

## РАСПРОСТРАНЕНИЕ ОПТИЧЕСКИХ ВОЛН

УДК 621.373.628.551.510.3

**В.А. Банах<sup>1</sup>, Д.С. Рычков<sup>1</sup>, В.В. Жмылевский<sup>2</sup>, В.В. Морозов<sup>2</sup>**

# Средняя мощность частично когерентного лазерного пучка, рассеянного на атмосферном слое

<sup>1</sup>Институт оптики атмосферы СО РАН, г. Томск

<sup>2</sup>ОАО «НПО «Алмаз», г. Москва

Поступила в редакцию 26.06.2007 г.

Представлены результаты исследования поведения средней мощности частично когерентного лазерного излучения, рассеянного на атмосферном слое. Рассмотрена совмещенная оптическая схема приемопередающего канала с кольцевой выходной и круглой приемной апертурами. Показано, что величина средней мощности рассеянного излучения зависит от пространственной когерентности поля исходного пучка и испытывает вариации за счет дифракции на выходной апертуре при изменении расстояния до рассеивающего слоя.

При распространении в атмосфере лазерные пучки испытывают искажения вследствие турбулентных флуктуаций показателя преломления воздуха. Для коррекции этих искажений в современных оптических системах предусматривается контур обратной связи с опорными источниками, излучение которых несет информацию об искажениях волн на трассе распространения и используется для адаптивного управления параметрами распространяющихся лазерных пучков. В качестве опорных источников обычно используются либо специальные искусственные отражатели, либо независимые лазерные источники света.

Наряду с турбулентными искажениями, возникающими при распространении в атмосфере, лазерное излучение большой мощности испытывает фазовые флуктуации и неконтролируемые искажения поля на участке формирования выходного пучка от источника до передающей апертуры, что ухудшает пространственную когерентность лазерных пучков и приводит к их дополнительному уширению и снижению эффективности передачи лазерной энергии на заданное расстояние. При распространении вдоль высотных трасс эти «собственные» флуктуации лазерного излучения могут превалировать над атмосферными искажениями и задача их устранения становится первостепенной. Для коррекции искажений лазерного пучка, возникающих на этапе формирования, в работе [1] в качестве источника опорной волны предложено использовать естественную «мишень» – атмосферный аэрозоль. Рассейнное аэрозольными частицами излучение распространяющегося лазерного пучка несет информацию об его искажениях и может использоваться для управления выходными параметрами пучка.

В данной статье представлены результаты расчета средней принимаемой мощности (потока интенсивности) рассеянного на атмосферном слое частично когерентного импульсного лазерного излучения в зависимости от угловой расходимости освещ-

ящего пучка и пространственной когерентности начального поля. Расчеты проведены для совмещенной оптической схемы приемопередающего канала с кольцевой выходной и круглой приемной апертурами. В качестве модели искажений начального поля использована модель фазового экрана с гауссовой функцией корреляции фазы.

## 1. Расчетные соотношения

Пусть оптическая система имеет совмещенный приемопередающий тракт и источник импульсного действия (см., например, [2, рис. 1], а также [3]). Будем считать, что управляющий сигнал для коррекции искажений вырабатывается на основе измерений средней мощности  $P_s$  излучения, обратнорассейнного на атмосферном слое, расположенным на расстоянии  $z$  от источника. Лазер освещает аэрозольный слой через выходную кольцевую апертуру с радиусами  $a, b = a/M$ ,  $M > 1$  – численный коэффициент. Формируемое выходной апертурой поле имеет кривизну волнового фронта  $F$  с угловой полурасходимостью пучка  $\alpha = a/F$ . Прием рассеянного излучения осуществляется на круглую апертуру с радиусом  $a_0$  и фокусным расстоянием  $f$ , в фокальной плоскости которой находится фотодетектор радиуса  $a_d$ . Рассеяние происходит в тонком слое толщиной  $\Delta z$ , так что  $\Delta z \ll z$ , заполненном случайнym образом частицами размерами меньше длины волны излучения  $r_s < \lambda$ .

