

Г.М. Игонин

ФИЛЬТРАЦИЯ КАЛМАНА-БЬЮСИ В ЛИДАРНОМ ЗОНДИРОВАНИИ ТЕМПЕРАТУРЫ МЕТОДОМ ДП

На основе стохастической модели сглаженных лидарным импульсом высотных флюктуаций температуры показана возможность применения оптимальной марковской фильтрации при зондировании тропосфера до высоты 3 км методом ДП. Синтезированы алгоритмы Калмана-Бьюси оптимальной оценки флюктуирующего профиля температуры и ее дисперсии. Анализ эффективности проведен методом численного моделирования применительно к зондированию в линии поглощения A полосы кислорода с переходом $P^{\circ}27$ с центром при $\lambda = 768,3802$ нм.

Введение

Для решения многих задач метеорологии и физики атмосферы необходима оперативная информация о профилях метеопараметров с высокими пространственным и временным разрешением и точностью. Так как эффективность лидарного зондирования температуры любым методом ограничена флюктуациями температуры и сигналов, в частности дробовыми флюктуациями, необходимо повышать энергетический потенциал и оптимизировать обработку принимаемых сигналов.

В [1–8] показана возможность оптимизации с помощью марковской фильтрации применительно к одно- и двухчастотному зондированию флюктуирующих температуры и связанных с ней параметров с использованием рэлеевского и комбинационного рассеяния в колебательно-вращательном спектре азота. В [9] эта разработка продолжена применительно к оптимизации обработки сигналов лидара дифференциального поглощения (ДП), где на основе марковской модели сглаженных лидарным импульсом высотных флюктуаций концентрации газа синтезированы уравнения фильтрации.

В данной статье марковская фильтрация применяется для оптимального выделения флюктуирующих профилей температуры при ее зондировании в линии поглощения A -полосы кислорода. Конкретные оценки проводятся применительно к зондированию на длинах волн излучения лазеров на александrite или сапфире с титаном в линии поглощения кислорода с переходом $P^{\circ}27$.

Физические предпосылки. Рассмотрим наземный моностатический лидар, излучающий импульсы с нормированной функцией мощности $f(\tau)$ на длинах волн λ_1, λ_0 , соответствующих центру линии и вне линии поглощения O_2 , и зондирующий атмосферу в высотном интервале $[h_0, h_{\max}]$. Мощность $P_{si}(h)$ сигнальной компоненты на выходе детектора в приближении однократного рассеяния на дальности h и λ_i определяется уравнением лидара.

Предполагая, что сглаживание на скользящем интервале $[h-L, h]$ существенно изменит лишь профили функций $\tilde{Y}_{gi}(0, h)$ пропускания на λ_i , обусловленного поглощением молекулярным кислородом, и связанные с ними высотные реализации характеристик поглощения и термодинамических параметров атмосферы, получим следующий вид уравнения лидара [9]:

$$P_{si}(h) = \chi_i E_0 S_a h^{-2} \beta_i(h) \frac{c}{2} Y_{ai}(0, h) Y_{ri}(0, h) J_i(h), \quad (1)$$

$$J_i(h) = \frac{2}{c} \int_0^h dh' f[2(h-h')/c] \tilde{Y}_{gi}^2(0, h'), \quad (2)$$

где χ_i — суммарный коэффициент потерь в приемной и передающей оптике; E_0 — энергия излучающего импульса; S_a — эффективная площадь приемной апертуры; Y_{ai}, Y_{ri} — функции пропускания, обусловленные аэрозольно-молекулярным рассеянием; c — скорость света; $L = c\tau_i/2$, τ_i — эффективная длительность излучаемого импульса; $\beta_i(h)$ — профиль коэффициента обратного аэрозольного и молекулярного рассеяния.

