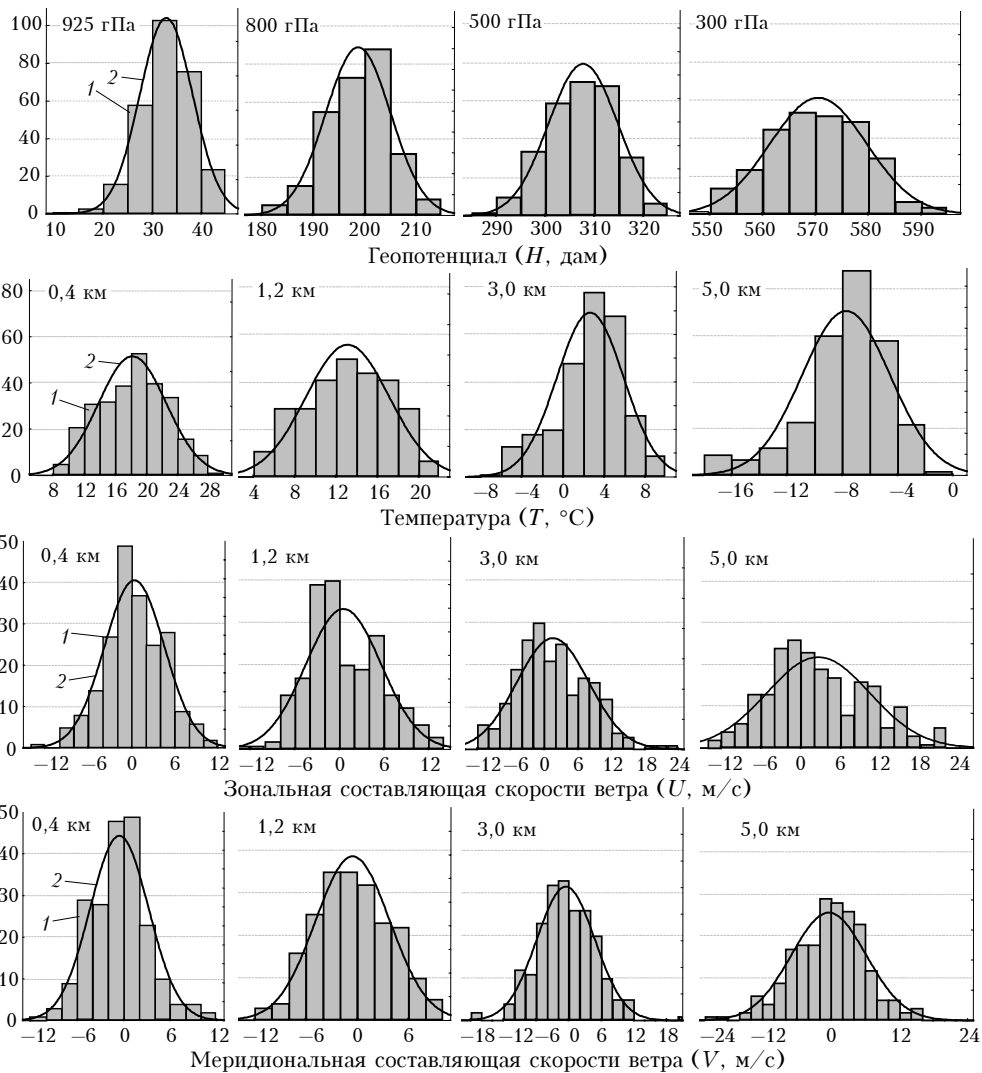
температуры и 2 м/с — для зональной и меридиональной составляющих скорости ветра). Отметим, что подобные гистограммы были построены также для зимнего сезона и других станций, однако из-за ограниченности объема данного сообщения они здесь не приводятся. Использование только гистограмм распределений не ответит на поставленный вопрос, поэтому необходимо провести оценку расхождения эмпирических и теоретических распределений с помощью какого-либо критерия согласия. На практике для этого наиболее часто применяют критерий χ^2 (хи-квадрат) Пирсона (см., например, [2, 3]). Однако в последние годы, в соответствии с ГОСТ Р ИСО 5479-2002 [4], рекомендуется использовать не этот критерий, поскольку он «подходит только для сгруппированных данных» и, кроме того, «группирование приводит к потере информации», а непараметрические критерии типа Колмогорова—Смирнова. Поэтому автором для используемой выборки применен критерий согласия Колмогорова—Смирнова (k_s). Кроме того, с той же целью привлечены коэффициенты асимметрии (SR) и эксцесса (E) [5].

