<Оптика атмосферы и океана>, **7**, 10 (1994)

УДК 621.373.626.551.510.5

И.Н. Смалихо

К ВОПРОСУ О СЛУЧАЙНЫХ ОШИБКАХ ИЗМЕРЕНИЙ СКОРОСТИ ВЕТРА НЕПРЕРЫВНЫМ КОГЕРЕНТНЫМ ЛИДАРОМ

В статье анализируется влияние турбулентности потока атмосферного воздуха и размера зондируемого объема на точность оценки радиальной составляющей вектора скорости ветра при измерениях непрерывным когерентным лидаром. Показано, что в случае больших значений отношения сигнал-шум увеличение объема зондирования приводит к уменьшению погрешности оценки средней величины скорости до уровня, определяемого интенсивностью турбулентности и временем измерения спектра мощности фототока.

Создание когерентных (доплеровских) лидаров открывает широкие возможности в изучении динамики атмосферы. В настоящее время существует несколько типов таких систем. В частности, для измерений поля скорости ветра в пограничном слое атмосферы разработан и неоднократно апробирован в натурных условиях наземный непрерывный когерентный CO_2-лидар [1–6]. Из регистрируемого когерентным лидаром эхосигнала можно получить оценку радиальной составляющей вектора скорости ветра. Использование конического сканирования лазерным пучком позволяет путем подгонки таких оценок к синус-функции от азимутального угла сканирования (методом наименьших квадратов) определить три компоненты вектора скорости ветра [2]. Репрезентативность подобных измерений прежде всего определяется уровнем флуктуаций оценок радиальной составляющей скорости ветра. Эти флуктуации обусловлены в основном двумя факторами – динамической турбулентностью атмосферы и собственными шумами приемной системы лидара [3]. Для достаточно больших значений отношения сигнал-шум последним фактором можно пренебречь.

В настоящей статье анализируется влияние турбулентных вариаций скорости ветра и размера зондируемого объема на погрешность измерений радиальной составляющей скорости ветра непрерывным когерентным лидаром.

Пусть источник непрерывного лазерного излучения на длине волны $\lambda = 10{,}6$ мкм находится в плоскости $z' = 0$. Лазерный пучок, распространяясь вдоль оси z', фокусируется в плоскости $z' = R$. Излучение, рассеянное в обратном направлении на аэрозольных частицах, переносимых потоком атмосферного воздуха, собирается приемным телескопом лидара и детектируется когерентным методом. Возникающий в цепи детектора фототок будет иметь составляющую j_s, которая содержит информацию о скорости движения рассеивающих частиц. Эта составляющая пропорциональна комплексной амплитуде поля рассеянной волны U_s в плоскости детектора

$$j_s = B\, U_s, \tag{1}$$

где B – коэффициент пропорциональности.

По аналогии с [7] представим поле рассеянной волны в момент времени $t + t'$ в виде

$$U_s(t + t') = \sum_{j=1}^{n} q_j \exp\,[2\, ik(z_j + V_r(z_j, t)\, t')], \tag{2}$$

где суммирование ведется по полям волн, рассеянным отдельными частицами; n – число частиц в эффективном рассеивающем объеме длиной Δz (вдоль оси лазерного пучка), определяемой параметрами приемопередающей системы лидара; $q_j = q(z_j)$ – амплитуда j-й рассеянной волны; z_j – проекция координаты j-й частицы на ось z' в момент времени t; V_j – проекция вектора скорости ветра на ось z' (радиальная компонента скорости ветра); $k = 2\pi/\lambda$. Будем считать, что для поля рассеянной волны U_s флуктуациями числа рассеивающих частиц, неоднородностью оптических свойств частиц и вариациями показателя преломления на трассе распространения можно пренебречь. Тогда стохастический характер поля U_s в (2) будет обусловлен только двумя факторами: положениями рассеивающих частиц z_j и турбулентными вариациями скорости потока V_r [7]. Вследствие турбулентности потока скорость является случайной функцией координат и времени. При этом за время нахождения рассеивающих частиц в объеме зондирования их скорости движения можно считать неизменными. С течением времени t', вследствие различия скоростей частиц $V_r(z_j)$ и $V_r(z_k)$,расстояние между ними будут изменяться случайным образом, что приведет к флуктуациям амплитуды и фазы суммарного поля U_s.