Поле частично когерентного пучка на выходной апертуре представим в следующем виде:

$$U(\rho) = A \exp \left[ i \frac{k\rho^2}{2F} + i\phi(\rho) \right], \quad (1)$$

где  $A$  – амплитуда поля;  $e^{i\phi(\rho)}$  – фазовый экран;  $\phi(\rho)$  – случайная фаза с нулевым средним значением и гауссовой корреляционной функцией

$$\langle \phi(\rho_1) \phi^*(\rho_2) \rangle = B_s(\rho_1 - \rho_2) = \sigma^2 e^{-(\rho_1 - \rho_2)^2 / 2l^2};$$

$\sigma^2$  – дисперсия флюктуаций фазы;  $l$  – масштаб ее корреляции; угловые скобки означают усреднение по ансамблю. Модель (1) однозначно определяет радиус пространственной когерентности поля источника  $\rho_c$  [4]. В дальнейшем мы будем опускать множитель  $A$ .

Поле освещдающего пучка на расстоянии  $z$  в параболическом приближении определяется интегралом [5]:

$$U(\mathbf{R}, z) = \frac{\exp(ikz + ikR^2/2z)}{i\lambda z} \int_{S_{ab}} U(\rho) \exp\left(\frac{ik}{2z}(\rho^2 - 2\mathbf{R}\rho)\right) d\rho, \quad (2)$$

где  $S_{ab}$  – поверхность выходной кольцевой апертуры;  $z$  – продольная координата;  $\mathbf{R}$  – поперечный радиус-вектор в плоскости, перпендикулярной направлению распространения.

Наличие фазовых флюктуаций в начальном поле влияет на среднюю величину принимаемой мощности через среднюю интенсивность освещдающего пучка. В соответствии с (1), (2) средняя интенсивность поля на рассеивающем слое записывается в виде

$$\begin{aligned} \langle I_i(\mathbf{R}, z) \rangle &= \frac{1}{\lambda^2 z^2} \int_{S_{ab}} \int_{S_{ab}} \langle U(\rho_1) U^*(\rho_2) \rangle \times \\ &\times \exp\left(\frac{ik}{2z}[\rho_1^2 - \rho_2^2 - 2\mathbf{R}(\rho_1 - \rho_2)]\right) d\rho_1 d\rho_2, \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$\langle U(\rho_1) U^*(\rho_2) \rangle = U_0(\rho_1) U_0^*(\rho_2) \exp\left\{-\frac{1}{2} D_s(\rho_1, \rho_2)\right\}, \quad (4)$$

$$D_s(\rho_1, \rho_2) = 2[B_s(0) - B_s(\rho_1, \rho_2)]$$

– структурная функция фазы начального поля.

При условии  $r_s < \lambda$  интенсивность обратнорассеянного на атмосферном слое импульсного излучения, принимаемого в фокальной плоскости линзы  $z = -f$ , согласно работам [2, 3] представляется в виде

$$\langle I_s(\rho_0, f) \rangle = \frac{\sigma_s}{\lambda^2 f^2} \int d\mathbf{R} \langle I_i(\mathbf{R}, z) \rangle I_r(\mathbf{R}, \rho_0, z), \quad (5)$$

где  $\sigma_s = \frac{\alpha_s^2}{4\pi}$  – сечение обратного рассеяния;  $\alpha_s$  – амплитуда рассеяния, и функцию

$$I_r(\mathbf{R}, \rho_0, z) = \frac{1}{z^2} \left| \int_{S_{a0}} d\rho' \exp\left\{ik\left(\frac{\rho'^2}{2z} - \frac{\rho_0 \rho'}{f} - \frac{\rho' \mathbf{R}}{z}\right)\right\} \right|^2 \quad (6)$$

можно трактовать как интенсивность коллимированного пучка с эффективным радиусом, равным радиусу приемной линзы, который распространяется из плоскости приемопередатчика в направлении рассеивающего слоя под углом  $\rho_0/f$ ;  $S_{a0}$  – поверхность приемной линзы.

