«Оптика атмосферы и океана», **16,** № 10 (2003)

АТМОСФЕРНАЯ РАДИАЦИЯ, ОПТИЧЕСКАЯ ПОГОДА И КЛИМАТ

УДК 551.509.3

В.Е. Зуев, В.С. Комаров, С.Н. Ильин, Ю.Б. Попов, А.И. Попова, С.С. Суворов[1]

Пространственный прогноз параметров состояния атмосферы в области мезомасштаба на основе динамико-стохастического подхода

Институт оптики атмосферы СО РАН, г. Томск
[1] *Военно-космическая академия им. А.Ф. Можайского, г. Санкт-Петербург*

Поступила в редакцию 1.08.2003 г.

Рассматриваются оригинальные методология и алгоритмы пространственного прогноза параметров состояния атмосферы в области мезомасштаба, базирующиеся на использовании аппарата калмановской фильтрации и обобщенной динамико-стохастической модели, построенной на основе двумерного уравнения мезомасштабной диффузии. Обсуждаются результаты статистической оценки качества предложенных алгоритмов при их использовании в задаче пространственного прогноза мезомасштабных полей температуры и ветра.

Введение

Среди многочисленных проблем современной мезометеорологии важное место занимает проблема оценивания параметров состояния атмосферы над неосвещенной данными наблюдений территорией по результатам аэрологических измерений в прилегающих районах. По существу она представляет собой процедуру пространственного прогноза (экстраполяции) метеорологических полей в области мезомасштаба. Результаты такого прогноза используются, в частности, для оценки пространственного распространения техногенных загрязняющих веществ на малые (100–200 км) расстояния, а также для метеорологического обеспечения войск во время ведения локальных боевых операций.

Известно, что длительное время задача пространственного прогноза решалась в рамках объективного анализа метеорологических полей, проводимого на основе метода оптимальной интерполяции [1, 2]. Но в последние годы в связи с увеличением потока метеорологической информации традиционная процедура объективного анализа стала вытесняться процедурой усвоения данных. Под процедурой усвоения данных обычно понимают совместный учет как самих измерений, так и результатов прогноза по выбранной модели атмосферы. В качестве модели атмосферы обычно используется гидродинамическая модель, представляющая собой совокупность уравнений гидротермодинамики. Сама процедура усвоения данных основывается на динамико-стохастическом подходе с использованием теории калмановской фильтрации [3–9]. Однако применение такой модели для решения задачи пространственного прогноза мезометеорологических полей сталкивается со значительными трудностями. К ним относятся:

– невозможность задания начальных полей метеорологических величин над территорией, где отсутствуют данные наблюдений;

– сложность корректного задания для гидродинамического моделирования мезомасштабных процессов граничных условий на боковых открытых границах;

– сложность корректного решения (в условиях среднезонального западно-восточного переноса) задачи экстраполяции метеорологического поля на территорию, расположенную западнее района, освещенного аэрологической информацией.

Кроме того, использование фильтра Калмана в процедуре усвоения данных, привлекающей современные гидродинамические модели, сталкивается с трудностью ее практической реализации из-за высокого порядка матриц ковариаций ошибок оценивания и прогноза, участвующих в вычислениях [5, 7]. Это обусловлено тем, что вектор состояния включает в себя всю совокупность оцениваемых метеопараметров на всех стандартных изобарических поверхностях и во всех узлах заданной регулярной сетки. При этом число параметров, входящих в вектор состояний, может достигать несколько сотен [4]. Высокий порядок вектора состояний и матрицы ковариаций ошибок оценивания создает трудности в задании их начальных значений, что, в свою очередь, приводит к снижению качества работы алгоритма фильтрации.

Данная статья является расширенным вариантом публикации тех же авторов в «Докладах Академии наук» [10]. С учетом перечисленных выше трудностей нами предлагается более простой подход к решению задачи пространственной экстраполяции. В основе подхода также лежит использование алгоритма фильтра Калмана, но в качестве математической модели выбрана система стохастических дифференциальных уравнений первого порядка, описывающих динамику изменения параметров состояния атмосферы в упрощенном виде.

При этом предполагается, что каждая из точек, в которую производится экстраполяция результатов наблюдений, может рассматриваться самостоятельно (отдельно от других). Это обусловлено тем, что информация о значениях метеорологической величины в каждой из точек экстраполяции получается на основе усвоения одних и тех же результатов измерений, а учет взаимосвязи между точками экстраполяции не привносит новой информации в систему усвоения данных. Поэтому фильтр Калмана большой размерности, в вектор состояния которого входят значения метеорологической величины во всех точках измерений и экстраполяции, может быть заменен на совокупность фильтров меньшей размерности. Причем для каждой точки экстраполяции строится собственный фильтр.