Массовый коэффициент поглощения молекул имеет вид

$$K_g(\lambda_i, h) = S_g(\lambda_i, h) f_g(v - v_0), \quad (3)$$

где $S_g(\lambda_i, h)$ — интенсивность линии поглощения, зависящая от $T(h)$, а $f_g(v - v_0)$ — профиль линии поглощения. В слое тропосферы ниже 3 км преобладающим является столкновительное уширение, при уч-

те которого для $v = v_0$ в центре линии поглощения имеем $f(0) = 1/[\pi\gamma_L(\lambda_i, h)]$, где $\gamma_L(\lambda_i, h)$ — лоренцевская полуширина линии поглощения, зависящая от профилей температуры $T(h)$ и давления $P(h)$. Для фойгтovского контура линии поглощения O_2 в [10] предложено аналитическое приближение

$$f(0) = \frac{1}{3\gamma_L(\lambda_i, h)} \left[1 - \frac{e}{10 b_{DL}} \right] \quad (4)$$

которое с точностью 0,1% справедливо в интервале высот от 0 до 2 км и 0,7% — в пределах тропосферы, $b_{DL} = (\gamma_L / \gamma_D) \sqrt{\ln 2}$, где $\gamma_D(\lambda, h)$ — полуширина доплеровского уширения.

Следуя подходу [2, 8], представим случайные значения температуры в виде $T(h) = \bar{T}(h) + \Delta\tilde{T}(h)$, где $\bar{T}(h)$ — априори известный, статистически обеспеченный средний профиль, черта означает усреднение по ансамблю флуктуаций температуры. Используя (4), можно записать соотношение, связывающее профили $K_{O_2}(\lambda_1, h)$ поглощения O_2 при произвольных $T(h)$, $P(h)$ и $\bar{K}_{O_2}(\lambda_1, h)$ при $\bar{T}(h)$, $\bar{P}(h)$. Двухчастотная методика температурного зондирования основана на измерении объемного коэффициента $\gamma_1(h; T(h), P(h))$ в максимуме линии поглощения O_2 [10, 11]. Поэтому, учитывая, что

$$\gamma_1(h; T, P) = q_0(1 - q(h)) b(h) K_{O_2}(\lambda_1, h),$$

имеем

$$\gamma_1(h; T, P) = \gamma_1(h, \bar{T}, \bar{P}) \left(\frac{\bar{T}}{T} \right)^{3/2} \exp \left\{ \frac{h_{\Pi} c}{k} E_1'' \left(\frac{1}{\bar{T}} - \frac{1}{T} \right) \right\}, \quad (5)$$

где $q_0 = 0,2095$ — объемное содержание кислорода в сухой атмосфере; $q(h)$ — объемное содержание водяного пара на высоте h ; $b(h)$ — профиль плотности воздуха; h_{Π} , k — постоянные Планка и Больцмана.

Поскольку в атмосфере $\sigma_T(h) \ll \bar{T}(h)$, где $\sigma_T(h)$ — среднеквадратическое значение $T(h)$, в (5) можно провести линеаризацию относительно естественных флуктуаций $\Delta\tilde{T}(h)$, т.е.

$$\gamma_1(h; T, P) = \gamma_1(h; \bar{T}, \bar{P}) \exp \left\{ B(h) \frac{\Delta\tilde{T}(h)}{\bar{T}(h)} \right\}, \quad (6)$$

где

$$B(h) = 1,439 \frac{E_1''}{\bar{T}(h)} - \frac{3}{2}. \quad (7)$$

В [11] показано, что до высоты 3 км для определения температуры лучше всего подходит переход P^{27} с энергией E_1'' нижнего уровня $1085,206 \text{ см}^{-1}$ и центром при $\lambda_1 = 768, 3802 \text{ нм}$. Из (7) видно, что для этого перехода при реальных $\bar{T}(h)$ в тропосфере заведомо $B(h) < 10$. Поэтому в (6) возможна дальнейшая линеаризация, при этом флуктуации $\Delta\gamma_1 = \gamma_1 - \bar{\gamma}_1$, коэффициента поглощения O_2 и $\Delta\tilde{T}(h)$ температуры связаны линейно, так как

$$\gamma_1(h; T, P) \approx \gamma_1(h; \bar{T}, \bar{P}) \left[1 + B(h) \frac{\Delta\tilde{T}(h)}{\bar{T}(h)} \right]. \quad (8)$$