Анализ статистических свойств рассеянного света предполагает рассмотрение различных моментов поля волны:

$$M_{mn} = E\,[U_s^m\, U_s^{*n}] = \langle\, \overline{U_s^m\, U_s^{*n}}\, \rangle, \tag{3}$$

где символ $E[...]$ означает усреднение по ансамблю реализаций; черта – усреднение по положениям частиц z_j и $\langle ... \rangle$ – усреднение по турбулентным вариациям потока, m, $n = 0, 1, 2$ ... .

Предположим, что начальные положения рассеивающих частиц z_j имеют однородное распределение вероятности, а V_r является стационарным и статистически однородным случайным полем с гауссовым распределением плотности вероятности.

Техника получения различных моментов поля U_s подробно изложена в монографии [7].

Когерентность и корреляция интенсивности рассеянного излучения

Одними из наиболее важных временных характеристик, описывающих статистические свойства поля рассеянной волны, являются функция когерентности

$$\Gamma(\tau) = \langle\, \overline{U_s\,(t+\tau)\; U_s^*(t)}\, \rangle \tag{4}$$

и корреляционная функция интенсивности

$$K_p(\tau) = \langle\, \overline{|U_s\,(t+\tau)|^2\; |U_s(t)|^2}\, \rangle - \langle\, \overline{|U_s|^2}\, \rangle^2. \tag{5}$$

После подстановки (1) в (4) и усреднения имеем [7]

$$\Gamma(\tau) = \langle\, \overline{|U_s|^2}\, \rangle \exp\,[2\,i\,k \langle V_r \rangle\, \tau - 2\,k^2\,\sigma_r^2\,\tau^2], \tag{6}$$

где $\langle\, \overline{|U_s|^2}\, \rangle = (n/\Delta\, z)\int_0^\infty dz' q^2(z')$ – средняя интенсивность поля рассеянной волны; $\langle V_r \rangle$ и σ_r^2 представляют собой, соответственно, среднюю величину и дисперсию радиальной составляющей скорости ветра.

При выводе выражения для $K_p(\tau)$ на основе (2) и (5) возникает необходимость усреднения функционала от разности скоростей $V_r(z') - V_r(z'')$, чья плотность вероятности, как известно [8], в общем случае отлична от гауссовского распределения. Тем не менее для грубых оценок воспользуемся предположением <гауссовости> распределения для этой разности и в результате имеем

$$K_p(\tau) = \langle\, \overline{|U_s|^2}\, \rangle^2 \int\!\!\int_0 d\,z'\; d\,z''\; Q_s(z')\; Q_s(z'')\, \exp\,\{-\,4\sigma_r^2\, k^2[1 - k_r(z' - z'')]\,\tau^2\}, \tag{7}$$

где $Q_s(z') = q^2(z')/\int\limits_0^{\infty} dz' q^2(z')$ – функция, характеризующая пространственное разрешение; $k_r(z–z'') =$ $= <[V_r(z')–<V_r>][V_r(z'')–<V_r>]/\sigma_r^2$ – коэффициент корреляции радиальной компоненты скорости ветра.

Функция $Q_s(z')$, согласно [5, 6], имеет вид

$$Q_s(z') = \{\pi\, k\, a_0^2[(1 - z' / R)^2 + z'^2 / (k\, a_0^2)^2]\}^{-1}, \tag{8}$$

где a_0 – радиус лазерного пучка в плоскости излучения $z' = 0$. Для длины эффективного рассеивающего объема, определяемой по формуле $\Delta z = \int\limits_0^{\infty} dz' Q_s(z')/Q_s(R)$, при условии $ka_0^2 \gg R$, имеем [9, 5]

$$\Delta\, z = (\lambda/2)\, R^2/a_0^2\,. \tag{9}$$

Из (9) следует, что длина зондируемого объема зависит от фокусного расстояния пучка R.