Вектор состояния для каждого фильтра должен включать в себя значения метеорологической величины в точках, где производятся измерения, а также одно значение в точке экстраполяции, индивидуальное и соответствующее только данному фильтру. Предлагаемый подход позволяет существенно сократить (на несколько порядков) размерность вектора состояния и матриц ковариаций ошибок оценивания, упростить реализацию алгоритма фильтрации и повысить его устойчивость.

1. Постановка задачи и метод ее решения

Задача пространственной экстраполяции поля какого-либо параметра состояния атмосферы ξ заключается в оценке его значения в точке n с прямоугольными координатами (x_n, y_n, z_n), по измерениям в точках с координатами (x_i, y_i, z_i) $(i = 1, 2, 3, ..., n-1)$ и некоторой математической модели, описывающей изменения поля ξ в пространстве и времени. В нашем случае используется динамико-стохастическая модель, построенная на базе стохастических дифференциальных уравнениях первого порядка. Сама же задача оценки поля ξ решается нами для произвольной высоты без учета взаимозависимости между соседними уровнями. Возникающая при этом некорректность модели компенсируется введением шумов состояний.

Для вывода уравнений математической модели нами использовано известное уравнение диффузии [11]. Сразу отметим, что настоящая работа не утверждает, что уравнение диффузии является идеальной моделью эволюции любого атмосферного поля, претендующей на высокую степень полноты и реалистичности. Однако любая модель гидротермодинамического типа описывает процессы упорядоченного переноса и диффузии соответствующих субстанций. Поэтому на данном этапе исследований мы хотели выяснить возможность получения конструктивных результатов на основе лишь диффузионных эффектов, имеющих место в атмосфере.

Рассмотрим двумерное (по пространству и времени) поле ξ и будем полагать, что его эволюция в области мезомасштаба описывается двумерным уравнением мезомасштабной диффузии [11]:

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = a^2 \nabla^2 \xi\,, \tag{1}$$

где $\nabla^2 = \dfrac{\partial^2}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial y^2}$ – двумерный оператор Лапласа; a^2 – коэффициент диффузии.

Для уравнения (1) введем функцию чувствительности к единичному возмущению (функцию Грина), вносимому в точке с координатами (x_0, y_0), которая имеет вид [12]:

$$G(x,y,t;x_0,y_0) = \left(\frac{1}{\sqrt{4\pi a^2 t}}\right)^2 \exp\left[-\frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{4a^2 t}\right]. \tag{2}$$

Обозначив $r^2 = (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2$, получим

$$G(r,t) = \left(\frac{1}{\sqrt{4\pi a^2 t}}\right)^2 \exp(-r^2/4a^2 t)\,. \tag{3}$$

Дифференцируя выражение (3) по r, имеем

$$\frac{\partial G(r,t)}{\partial r} = -\frac{1}{2a^2 t} r \left(\frac{1}{\sqrt{4\pi a^2 t}}\right)^2 \exp(-r^2/4a^2 t) = -\frac{1}{2a^2 t} r G(r,t). \tag{4}$$

Линеаризуя правую часть соотношения (4) в окрестности точки $r_0 = \sqrt{4a^2 t}$ и выполняя масштабный анализ, приходим к выражению

$$\frac{\partial G(\rho,t)}{\partial \rho} = -\beta G(\rho,t)\,, \tag{5}$$

где

$$\beta = \frac{r_0}{2a^2 t} = \frac{2}{r_0};\ \rho = r - r_0.$$

Таким образом, если в момент времени $t = 0$ в некоторой точке произошло возмущение поля ξ, то в любой момент времени на расстояниях, сравнимых с r_0, отклик на это возмущение будет удовлетворять соотношению

$$\frac{\partial \xi}{\partial \rho} = -\beta \xi. \tag{6}$$

Представим теперь функцию ξ в виде комплексного интеграла Фурье по пространственным координатам [13]:

$$\xi(x,y,t) = \int_{-k_{y\max}}^{k_{y\max}} \int_{-k_{x\max}}^{k_{x\max}} A(t,k_x,k_y) \exp[i(k_x x + k_y y)]\, dk_x dk_y, \tag{7}$$

где

$$\int_{-k_{y\max}}^{k_{y\max}} \int_{-k_{x\max}}^{k_{x\max}} A(t,k_x,k_y)\exp[i(k_x x + k_y y)]dk_x dk_y$$

– главное значение двумерного интеграла Фурье; k_x и k_y – волновые числа по x и y соответственно.