Разложим $\tilde{Y}_{g1}^2(0, h) = \exp \left\{ -2 \int_0^h dh' \gamma_1(h'; T, P) \right\}$ в функциональный ряд Тейлора по профилю $\Delta\tilde{T}(h)$

в окрестности сглаженной зондирующими импульсом высотной реализации

$$\Delta T(h) = \frac{2}{c} \int_0^h dh' f[2(h - h')/c] \Delta\tilde{T}(h'). \quad (9)$$

Ввиду близости профилей $\Delta\tilde{T}(h)$ и $\Delta T(h)$, функционал (2) для длины волн λ_1 можно записать как $J_1(h) \approx \bar{Y}_{g1}^2(0, h) e^{-2\Delta\tilde{T}(0, h)}$, где $\bar{Y}_{g1}(0, h)$ — пропускание за счет поглощения кислородом при $T(h)$, $P(h)$, а

$$\Delta\tau_1(0, h) = \int_0^h dh' \gamma_1(h'; \bar{T}, \bar{P}) B(h') \Delta T(h') / \bar{T}(h') \quad (10)$$

— флуктуации оптической толщины. Поскольку оптимальная средняя оптическая толщина [11] $\bar{\tau}_1(0, h) \approx 1,1$, используя неравенство Буняковского — Шварца, можно показать, что $\sqrt{\Delta\tau_1^2(0, h)} \ll 1$.

Линеаризуя соотношение для $J_1(h)$, получаем

$$J_1(h) \approx \bar{Y}_{g1}^2(0, h)[1 - 2\Delta\tau_1(0, h)]. \quad (11)$$

Таким образом, если профили рэлеевских и аэрозольных коэффициентов обратных рассеяний и функций пропусканий детерминированные, но неизвестны функции высоты, то статистическую структуру профиля мощности $P_{s1}(h)$ определяют линейно связанные с ней флуктуации $\Delta T(h)$ температуры, эффективно сглаженные по (9) на пространственной длительности L .

Модель сигналов и шумов. Пусть $L \gg h_{kt}^h$, где h_{kt}^h — высотный радиус корреляции несглаженных флуктуаций $\Delta\bar{T}(h)$. Тогда для нормированных флуктуаций $\eta_1(\tau) = \Delta T(c\tau/2) / \sigma_T(h)$ приемлема аппроксимация в виде гауссовского марковского процесса, предложенная в [1–3]. Введем переменную состояния $\eta_2(\tau) = \Delta\tau_1(0, h) / \mu(h)$, где $\mu(h) = \sigma_T(h) / \bar{T}(h)$ — коэффициент вариации флуктуаций $T(h)$, и продифференцируем (10). Следуя [8, 9], получим, что полное статистическое описание флуктуаций температуры и связанных с ней характеристик поглощения дает двумерный вектор-процесс $\eta = \{\eta_1, \eta_2\}^T$, стохастическое дифференциальное уравнение (СДУ) для которого имеет вид

$$\frac{d\eta}{d\tau} = A(h) \eta(\tau) + w(\tau), \quad (12)$$

где $w(\tau) = \{w_1(\tau), 0\}^T$, $w_1(\tau)$ — гауссовский белый шум:

$$\langle w_1(\tau) \rangle = 0, \quad \langle w_1(\tau) w_1(\tau') \rangle = 2\alpha \delta(\tau - \tau'), \quad \alpha = 1/\tau_n, \quad$$