Определив интегральные времена когерентности τ_c и корреляции интенсивности (мощности) τ_p в виде

$$\tau_c = \int\limits_0^{\infty} d\tau\, |\Gamma(\tau)|^2 / <\overline{|U_s^2|}>^2 \tag{10}$$

$$\text{и } \tau_p = \int\limits_0^{\infty} d\tau\, K_p(\tau) / <\overline{|U_s^2|}>^2, \tag{11}$$

соответственно, из (6), (10) и (7), (11) имеем

$$\text{и } \tau_c = \frac{1}{2\sqrt{\pi}}\frac{\lambda}{2\sigma_r} \tag{12}$$

$$\tau_p = \frac{1}{2\sqrt{\pi}}\frac{1}{2\sigma_r}\int\limits_0^{\infty}\!\!\int \frac{d\,z'\, d\,z''\, Q_s(z')\, Q_s(z'')}{\sqrt{1 - k_r(z' - z'')}}\,. \tag{13}$$

Сравнивая (12) и (13), нетрудно видеть, что $\tau_p > \tau_c$. Это является следствием негауссовой статистики поля волны, рассеянной взвешенными в турбулентном потоке аэрозольными частицами ($|\Gamma(\tau)|^2 \neq K_p(\tau)$, при $\tau \neq 0$) [7]. Когда размер рассеивающего объема $\Delta\, z$ много больше внешнего масштаба турбулентности $L_V(\Delta\, z \gg L_V)$, в (13) мы можем положить $k_r \approx 0$. В результате имеем: $\tau_p \approx \tau_c$, т.е. в данном случае рассматриваемый процесс имеет гауссову статистику.

Как правило, на практике реализуется условие: $\Delta\, z \ll L_V$. В этом случае, воспользовавшись в (13) соотношением [10] $1 - k_r(z' - z'') = 0{,}92\, \varepsilon_T^{2/3} |z' - z'|^{2/3}/\sigma_r^2$, где ε_T – скорость диссипации турбулентной энергии, и формулой (8) для Q_s с учетом условия $R \ll ka_0^2$ получаем

$$\tau_p = \tau_c\, 1{,}4\, \sigma_r\, (\varepsilon_T\, \Delta\, z)^{-1/3}. \tag{14}$$

Для $\lambda = 10{,}6$ мкм и $\sigma_r = 1$ м/с величина $\tau_c = 1{,}5$ мкс. При $\varepsilon_T = 10^{-2}$м^2/с^3 и $\Delta\, z = 10$ м, согласно (14), время корреляции мощности τ_p в три раза больше времени когерентности τ_c.

Оценки радиальной составляющей скорости потока V_D и доплеровского сдвига частоты f_D имеют между собой простую связь:

$$V_D = (\lambda/2)\, f_D. \tag{15}$$

Доплеровский сдвиг частоты f_D может быть определен из спектра мощности фототока $W(t, f)$.

Спектр мощности фототока

Воспользуемся финитным Фурье-преобразованием и представим измеренный (усредненный) спектр мощности фототока, с учетом (1), в виде

$$W(t,f) = \frac{|B|^2}{m\, t_s} \sum_{j=1}^{m} \left| \int_{-t_s/2}^{t_s/2} d\, t'\; U_s(t_j + t')\, e^{-2\pi\, i f t'} \right|^2, \tag{16}$$

где m – число одиночных спектров (несглаженных оценок), измеренных в течение интегрального времени t_0; t_s – время измерения одного спектра (соответственно $t_0 = mt_s$), $t_j = t + [\, j - (m+1)/2]\, t_s$. При этом будем считать, что время измерения одного спектра t_s значительно превосходит время корреляции мощности принимаемого сигнала $\tau_p (t_s \gg \tau_p)$.

Так как предполагается гауссовость распределения плотности вероятности по скоростям V_r, для усредненного по ансамблю спектра из (2) и (16) имеем

$$E[W(f)] = \overline{P}\, \frac{\lambda}{2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\, \sigma_r} \exp\left\{ -\frac{\left(\frac{\lambda}{2} f - <V_r>\right)^2}{2\, \sigma_r^2} \right\}, \tag{17}$$

где $\overline{P} = |B|^2 < \overline{|U_s|^2} >$ – средняя мощность фототока.