Сразу же подчеркнем, что при интегрировании мы рассматриваем не весь спектр колебаний, а лишь некоторую длинноволновую его часть, соответствующую конечным волновым числам, находящимся в отрезках $[-k_{x\max}; k_{x\max}]$ и $[-k_{y\max}; k_{y\max}]$. Так, например, мы не учитываем коротковолновые вариации масштаба турбулентности.

Дважды дифференцируя ξ по x и по y, в соответствии с теоремой о дифференцировании интеграла по параметру, имеем

$$\nabla^2\xi = \frac{\partial^2\xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\xi}{\partial y^2} = \int_{-k_{y\max}}^{k_{y\max}} \int_{-k_{x\max}}^{k_{x\max}} -(k_x^2 + k_y^2)A(t,k_x,k_y)\times$$

$$\times\exp[i(k_x x + k_y y)]dk_x dk_y. \quad (8)$$

Функция $-(k_x^2 + k_y^2)$ не меняет знака в области интегрирования, поэтому по теореме о среднем значении интеграла [11] правая часть уравнения (8) может быть записана в виде

$$\nabla^2\xi = -\overline{(k_x^2 + k_y^2)}\times$$

$$\times\int_{-k_{y\max}}^{k_{y\max}} \int_{-k_{x\max}}^{k_{x\max}} A(t,k_x,k_y)\exp[i(k_x x + k_y y)]dk_x dk_y =$$

$$= -k^2\int_{-k_{y\max}}^{k_{y\max}} \int_{-k_{x\max}}^{k_{x\max}} A(t,k_x,k_y)\exp[i(k_x x + k_y y)]dk_x dk_y =$$

$$= -k^2\xi, \quad (9)$$

где k – эффективное волновое число.

Введя понятие эффективной длины волны L (эффективной длины возмущений в поле ξ), запишем

$$k = \frac{2\pi}{L}, \quad k^2 = \frac{4\pi^2}{L^2}. \quad (10)$$

Тогда уравнение (1) можно представить в виде

$$\frac{\partial\xi}{\partial t} = -\frac{4\pi^2}{L^2}a^2\xi \quad \text{или} \quad \frac{\partial\xi}{\partial t} = -\alpha\xi, \quad (11)$$

где $\alpha = 4\pi^2 a^2/L^2$.

Уравнение (11) верно во всех точках, в том числе и в точке r_0 (при $\rho = 0$), откуда имеем

$$\left.\frac{\partial\xi}{\partial t}\right|_{\rho=0} = -\alpha\xi. \quad (12)$$

Таким образом, уравнение (6) можно использовать в качестве пространственного интерполянта (экстраполянта) для поля ξ, а (12) совместно с условием $\xi(0,0) = \xi_0$ – для временного прогноза того же поля, включая и точку r_0.

В рамках обозначений калмановской фильтрации [14] введем вектор пространства состояний

$$\mathbf{X}(\kappa)=|\mathbf{X}_1(\kappa),\ \mathbf{X}_2(\kappa),\ \mathbf{X}_3(\kappa),\ \ldots,\ \mathbf{X}_{n-1}(\kappa),\ \mathbf{X}_n(\kappa)|^{\mathrm{T}},$$

с компонентами: $\mathbf{X}_i(\kappa)$ – значение поля ξ в точках $i = 1, 2, 3, \ldots, (n-1)$ (точки измерений); $\mathbf{X}_n(\kappa)$ – значение поля ξ в точке n (точка прогноза), расположенной на неосвещенной метеорологической информацией территории; T – операция транспонирования; κ — дискретный момент времени. Тогда, используя метод Эйлера [11], уравнения (6) и (12) можно записать в разностной форме:

$$\frac{\mathbf{X}_i(\kappa+1) - \mathbf{X}_n(\kappa+1)}{\Delta\rho_{in}} = -\beta\mathbf{X}_n(\kappa+1), \quad (13)$$

$$\frac{\mathbf{X}_i(\kappa+1) - \mathbf{X}_n(\kappa)}{\Delta t} = -\alpha\mathbf{X}_n(\kappa) \quad (14)$$

или

$$\mathbf{X}_i(\kappa+1) = (1 - \beta\Delta\rho_{in})\mathbf{X}_n(\kappa+1), \quad (15)$$

$$\mathbf{X}_n(\kappa+1) = (1 - \alpha\Delta t)\mathbf{X}_n(\kappa), \quad (16)$$

где $\Delta\rho_{in}$ – расстояние между точками i и n; Δt – интервал времени между измерениями.