При этом для оценки гипотезы о нормальности распределения задавались уровень значимости $p = 0,05$, для которого согласно [6] $k_{s\text{теор}} = 1,36$, а также условие $k_{s\text{факт}} \leq k_{s\text{теор}}$, позволяющее взятое эмпирическое распределение аппроксимировать нормальным.

В то же время для оценки SR (скошенности) и E (крутости) эмпирических распределений, по сравнению с нормальным распределением, использованы формулы вида [5]:

$$\sigma_{SR} = \sqrt{\frac{6}{n+4}}, \quad \sigma_E = \sqrt{\frac{24(n-5)}{n(n+7)}}$$

где σ_{SR} — стандартная среднеквадратическая ошибка коэффициента асимметрии, σ_E — та же ошибка коэффициента эксцесса; n — число взятых реализаций.



Результаты оценки соответствия эмпирических распределений геопотенциала, температуры и ортогональных составляющих скорости ветра закону нормального распределения. Лето

Уровень, гПа,	Число наблюдений	SR	E	$k_{S_{\text{факт}}}$	$k_{S_{\text{теор}}}$
<i>Геопотенциал, дам</i>					
925	275	-0,301	0,109	0,95	1,36
800	275	-0,280	-0,030	0,85	1,36
500	275	-0,070	-0,530	0,92	1,36
300	275	-0,220	-0,500	1,02	1,36
<i>Температура, °С</i>					
Высота, км					
0,4	275	0,012	-0,521	0,85	1,36
1,2	275	-0,052	-0,573	0,82	1,36
1,6	275	-0,120	-0,532	0,79	1,36
3,0	275	-0,281	-0,016	1,34	1,36
5,0	275	-0,303	0,600	1,35	1,36
<i>Зональный ветер, м/с</i>					
0,4	275	0,066	0,197	1,19	1,36
1,2	275	0,272	-0,311	1,36	1,36
1,6	275	0,251	-0,294	1,34	1,36
3,0	275	0,271	0,009	1,00	1,36
5,0	275	0,300	-0,070	1,14	1,36
<i>Меридиональный ветер, м/с</i>					
0,4	275	0,249	0,498	0,85	1,36
1,2	275	0,098	-0,520	0,73	1,36
1,6	275	-0,029	-0,510	0,83	1,36
3,0	275	0,143	0,531	0,62	1,36
5,0	275	0,097	0,625	0,80	1,36

При этом согласно [7] для уровня значимости $p = 0,05$ должны быть выполнены следующие условия: $|SR| \leq 2,09\sigma_{SR}$ и $-1,99\sigma_E \leq E \leq 2,43\sigma_E$.

В таблице в качестве примера даются результаты оценки (с помощью указанных параметров) соответствия нормальному закону эмпирических распределений, показанных на рисунке. Граничные условия при заданном числе наблюдений: $|SR| = 0,307$, $-0,575 \leq E \leq 0,702$.

Из анализа таблицы следует, что на всех взятых уровнях атмосферы эмпирические распределения геопотенциала, температуры, зонального и меридионального ветра соответствуют нормальному закону.

Таким образом, можно сделать общий вывод о том, что эмпирические распределения указанных метеорологических величин в пограничном слое атмосферы и в тропосфере могут быть с достаточной точностью описаны нормальным распределением и, следовательно, с успехом применены для ре-

шения различных практических задач, где необходимо соблюдение этого условия.

1. *Комаров В.С., Попов Ю.Б., Суворов С.С., Кураков В.А.* Динамико-стохастические методы и их применение в прикладной метеорологии. Томск: Изд-во ИОА СО РАН, 2004. 236 с.
2. *Ханевская И.В.* Температурный режим свободной атмосферы над северным полушарием. Л.: Гидрометеоиздат, 1968. 299 с.
3. *Климатология* / Под ред. О.А. Дроздова, В.А. Васильева, Н.В. Кобышевой и др. Л.: Гидрометеоиздат, 1989. 567 с.
4. *ГОСТ Р ИСО 5479-2002.* Статистические методы. Проверка отклонения распределения вероятностей от нормального распределения. М.: Изд-во стандартов, 2002. 30 с.
5. *Большаков В.Д.* Теория ошибок наблюдений: Учебник для вузов. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Недра, 1983. 223 с.
6. *Манита А.Д.* Теория вероятностей и математическая статистика: Уч. пособие. М.: Издат. отдел УНЦ ДО, 2001. 120 с.
7. *Большев Л.Н., Смирнов Н.В.* Таблицы математической статистики. М.: Наука, 1983. 416 с.

S.N. Ivin. Study of empiric distributions of the atmospheric state parameters and their analytic approximation.

Empiric distributions of the geopotential, temperature, and orthogonal components of the wind velocity in the troposphere (up to 300 hPa) have been studied and their agreement with the normal distribution law has been estimated.