При зондировании скорости ветра в пограничном слое атмосферы наземным доплеровским лидаром, как правило, время измерения спектра t_0 составляет ~1÷50 мс [2], что значительно меньше времени корреляции скорости ветра τ_V~5÷20 с [10]. Поэтому при выводе из (16) формул для высших моментов спектра скорость V_r можно считать не зависящей от времени (<замороженная турбулентность>).

Из (2), (16) и (17) для квадрата относительной ошибки оценки спектра $\varepsilon_W^2 = E[W^2]/(E[W])^2 - 1$ на частоте $f = (2/\lambda) <V_r>$, с учетом неравенств $t_s \gg \tau_p$ и $\tau_V \gg t_0$, можно получить формулу

$$\varepsilon_W^2 = (A - 1) + \frac{1}{m} A, \tag{18}$$

где $A = \int_0^{\infty}\!\!\int d\, z'\; d\, z''\; Q_s(z')\; Q_s(z'') \,/ \sqrt{1 - k_r^2(z' - z'')}$.

В предельном случае больших размеров зондируемого объема, когда отношение $\Delta\, z/L_V \to \infty$ и в (18) можно положить $k_r \approx 0$, из (18) имеем формулу $\varepsilon_W = 1/\sqrt{m}$, описывающую ошибку измерения спектра гауссовского случайного процесса [11]. В этом случае увеличение числа степеней свободы $n_d = 2\, m$ позволяет провести осреднение ошибки измерения спектра до требуемого уровня. В общем же случае увеличение n_d может привести к снижению погрешности ε_W лишь до значений, определяемых отношением $\Delta\, z/L_V$. Таким образом, с ростом отношения $\Delta\, z/L_V$ и числа степеней свободы n_d ошибка в оценке спектра уменьшается и, соответственно, точность в определении среднего значения скорости $<V_r>$ возрастает.

Оценка радиальной составляющей скорости ветра

Из известных способов определения доплеровского сдвига частоты f_D из измеренного спектра $W(t, f)$ воспользуемся формулой для первого случайного момента частоты

$$f_D(t) = \frac{1}{P(t)} \int_{-\infty}^{+\infty} d f f \, W(t, f), \tag{19}$$

где

$$P(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} d f \, W(t, f) \tag{20}$$

– измеренная мощность фототока. После подстановки (16) в (20) нетрудно получить

$$P(t) = |B|^2 \, t_0^{-1} \int_{-t_0/2}^{+t_0/2} d t' \, |U_s(t + t')|^2. \tag{21}$$

Из (21), (7) и (11), с учетом условия $t_0 \gg \tau_p$, для относительной дисперсии измеренной мощности фототока $\sigma_P^2 = E[P^2]/(E[P])^2 - 1$ имеем

$$\sigma_P^2 = 2\tau_p \, / \, t_0. \tag{22}$$

Для τ_p= 2,5 мкс и t_0= 50 мс величина σ_P= 0,01. Таким образом, в (19) с пренебрежимой погрешностью можно положить

$$P \approx E[P] \equiv \overline{P}. \tag{23}$$

Из (2), (15), (16) и (19) с учетом (23) имеем несмещенную оценку скорости

$$E[V_D] = <V_r>. \tag{24}$$

Для дисперсии оценки среднего значения радиальной составляющей скорости ветра $\sigma_D^2 = E[V_D^2] - <V_r>^2$ из (2), (15), (16) и (19) с учетом условий $\tau_V \gg t_0$ и $t_s \gg \tau_p$ находим

$$\sigma_D^2 = \sigma_r^2 \iint_0^{\infty} d z' \, d z'' \, Q_s(z') \, Q_s(z'') \, k_r(z' - z'') +$$

$$+ \frac{\lambda \, \sigma_r}{8\sqrt{\pi} \, t_0} \iint_0^{\infty} d z' \, d z'' \, Q_s(z') \, Q_s(z'') \left[\frac{1 + k_r(z' - z'')}{\sqrt{1 - k_r(z' - z'')}} \right]. \tag{25}$$