Подставляя выражение для $\mathbf{X}_n(\kappa + 1)$ из (16) в (15), получим линейную модель эволюции поля $\mathbf{X}$:

$$\begin{aligned}\mathbf{X}_i(\kappa+1) &= (1 - \beta\Delta\rho_{in})(1 - \alpha\Delta t)\mathbf{X}_n(\kappa) + \omega_i(\kappa),\\ \mathbf{X}_n(\kappa+1) &= (1 - \alpha\Delta t)\mathbf{X}_n(\kappa) + \omega_n(\kappa),\end{aligned} \quad (17)$$

где $\omega_i(\kappa)$ и $\omega_n(\kappa)$ – случайные возмущения, учитывающие стохастический характер модели.

Система уравнений (17) может быть использована как модель пространства состояний при синтезе алгоритма оценивания текущих значений поля $\mathbf{X}$ в рамках теории калмановской фильтрации. Ограничением в использовании (17) является неопределенность значений параметров α и β. Действительно, в условиях протекания различных мезомасштабных процессов эти параметры, зависящие от коэффициента мезомасштабного диффузного обмена субстанцией $\mathbf{X}$, должны отличаться. Поэтому для снятия подобного ограничения следует ввести дополнительные переменные $\mathbf{X}_{n+1} = \mathbf{X}_{n+1}(t) = \alpha$ и $\mathbf{X}_{n+2} = \mathbf{X}_{n+2}(t) = \beta$.

Будем полагать, что эволюция $\mathbf{X}_{n+1}$ и $\mathbf{X}_{n+2}$ описывается уравнениями

$$\frac{d\mathbf{X}_{n+1}}{dt} = \omega'_{n+1}, \quad \frac{d\mathbf{X}_{n+2}}{dt} = \omega'_{n+2}, \quad (18)$$

где ω'_{n+1}, ω'_{n+2} – случайные процессы типа «белого шума».

Тогда, используя способ пространственно-временной дискретизации (13)–(14), можно получить обобщенные выражения для уравнений состояний:

$$\mathbf{X}_i(\kappa+1) = \mathbf{X}_n(\kappa)(1-\mathbf{X}_{n+2}(\kappa)\Delta\rho_{in})(1-\mathbf{X}_{n+1}(\kappa)\Delta t)+\omega_i(\kappa),$$

$$\mathbf{X}_n(\kappa+1)=\mathbf{X}_n(\kappa)(1-\mathbf{X}_{n+1}(\kappa)\Delta t)+\omega_n(\kappa), \quad (19)$$

$$\mathbf{X}_{n+1}(\kappa+1)=\mathbf{X}_{n+1}(\kappa)+\omega_{n+1},$$

$$\mathbf{X}_{n+2}(\kappa+1)=\mathbf{X}_{n+2}(\kappa)+\omega_{n+2}.$$

Уравнения наблюдений за полем **X** можно записать в виде

$$\mathbf{Y}_i(\kappa)=\mathbf{X}_i(\kappa)+\varepsilon_i(\kappa), \quad (20)$$

где $\varepsilon_i(\kappa)$ – ошибки измерений в момент времени κ.

При этом в уравнении (20) в качестве $\mathbf{Y}_i(\kappa)$ использовано центрированное значение измерений, для получения которого применяется выражение

$$\mathbf{Y}_i(\kappa)=\tilde{\mathbf{Y}}_i(\kappa)-\bar{\mathbf{Y}}(\kappa), \quad (21)$$

где $\tilde{\mathbf{Y}}_i(\kappa)$ – фактически измеренное значение метеорологической величины в i-й точке, в которой осуществляются наблюдения, для κ-го момента времени; $\bar{\mathbf{Y}}(\kappa)$ – среднее полигонное значение той же метеорологической величины в κ-й момент времени. Для расчета последнего было использовано выражение вида

$$\bar{\mathbf{Y}}(\kappa)=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n-1}\tilde{Y}_i(\kappa), \quad (22)$$

где $n-1$ — число станций в пределах полигона, проводящих измерения.

Перепишем уравнения (19) и (20) в матричной форме

$$\mathbf{X}(\kappa+1)=\mathbf{\Phi}[\mathbf{X}(\kappa)]+\mathbf{\Omega}(\kappa); \quad (23)$$

$$\mathbf{Y}(\kappa)=\mathbf{H}\mathbf{X}(\kappa)+\mathbf{E}(\kappa), \quad (24)$$

где $\mathbf{\Phi}[\mathbf{X}(\kappa)]$ – переходная вектор-функция состояния; $\mathbf{\Omega}(\kappa)$ – вектор шумов состояния размерностью $(n+2)$; **H** – матрица наблюдений размерностью $(n-1)\times(n+2)$; $\mathbf{E}(\kappa)$ – вектор шумов наблюдения размерностью $(n-1)$.