$$A(h) = \begin{pmatrix} -\alpha & 0 \\ c\bar{\gamma}_1(h) B(h)/2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Для данных реализаций $\eta(\tau)$ ток фотодетектора i -го канала

$$y_i(\tau) = s_i(\tau; \eta, \mathbf{u}_i) + n_i(\tau), \quad (13)$$

где s_i — средний по ансамблю дробовых флуктуаций ток сигнала,

$$s_i(\tau; \eta, \mathbf{u}_i) = \bar{s}_i(\tau; \mathbf{u}_i) (1 + \mathbf{C}^T \eta), \quad \mathbf{C} = \{0, -2\mu(h)\}^T,$$

$$\bar{s}_i(\tau; \mathbf{u}_i) = \xi_i \bar{P}_{si}(h), \quad \xi_i = \frac{\chi_d q_e}{h_\Pi c} \lambda_i, \quad \mathbf{u}_i = \{\beta_i, Y_{\Sigma i}\},$$

$Y_{\Sigma i} = Y_{ai} Y_{Ri} \bar{Y}_{gi}$, q_e — заряд электрона, $n_i(\tau)$ — гауссовский процесс с нулевым средним, включающий дробовые флуктуации сигнала, фона и темнового тока i -го канала. При условии $\Pi_i \tau_n \gg 1$, где Π_i — полоса последетекtorного фильтра i -го канала, процесс $n_i(\tau)$ можно считать белым со спектральной плотностью

$$N_{0i}/2 = q_e [\bar{s}_i + \xi_i P_{\phi i} + s_{\tau i}],$$

$P_{\phi i}$, $s_{\tau i}$ — мощность фона на входе и темновой ток i -го детектора, χ_d — квантовая эффективность фотодетектора.

Уравнения фильтрации. Найдем обработку фототоков $\mathbf{y}(\tau) = \{y_i(\tau)\}$, $i = 0, 1$, доставляющую оптимальную (в смысле максимума апостериорной плотности вероятности) оценку реализации $\eta(\tau)$. В силу приведенных выше предположений, необходимо одновременно оценивать неизвестные профили \mathbf{u}_i . Следуя [5, 7, 8], априорную неопределенность относительно \mathbf{u}_i преодолеем «вариантом максимального правдоподобия», который в данном случае при аддитивных гауссовых шумах сводится к решению уравнения

$$y_0(\tau) = \tilde{s}_0(\tau; \tilde{\mathbf{u}}_0). \quad (14)$$

где $\tilde{\mathbf{u}}_0$ оценка \mathbf{u}_i на λ_0 . Необходимо заметить, что (14) получено при условии, что поглощением O_2 на λ_0 можно пренебречь. Ввиду близости λ_0 и λ_1 , можно пренебречь спектральной зависимостью коэффициентов аэрозольного и молекулярного рассеяния и тем самым использовать полученные на λ_0 оценки $\tilde{\mathbf{u}}_0$ для обработки сигналов на λ_1 .

Применяя гауссовскую аппроксимацию апостериорной плотности вероятности η , придем к системе уравнений Калмана — Бьюси квазиоптимальной фильтрации [5, 12]:

$$\dot{\eta}^* = A(h) \eta^* + \frac{2}{N_1} K \mathbf{C} [y_1(\tau) - \tilde{s}_1(\tau)(1 - 2\mu(h) \eta_1^+)], \quad (15)$$

$$\dot{K} = AK + KA^T + b - \frac{2\tilde{s}_1^2}{N_1} K \mathbf{C} \mathbf{C}^T K, \quad (16)$$

которую необходимо дополнить уравнением (14) для оценки \tilde{s}_0 и тем самым $\tilde{s}_1 = \tilde{s}_0 \bar{Y}_g^2$, где $K = \langle (\eta - \eta^*)(\eta - \eta^*)^T \rangle$ — апостериорная матрица η , $b = \{b_{ij}\}$ — матрица коэффициентов диффузии, $b_{11} = 2\alpha$, $b_{ij} = 0$ при $(i, j) \neq (1, 1)$. Начальные условия задаются в $\tau_0 = 2h_0/c$: $\eta^*(\tau_0) = 0$, $K_{11}(\tau_0) = 1$, $K_{ij}(\tau_0) = 0$ при $(i, j) \neq (1, 1)$.