Первое слагаемое в (25) представляет собой дисперсию усредненной вдоль оси лазерного пучка радиальной составляющей скорости ветра

$$\overline{V}_D = \int_0^{\infty} d z' \, Q_s(z') \, V_r(z'). \tag{26}$$

Наличие в (25) второго слагаемого σ_a^2 связано с неполной усредненностью флуктуаций мощности фототока (вследствие ограниченности времени измерения спектра t_0) и его можно считать мерой статистической неопределенности (квадратической ошибкой) в измерении величины $\overline{V}_D$:

$$\sigma_a^2 = E[(V_D - \overline{V}_D)^2]. \tag{27}$$

В предельном случае $\Delta z/L_V \to \infty$, положив в (25) $k_r \approx 0$, имеем [12]

$$\sigma_a^2 = \lambda\, \sigma_r / (8\sqrt{\pi}\, t_0). \tag{28}$$

Оценим величину σ_a в случае $\Delta z \ll L_V$, воспользовавшись формулой

$$\sigma_a = \sigma_r \sqrt{0{,}2\, \lambda (\varepsilon_T\, \Delta z)^{-1/3}\, t_0^{-1}}\,, \tag{29}$$

получаемой в результате подстановки во второе слагаемое в (25) приближенных соотношений: $1+k_r(z'-z'') \approx 2$ и $1 - k_r(z'-z'') \approx 0{,}92\varepsilon_T^{2/3} |z'-z''|^{2/3}/\sigma_r^2$ и интегрирования по z' и z''. Для $\lambda = 10{,}6$ мкм, $\sigma_r = 1$ м/с, $\varepsilon_T = 10^{-2}$ м^2/с^3, $t_0 = 50$ мс и $\Delta z = 10$ м, согласно (29), $\sigma_a \approx 0{,}01$ м/с. Данная погрешность на порядок меньше разрешения измеряемой скорости $\sim \lambda/(2\, t_s)$ ($t_s = 50$ мкс) и, следовательно, при лидарных измерениях скорости ветра ею можно пренебречь, т.е. положить $V_D \approx \overline{V}_D$.

Отбросив в (25) второе слагаемое и воспользовавшись условием $ka_0^2 \gg R$, для дисперсии σ_D^2 имеем

$$\sigma_D^2 = \sigma_r^2 \frac{1}{\Delta z} \int_0^\infty \frac{d z'\, k_r(z')}{1 + (\pi/2)^2 (z'/\Delta z)^2}\,. \tag{30}$$

Из (30) следует, что с увеличением Δz дисперсия σ_D^2 монотонно падает. Определим внешний масштаб турбулентности по формуле $L_V = \int_0^\infty dz' k_r(z')$. При условии $\Delta z \gg L_V$ знаменатель в подынтегральном выражении в (30) можно положить равным единице. В результате получаем

$$\sigma_D^2 = \sigma_r^2\, L_V / \Delta z. \tag{31}$$

Определим квадрат ширины спектра в виде случайного центрального момента частоты второго порядка:

$$\Delta f^2(t) = \frac{1}{P(t)} \int_{-\infty}^{+\infty} d f\, [f - f_D(t)]^2\, W(t, f). \tag{32}$$

Нетрудно показать, что эта величина, усредненная по ансамблю реализаций и выраженная в соответствии с (15) в единицах скорости как $\sigma_s^2 = (\lambda/2)^2 E[\Delta f^2]$, имеет простую связь с σ_r^2 и σ_D^2 в виде

$$\sigma_s^2 = \sigma_r^2 - \sigma_D^2\,, \tag{33}$$

где σ_D^2 описывается формулой (30).

В случае малых размеров зондируемого объема, когда $\Delta z \ll L_V$, в (30) можно задать $k_r(z') = 1 - 0{,}92\varepsilon_T^{2/3} |z'|^{2/3}/\sigma_r^2$ и провести интегрирование по z'. В результате для эффективной ширины спектра имеем

$$\sigma_s = 1{,}16\, (\varepsilon_T\, \Delta z)^{1/3}\,. \tag{34}$$

Например, при $\varepsilon_T = 10^{-2}$ м^2/с^3 и $\Delta z = 10$ м согласно (34) $\sigma_s = 0{,}54$ м/с. Поскольку с ростом Δz величина $\sigma_D^2 \to 0$ (см. (31)), то соответственно $\sigma_s \to \sigma_r$.