Уравнения (23) и (24) полностью определяют структуру алгоритма оценивания [14]. В силу нелинейности уравнений (23) в качестве метода синтеза алгоритма оценивания следует брать расширенный фильтр Калмана. В этом случае уравнение оптимального оценивания вектора состояния $\mathbf{X}(\kappa)$ имеет вид [14]:

$$\hat{\mathbf{X}}(\kappa+1|\kappa+1)=\hat{\mathbf{X}}(\kappa+1|\kappa)+\mathbf{C}(\hat{\mathbf{X}},\kappa+1)\times$$
$$\times[\mathbf{Y}(\kappa+1)-\mathbf{H}\cdot\hat{\mathbf{X}}(\kappa+1|\kappa)], \quad (25)$$

где $\hat{\mathbf{X}}(\kappa+1|\kappa+1)$ – оценка вектора состояния **X** на момент времени $(\kappa+1)$; $\hat{\mathbf{X}}(\kappa+1|\kappa)$ – вектор предсказуемых оценок на момент времени $(\kappa+1)$ по данным на шаге κ, причем

$$\hat{\mathbf{X}}(\kappa+1|\kappa)=\mathbf{\Phi}[\hat{\mathbf{X}}(\kappa)];\ \mathbf{C}(\hat{\mathbf{X}},\kappa+1)$$

– матрица весовых коэффициентов $(n+2)\times(n-1)$.

Расчет весовых коэффициентов в расширенном фильтре Калмана осуществляется по рекуррентным матричным уравнениям вида [14]:

$$\mathbf{C}(\hat{\mathbf{X}},\kappa+1)=\mathbf{P}(\kappa+1|\kappa)\cdot\mathbf{H}^{\mathrm{T}}\cdot[\mathbf{H}\cdot\mathbf{P}(\kappa+1|\kappa)\cdot\mathbf{H}^{\mathrm{T}}+$$
$$+\mathbf{R}_{\mathbf{E}}(\kappa+1)]^{-1}; \quad (26)$$

$$\mathbf{P}(\kappa+1|\kappa)=\mathbf{F}[\hat{\mathbf{X}}(\kappa)]\cdot\mathbf{P}(\kappa|\kappa)\cdot\mathbf{F}^{\mathrm{T}}[\hat{\mathbf{X}}(\kappa)]+\mathbf{R}_{\mathbf{\Omega}}(\kappa); \quad (27)$$

$$\mathbf{P}(\kappa+1|\kappa+1)=[\mathbf{I}-\mathbf{C}(\hat{\mathbf{X}},\kappa+1)\cdot\mathbf{H}]\cdot\mathbf{P}(\kappa+1|\kappa), \quad (28)$$

где $\mathbf{P}(\kappa+1|\kappa)$ – апостериорная ковариационная матрица ошибок предсказания размерностью $(n+2)\times(n+2)$; $\mathbf{P}(\kappa+1|\kappa+1)$ – априорная ковариационная матрица ошибок оценивания размерностью $(n+2)\times(n+2)$; $\mathbf{R}_{\mathbf{E}}(\kappa+1)$ – диагональная корреляционная матрица шумов наблюдения размерностью $(n-1)\times(n-1)$; $\mathbf{R}_{\mathbf{\Omega}}(\kappa)$ – диагональная корреляционная матрица шумов состояния размерностью $(n+2)\times(n+2)$; $\mathbf{F}[\hat{\mathbf{X}}(\kappa)]=\dfrac{\partial\mathbf{\Phi}[\hat{\mathbf{X}}(\kappa)]}{\partial\hat{\mathbf{X}}(\kappa)}$ – матрица Якоби от переходной вектор-функции размерностью $(n+2)\times(n+2)$; **I** – единичная матрица размерностью $(n+2)\times(n+2)$.

Для начала работы алгоритма фильтрации в момент $\kappa=0$ (момент инициации) необходимо задать следующие начальные условия: $\hat{\mathbf{X}}(0|0)$ – начальный вектор оценивания; $\mathbf{P}(0|0)$ **–** начальную корреляционную матрицу ошибок оценивания; $\mathbf{R}_{\mathbf{E}}(0)$ – корреляционную матрицу шумов наблюдений; $\mathbf{R}_{\mathbf{\Omega}}(0)$ – корреляционную матрицу шумов состояния.

На практике значения $\hat{\mathbf{X}}(0|0)$ и $\mathbf{P}(0|0)$ могут быть заданы, исходя из минимального объема сведений о реальных свойствах системы [14], а в случае полного отсутствия полезной информации задаются $\hat{\mathbf{X}}(0|0)=0$, а $\mathbf{P}(0|0)=\mathbf{I}$. В то же время значения элементов матриц $\mathbf{R}_{\mathbf{E}}(0)$ и $\mathbf{R}_{\mathbf{\Omega}}(0)$ могут быть найдены, исходя из величин ошибок радиозондовых наблюдений.