Оптимальная обработка состоит в совместном решении системы (14)–(16) по мере поступления выборочных данных $y_i(\tau)$ с использованием априорно заданных профилей $\bar{T}(h)$, $\sigma_T(h)$, $\gamma_1(h; T, \bar{P})$ и т.д., начальных условий и подходящего конечно-разностного метода. Решение этой системы дает оптимальную оценку η_1^* и тем самым — оценку профиля $T(h)$:

$$T^*(h) = \bar{T}(h)[1 + \mu(h) \eta_1^*(\tau)]. \quad (17)$$

Анализ эффективности фильтрации. Если вместо оценки \tilde{s}_1 использовать ее среднее значение или профиль, построенный на основе оптической модели атмосферы, то (16) не зависит от принятых реализаций $\bar{y}(\tau)$ и его можно анализировать априори. Как показатель эффективности фильтрации рассмотрим зависимость дисперсии оценки температуры от высоты. Согласно (17)

$$D[T^*(h)] = \mu^2(h) \bar{T}^2(h) D[\eta_1^*(\tau)], \quad (18)$$

где $D[\eta_1^*(\tau)] = K_{11}(\tau)$ — соответствующий диагональный элемент матрицы K , удовлетворяющий уравнению (16). В свою очередь из (18) можно получить соотношение для $K_{11}(h = ct/2)$ в следующем виде:

$$K_{11}(h) = D[T^*(h)]/D[T(h)], \quad K_{11}(h) = D[T^*(h)]/D[T(h)],$$

так как $D[T(h)] = \mu^2(h) \bar{T}^2(h)$. Таким образом, $K_{11}(h)$ является отношением апостериорной дисперсии оценки $T^*(h)$ к априорной дисперсии флюктуирующего профиля $T(h)$ температуры.

Основные закономерности динамики эффективности фильтрации можно проанализировать, если для $K_{12}(h)$ записать приближение

$$K_{12}(h) \simeq \bar{\gamma}_1(h) LB(h) K_{11}(h),$$

которое справедливо для $L \ll h - h_0$. В этом случае уравнение для $K_{11}(h)$ можно интегрировать независимо от других уравнений системы (16). В результате, аналогично [9], имеем

$$\frac{dK_{11}(h)}{dh} = -\frac{2}{L} [K_{11}(h) - 1 + Q(h; \lambda, E_1'') K_{11}^2(h)], \quad (19)$$

где

$$Q(h; \lambda, E_1'') = \frac{4\bar{s}_1^2(h) \mu^2(h)}{N_1 \alpha} [\bar{\gamma}_1(h) L]^2 B^2(h). \quad (20)$$

Величину $Q(h; \lambda, E_1'')$, значение которой определяет эффективность фильтрации, назовем обобщенным отношением сигнал/шум, аналогично тому, как это было сделано в цикле наших предыдущих работ [1–9].

Однако если при зондировании T по упругому и комбинационному рассеянию обобщенное отношение сигнал-шум зависит от отношения сигнал-шум на λ_1 за счет упругого рассеяния (член

$\bar{s}_1^2 / (N_1 \alpha)$) и коэффициента вариации $\mu(h)$, то в данном случае оно зависит еще и от оптической толщины (член $\bar{y}_1(h)L$) дифференциального поглощения на $[h-L, h]$ и энергии E_1'' нижнего уровня выбранного перехода (член $B(h)$).