Рассмотрим среднеквадратическое отклонение измеренной скорости V_D от мгновенного значения скорости V_r в момент времени t в точке $z' = R$: $\Delta V_D = \sqrt{<(V_D - V_r(R))^2>}$. Воспользовавшись для V_D формулой (26), можно, с учетом условия $ka_0^2 \gg R$, показать, что ΔV_D совпадает с σ_s. Таким образом, среднее значение квадрата эффективной ширины спектра является дисперсией ошибки измерений мгновенного значения скорости $V_r(R)$, при условии, что доплеровский сдвиг частоты оценивается по формуле (19). Из (30) и (33) следует, что с увеличением объема зондирования точность в определении среднего значения скорости $<V_r>$ повышается, а точность измерения мгновенного значения скорости $V_r(R)$, наоборот, падает.

Заключение

Проведенный в настоящей статье анализ точности доплеровских лидарных измерений скорости ветра относится к случаю больших значений отношения сигнал-шум (SNR). Показано, что оцениваемую по (19) и (15) скорость с высокой точностью можно считать радиальной составляющей скорости ветра, усредненной по объему зондирования (вокруг точки $z' = R$ вдоль оси лазерного пучка). Следовательно, случайные отклонения оцениваемой скорости V_D от среднего значения радиальной составляющей скорости ветра $<V_r>$ определяются интенсивностью крупномасштабных, с размерами $l > \Delta z$, турбулентных вихрей, а погрешность измерения мгновенного значения скорости $V_r(R)$ зависит от турбулентных вариаций потока на масштабах $l < \Delta z$. В общем случае, при произвольных значениях отношения сигнал-шум, погрешность оценки скорости ветра, кроме того, будет зависеть от SNR, интегрального времени t_0 и способа обработки принимаемого сигнала [3, 12, 13].

Автор благодарен В.А. Банаху за внимание к работе и обсуждение ее результатов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант N 94–05–16601).

1. Köpp F., Schwiesow R.L., Werner Ch. // J. Climate Appl. Meteorol. 1984. V. 3. №1. P. 148–151.
2. Köpp F., Bachstein F., Werner Ch. // Appl. Opt. 1984. V. 23. №15. P. 2488–2491.
3. Werner Ch. // Appl. Opt. 1985. V. 24. №21. P. 3557–3564.
4. Werner Ch. et al. WIND. An Advanced Wind Infrared Doppler Lidar for Mesoscale Meteorological Studies. Phase O/A – Study. 1989. 211 p.
5. Banakh V.A., Köpp F., Smalikho I.N., Werner Ch. // Atmospheric Propagation and Remote Sensing. Proc. SPIE. 1993. V. 1968. P. 483–493.
6. Банах В.А., Вернер Х., Копп Ф., Смалихо И.Н. // Оптика атмосферы и океана. 1993. Т. 6. №11. С. 1376–1389.
7. Кросиньяни Б., Ди Порто П., Бертолотти М. Статистические свойства рассеянного света. М.: Наука, 1980. 206 с.
8. Татарский В.И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1967. 548с.
9. Lawrence T.R. et al. // Rev. Sci. Instrum. 1972. V. 43. №3. P. 512–518.
10. Ламли Дж., Пановский Г. Структура атмосферной турбулентности. М.: Мир, 1966. 264 с.
11. Бендат Г.С., Пирсол А.Л. Прикладной анализ случайных данных. М.: Мир, 1989. 540 с.
12. Zrnič D.S. // IEEE Trans. on Geosci. Electron., 1979. GE–17. P. 113–127.
13. Keeler R.J. et al. // J. Atmos. Oceanic Technol. 1987. V. 4. №3. P. 113–128.

Институт оптики атмосферы
СО РАН, Томск

Поступила в редакцию
26 мая 1994 г.

I.N. Smalikho. **To a Question on Random Errors of Measuring the Wind Velocity with a CW Coherent Lidar.**

Accuracy of estimate of the radial component of the wind velocity vector measured with a CW coherent lidar is analyzed in the paper as depending on the turbulence of the atmospheric air flow as well as on the size of volume to be sounded. It is shown that in the case of large values of the signal/noise ratio the increase of the sounded volume leads to decrease of the measurement error to a level determined by the turbulence intensity and by time of measuring the spectrum of photocurrent power.