2. Результаты исследований алгоритма фильтра Калмана

Перейдем теперь к рассмотрению результатов исследований алгоритма калмановской фильтрации при его использовании в задаче пространственного прогноза мезомасштабных полей температуры и ветра. Поскольку пространственный прогноз в настоящей статье рассматривается применительно к оценке распространения облака загрязняющих веществ, то нами согласно [15] берутся не измерения температуры и ветра на отдельных атмосферных уровнях, а их средние в слое значения, определяемые из выражения вида

$$<\xi>_{h_0,h}=\frac{1}{h-h_0}\int_{h_0}^{h}\xi(z)dz, \quad (29)$$

где символ <·> обозначает процедуру осреднения по вертикали в слое атмосферы $\Delta h=h-h_0$ (здесь

h_0 и h – высота нижней и верхней границы этого слоя, причем $h_0 = 0$ соответствует уровню земной поверхности); ξ – значение метеорологического параметра.

Сразу же отметим, что для оценки качества алгоритма калмановской фильтрации были использованы многолетние двухсрочные (0 и 12 ч по Гринвичу) наблюдения пяти радиозондовых станций: Варшава (52°10′ с.ш., 20°58′ в.д.), Каунас (54°53′ с.ш., 23°50′ в.д.), Брест (52°07′ с.ш., 23°41′ в.д.), Минск (53°56′ с.ш., 27°38′ в.д.) и Львов (49°49′ с.ш., 23°57′ в.д.), представляющих собой типичный мезометеорологический полигон. Общий объем синхронных (для всех станций) измерений составил: для зимы 540, для лета 560 высотных профилей.

Взятое число станций определило размерность вектора состояния синтезированного фильтра, равную $n + 2$ (здесь $n = 5$). При этом нами в качестве начальных условий задавались значения $\hat{\mathbf{X}}(0|0) = 0$ и $\mathbf{P}(0|0) = \mathbf{I}$, а диагональные элементы корреляционных матриц шумов наблюдения $\mathbf{R_E}(0)$ и состояния $\mathbf{R_\Omega}(0)$ брались исходя из величин среднеквадратических ошибок радиозондовых измерений, приведенных в [16] и равных 1° для температуры и 2 м/с для скорости ветра.

Для оценки точности алгоритма калмановской фильтрации в качестве контрольных точек (точек экстраполяции) были использованы ст. Варшава и Каунас, находящиеся соответственно на расстоянии 185 и 277 км от ближайших станций, проводящих измерения.

Точность предложенного алгоритма оценивалась с помощью среднеквадратической ошибки пространственной экстраполяции

$$\delta_\xi = \left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\xi_i^* - \xi_i\right)^2\right]^{1/2}. \qquad (30)$$

Здесь ξ_i и ξ_i^* – измеренное и проэкстраполированное значения метеорологического параметра; N – число реализаций.

Кроме того, для оценки качества алгоритма фильтра Калмана была использована также и процедура сопоставления его погрешностей с ошибками традиционного метода оптимальной экстраполяции Гандина [1]. Эта методика получила в России широкое применение в системе усвоения метеорологической информации. При этом весовые коэффициенты, используемые в уравнении оптимальной экстраполяции, были получены с использованием пространственных корреляционных функций, приведенных в [17].

Перейдем теперь к рассмотрению результатов статистической оценки качества предложенной методики при ее использовании в процедуре пространственного прогноза мезометеорологических полей, для чего воспользуемся табл. 1 и 2.

Анализ данных табл. 1 и 2 показывает следующее.

– Во-первых, предложенный метод, основанный на использовании алгоритма фильтра Калмана

Таблица 1

Среднеквадратические (δ) и относительные (θ, %) погрешности прогноза средних в слое значений температуры, зональной и меридиональной составляющих скорости ветра до расстояния 185 км, проведенного на основе алгоритмов оптимальной экстраполяции (1) и фильтра Калмана (2)