Фильтрация имеет смысл лишь для тех высот, где $K_{11}(h) \ll 1$, что возможно только при $Q \gg 1$ [1–9]. Для анализа высотной зависимости $Q(h; \lambda, E_1'')$ в режиме ограничения дробовыми шумами сигнала проведены расчеты профилей $Q(h; \lambda, E_1'')$ на примере перехода P^p27 с центром линии поглощения O_2 на $\lambda_1 = 768,3802$ нм. Источником излучения может быть лазер на кристаллах александрита или сапфира с титаном, оптико-метеорологические модели атмосферы задавались, по Мак-Клатчи [13]. Ниже приведены параметры лидара [14], используемые в расчете.

Длина волны, нм	768,3802
Энергия в импульсе, мДж	100
Частота повторения импульсов, Гц	10
Длительность импульсов, мкс	0,66; 1,33
Диаметр приемной апертуры, м	0,5
Ширина линии излучения, см ⁻¹	0,02
Квантовая эффективность фотодетектора	0,24

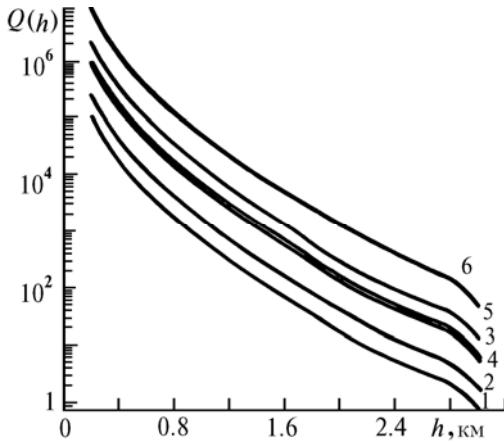


Рис. 1. Профили обобщенного отношения сигнал-шум $Q(h)$ за $\Delta t_d = 1$ мин: при $L = 100$ м кривая 1— $\mu = 0,33 \cdot 10^{-2}$, 2— $0,5 \cdot 10^{-2}$, 3— 10^{-2} ; при $L = 200$ м кривая 4— $\mu = 0,33 \cdot 10^{-2}$, 5— $0,5 \cdot 10^{-2}$, 6— 10^{-2}

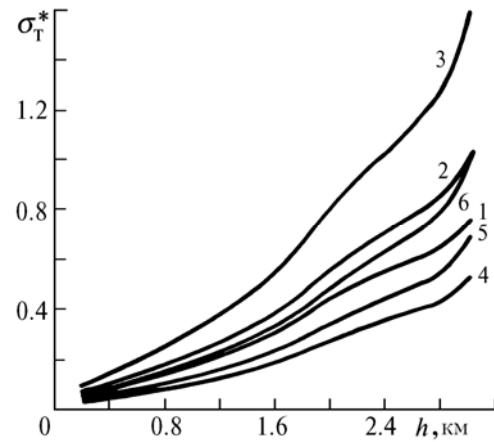


Рис. 2. Профили ошибок оптимального восстановления $T(h)$ при тех же параметрах (см. рис. 1)

На рис. 1 приведены профили $Q(h)$ для различных значений энергии E_0 излучаемых импульсов, пространственного разрешения L лидара, числа $M = f_n \Delta t_d$, зондируемых импульсов, где f_n — частота повторения импульсов, Δt_d — время одного зондирования. Видно, что при реальных параметрах лидара необходимые значения обеспечиваются даже до высоты 3 км.

Приняв в (19) $dK_{11}/dh = 0$, запишем решение $K_{11}(h)$ квадратного уравнения относительно $\bar{K}_{11}(h)$ в следующем виде [8, 9]:

$$\bar{K}_{11}(h) = \frac{1}{2Q(h)} \{ \sqrt{1 + 4Q(h)} - 1 \}. \quad (21)$$

Случайная погрешность $\sigma_T^* = \sqrt{D(I^*)}$ оптимальной оценки температуры равна

$$\sigma_T^* = \sigma_T(h) \sqrt{\bar{K}_{11}(h)}, \quad (22)$$

поэтому, используя полученные значения $Q(h)$, были определены (согласно (21)) профили $K_{11}(h)$ и по (22) погрешности σ_T^* восстановления $T^*(h)$, которые приведены на рис. 2. Видно, что оптимизация обработки с применением алгоритма фильтрации Калмана—Бьюси обеспечит эффективное восстановление флюктуирующих профилей температуры, если не учитывать различного рода систематические ошибки, анализ которых проведен в [11].

Заключение

Синтезирован алгоритм фильтрации Калмана—Бьюси, позволяющий оптимизировать обработку сигналов лидара ДП в токовом режиме при зондировании в тропосфере до высоты 3 км. Показано,

что эффективность фильтрации пространственных реализаций температуры зависит от обобщенного отношения сигнал-шум (введенного в статье), которое аккумулирует все факторы, определяющие эффективность применения метода.

Автор благодарит Г.Н. Глазова за полезные замечания и предложения и Н.А. Шефер за помощь в проведении некоторых расчетов.

1. Glazov G.N., Igonin G.M. // Abstract of papers of 12 ILRC Aix-En-Provance. France. 13–17 aug. 1984. P. 125–126.
2. Глазов Г.Н., Глазов Ген.Н., Игонин Г.М. // Автометрия. 1985. № 4. С. 46–51.
3. Zuev V.E., Glazov G.N., Igonin G.M. // Abstracts of papers of 13 ILRC. Toronto. Canada, 1986. P. 117–118.
4. Игонин Г.М. // Оптико-метеорологические исследования земной атмосферы. Новосибирск: Наука, 1987. С. 150–162.
5. Глазов Г.Н., Игонин Г.М. / Там же. С. 163–172.
6. Игонин Г.М. // Там же. С. 172–178.
7. Глазов Г.Н., Игонин Г.М. // Исследование Земли из космоса. 1987. № 2. С. 51–56.
8. Игонин Г.М. Оптимальная фильтрация сигналов в лазерном зондировании атмосферы. Дис. ... канд. физ.-мат. наук. Томск: ИОА СО РАН, 1989. 227 с.
9. Глазов Г.Н., Игонин Г.М. // Оптика атмосферы и океана. 1992. Т. 5. № 6. С. 658–666.
10. Kalshoven J.K., Korb C.L., Schwemmer G.K. // Appl. Opt. 1981. V. 20. № 11. P. 1967–1971.
11. Гроссман Б. Исследование методом спектроскопии лазерного поглощения в непрерывном и импульсном режимах молекул воды и кислорода. Применение для зондирования атмосферы. М.: ВЦП, 1988. 194 с.
12. Тихонов В.И. Оптимальный прием сигналов. М.: Радио и связь, 1983. 320 с.
13. Mc Clatchey R.A., Fenn R.W., Selby J.E.A. et al. Optical Properties of the Atmosphere. Report AFCRL-71-0279 AFCRL, Bedford, Mass 1971. 86 p.
14. Schwemmer G.K., Domrowsky M., Korb C.L. // IGARSS'80, 1980. № 1. P. 26–29.

Институт оптики атмосферы СО РАН,
Томск

Поступила в редакцию
27 июля 1992 г.

G. M. Igonin. Kalman Bussi Filtration in Application to DIAL Temperature Measurements.

A possibility of using optimal Markovian filtration in DIAL sensing of the atmosphere up to 3 km altitude is shown based on a stochastic model of temperature fluctuations smoothed by laser pulse. Kalman-Bussi algorithms for optimal estimation of a fluctuating temperature profile and its variance are synthesized. Analysis of the filtration efficiency is carried out numerically in application to DIAL technique of temperature measurements using the A-absorption band of oxygen (P^{27} transmition at $\Lambda = 768.3802$ nm).