Слой, км	Зима				Лето			
	δ		θ		δ		θ	
	1	2	1	2	1	2	1	2
Температура, °С								
0–0,2	1,9	1,7	41	37	1,8	1,6	42	37
0–0,8	2,0	1,7	47	40	1,8	1,6	45	40
0–1,6	2,1	1,6	51	39	1,9	1,5	53	42
0–2,0	2,2	1,6	52	38	2,0	1,4	57	40
0–4,0	2,9	1,6	60	33	2,7	1,1	82	33
0–6,0	3,3	1,5	66	30	3,0	1,0	86	28
0–8,0	3,5	1,4	73	29	3,2	0,9	89	25
Зональная составляющая скорости ветра, м/с								
0–0,2	3,2	2,2	80	55	2,8	1,8	70	45
0–0,8	3,3	2,7	62	51	2,7	2,0	52	38
0–1,6	3,1	2,7	53	46	2,7	2,0	51	38
0–2,0	3,0	2,6	51	44	2,6	1,9	49	36
0–4,0	2,8	2,4	42	36	2,6	1,8	46	32
0–6,0	3,2	2,8	42	36	2,6	1,9	44	32
0–8,0	3,6	3,1	40	35	2,7	2,3	42	36
Меридиональная составляющая скорости ветра, м/с								
0–0,2	2,7	2,0	71	53	3,0	1,6	86	46
0–0,8	2,9	2,6	62	55	3,1	1,7	70	39
0–1,6	3,0	2,7	56	50	3,0	1,6	71	38
0–2,0	3,0	2,7	54	48	2,9	1,8	67	42
0–4,0	3,0	2,7	44	40	2,9	2,0	67	46
0–6,0	3,5	3,2	42	38	3,0	2,2	64	47
0–8,0	3,8	3,5	39	36	3,2	2,5	62	48

Таблица 2

Среднеквадратические (δ) и относительные (θ, %) погрешности прогноза средних в слое значений температуры, зональной и меридиональной составляющих скорости ветра до расстояния 277 км, проведенного на основе алгоритмов оптимальной экстраполяции (1) и фильтра Калмана (2)

Слой, км	Зима				Лето			
	δ		θ		δ		θ	
	1	2	1	2	1	2	1	2
Температура, °С								
0–0,2	2,0	1,7	49	41	2,2	1,7	54	41
0–0,8	2,2	1,8	58	47	2,2	1,7	58	45
0–1,6	2,5	1,6	64	41	2,2	1,6	63	46
0–2,0	2,7	1,5	66	37	2,3	1,5	68	44
0–4,0	3,2	1,4	70	30	2,9	1,4	88	42
0–6,0	3,4	1,4	72	30	3,1	1,3	94	39
0–8,0	3,6	1,4	80	31	3,4	1,3	97	37
Зональная составляющая скорости ветра, м/с								
0–0,2	2,9	2,2	76	58	3,0	2,0	81	54
0–0,8	3,0	2,7	68	61	3,1	2,3	74	55
0–1,6	3,3	2,8	60	51	3,0	2,5	65	54
0–2,0	3,5	2,9	60	50	3,0	2,5	62	52
0–4,0	4,0	3,1	59	46	3,0	2,6	60	52
0–6,0	4,2	3,2	55	42	3,2	2,6	54	44
0–8,0	4,8	3,3	56	39	3,4	2,6	51	39
Меридиональная составляющая скорости ветра, м/с								
0–0,2	3,2	2,0	89	55	3,5	1,9	97	53
0–0,8	3,3	2,3	80	56	3,5	2,3	88	57
0–1,6	3,4	2,6	61	46	3,4	2,5	77	57
0–2,0	3,5	2,7	57	44	3,4	2,6	69	53
0–4,0	3,8	2,8	49	36	3,4	2,8	59	48
0–6,0	4,3	2,8	47	31	3,5	3,0	54	46
0–8,0	4,8	3,0	44	29	3,5	3,0	48	41

и динамико-стохастической модели, построенной на основе двумерного уравнения мезомасштабной диффузии, дает вполне приемлемые для практики результаты, особенно в случае, если пространственный прогноз проводится до расстояния 185 км. Действительно, на этом расстоянии, причем независимо от рассматриваемого параметра, сезона и слоя атмосферы, величины среднеквадратических погрешностей составляют 25–55% от значений среднеквадратических отклонений, характеризующих изменчивость этих параметров.

– Во-вторых, наилучшие результаты пространственного прогноза до расстояния 185 км, проведенного с помощью того же метода, были получены для средних в слое значений температуры, когда среднеквадратические погрешности такого прогноза находятся в пределах 1,4–1,7 °C зимой и 0,9–1,6 °C летом. При этом летом для слоев с высотой верхней границы $h > 3$ км величины δ составляют 0,9–1,1 °C, т.е. они находятся на уровне допустимой погрешности, установленной Всемирной Метеорологической организацией для тропосферы и равной 1,0 °C [18].

– В-третьих, точность пространственного прогноза метеопараметров, как и следовало ожидать, заметно ухудшается с увеличением расстояния. Лишь зимой в свободной атмосфере при прогнозе средних в слое значений температуры до расстояния 277 км получаются несколько лучшие результаты, чем при том же прогнозе до 185 км, когда он осуществляется против среднезонального западно-восточного переноса.

– В-четвертых, предложенный алгоритм обеспечивает лучшие результаты пространственного прогноза, по сравнению с методом оптимальной экстраполяции, причем наибольший выигрыш по точности (от 1,3 до 3 раз) получен при прогнозировании средних в слое значений температуры (особенно для слоев с высотой верхней границы $h > 3$ км).

Таким образом, можно считать, что предложенный алгоритм пространственного прогноза, основанный на расширенном фильтре Калмана и динамико-стохастической модели, построенной лишь с учетом диффузионных эффектов, дает приемлемые для практики результаты. К тому же он не требует, как алгоритм оптимальной экстраполяции, получения предварительных сведений о статистической структуре прогнозируемых полей метеорологических параметров. Поэтому предложенный алгоритм может быть с успехом использован для решения различных прикладных задач, в том числе и задачи численной оценки распространения техногенных загрязнений в области мезомасштаба.

1. *Гандин Л.С., Каган Р.Л.* Статистические методы интерпретации метеорологических данных. Л.: Гидрометеоиздат, 1976. 359 с.
2. *Гордин В.А.* Математические задачи гидрометеорологического прогноза погоды. Л.: Гидрометеоиздат, 1987. 264 с.
3. *Вейль И.Г., Кордзахия Г.И., Машкович С.А., Сонечкин Д.М.* Численные эксперименты по четырехмерному анализу на основе динамико-статистического подхода // Метеорол. и гидрол. 1975. № 7. С. 11–20.
4. *Климова Е.Г.* Методика усвоения данных метеонаблюдений на основе обобщенного субоптимального фильтра Калмана // Метеорол. и гидрол. 1997. № 11. С. 55–65.
5. *Климова Е.Г.* Асимптотическое поведение схемы усвоения метеорологических данных, основанной на алгоритме фильтра Калмана // Метеорол. и гидрол. 1999. № 8. С. 55–65.
6. *Климова Е.Г.* Упрощенные модели для расчета ковариационных матриц в алгоритме фильтра Калмана // Метеорол. и гидрол. 2000. № 6. С. 18–30.
7. *Климова Е.Г.* Модель для расчета ковариаций однородных изотропных случайных полей ошибок прогноза // Метеорол. и гидрол. 2001. № 10. С. 24–33.
8. *Chil M., Malanotte-Rizzolli P.* Data assimilation in meteorology and oceanography // Advances in Geophys. V. 33. New York: Academic Press, 1991. P. 141–266.
9. *Dee D.P.* Simplification of the Kalman filter for meteorological data assimilation // Quart. J. Roy. Meteorol. Soc. 1991. V. 117. P. 365–384.
10. *Зуев В.Е., Комаров В.С., Ильин С.Н., Попов Ю.Б., Попова А.И., Суворов С.С.* Пространственный прогноз состояния параметров атмосферы в области мезомасштаба на основе динамико-стохастического подхода // Докл. РАН. 2002. Т. 385. № 1. С. 110–112.
11. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1984. 832 с.
12. *Арсенин В.Я.* Методы математической физики и специальные функции. М.: Наука, 1984. 383 с.
13. *Кудрявцев Л.Д.* Курс математического анализа. Т. 3. М.: Высш. школа, 1988. 352 с.
14. *Фильтрация* и стохастическое управление в динамических системах / Под ред. К.Т. Леондеса. М.: Мир, 1980. 407 с.
15. *Брюхань Ф.Ф.* Методы климатической обработки и анализа аэрологической информации. М.: Гидрометеоиздат, 1983. 112 с.
16. *Решетов В.Д.* Требования к точности измерения, разрешению в пространстве и во времени для информации о состоянии атмосферы // Тр. Центральной аэрологической обсерватории. 1978. Вып. 133. С. 55–64.
17. *Комаров В.С., Попов Ю.Б.* Пространственная статистическая структура мезомасштабных полей температуры и ветра // Оптика атмосф. и океана. 1998. Т. 11. № 8. С. 801–807.
18. *Технический* регламент. Т. 1 (Общая часть). Изд. 2-е. ВМО. № 49. ОД. 2. Женева, 1959. Дополнения 2. Женева, 1963.

V.E. Zuev, V.S. Komarov, S.N. Ilin, Yu.B. Popov, A.I. Popova, S.S. Suvorov. **Spatial prediction of atmospheric parameters in the mesoscale region based on the dynamic-stochastic approach.**

An original methodology and algorithms for spatial prediction of atmospheric parameters in the mesoscale region based on the use of the Kalman filtering and the generalized dynamic-stochastic model constructed based on the two-dimensional equation of mesoscale diffusion are considered. The results of statistical estimation of the quality of the algorithms proposed are discussed as applied to the problem of spatial prediction of mesoscale temperature and wind fields.