Средняя мощность принимаемого рассеянного излучения есть интеграл от интенсивности (5) по площади фотодетектора  $S_d$ :

$$P_s(f) = \int_{S_d} d\rho_0 \langle I_s(\rho_0, f) \rangle. \quad (7)$$

Ниже переменную  $f$  в формуле (7) для величины  $P_s(f)$  будем опускать, считая, что фотодетектор всегда расположен в фокальной плоскости.

## 2. Средняя мощность рассеянного излучения

Интегралы (3), (6) имеют конечные области интегрирования  $S_{ab}$ ,  $S_{a0}$ , их вычисление удобнее провести с применением численной процедуры быстрого преобразования Фурье, воспользовавшись тем, что интеграл (5) представляет собой интеграл свертки функций (3) и (6) [2].

Запишем среднюю интенсивность (5) и среднюю принимаемую мощность (7) рассеянного на слое излучения в следующем виде:

$$\langle I_s(\rho_0, f) \rangle = \frac{\sigma_s}{\lambda^2 f^2} \int_{-\infty}^{+\infty} ds \Phi_i(s, z) \Phi_r(s, \rho_0, z) \exp\left(2\pi i s \rho_0 \frac{z}{f}\right), \quad (8)$$

$$P_s = \frac{\sigma_s}{\lambda^2 z^2} \int_{S_d(z)} d\mathbf{r}_0 \int_{-\infty}^{+\infty} dr \Phi_i(s, z) \Phi_r(s, \mathbf{r}_0, z) \exp(2\pi i s \mathbf{r}_0), \quad (9)$$

где  $\Phi_i(s, z)$ ,  $\Phi_r(s, \mathbf{r}_0, z)$  – спектры интенсивностей (3), (6);

$$\mathbf{r}_0 = \rho_0 \frac{z}{f}; \quad S_d(z) = S_d \frac{z^2}{f^2}$$

– геометрическая проекция фотодетектора на рассеивающий слой.

Алгоритм вычисления спектров интенсивностей (3), (6) рассмотрим на примере интенсивности освещдающего пучка (3), так как для интенсивности «вторичного» пучка (6) спектр вычисляется аналогично. По определению, спектр интенсивности  $\langle I_i(\mathbf{R}, z) \rangle$  есть

$$\Phi_i(s, z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} d\mathbf{R} \langle I_i(\mathbf{R}, z) \rangle \exp(-2\pi i \mathbf{R}s). \quad (10)$$

Подстановка выражения для  $\langle I_i(\mathbf{R}, z) \rangle$  (3) в (10) дает дельта-функцию Дирака  $\delta(\lambda z s + \rho_1 - \rho_2)$  для интеграла по переменной  $\mathbf{R}$ , т.е.

$$\begin{aligned} \Phi_i(s, z) &= \int_{S_{ab}} \int_{S_{ab}} d\rho_1 d\rho_2 \delta(\lambda z s + \rho_1 - \rho_2) \times \\ &\times \exp\left(\frac{ik\mu}{2z}(\rho_1^2 - \rho_2^2) + \sigma^2 \left[ \exp\left(-\frac{(\rho_1 - \rho_2)^2}{2l^2}\right) - 1 \right]\right), \end{aligned} \quad (11)$$

где  $\mu = 1 - z/F$ .

Область интегрирования  $S_{ab}$  в (11) есть поверхность кольца (выходная апертура), и прямое вычисление этого интеграла при подстановке  $\rho_2 = \lambda z s + \rho_1$  представляет собой довольно сложную задачу. Однако если каждый интеграл по  $S_{ab}$  в (11) записать как разность двух интегралов по поверхностям кругов  $a$  и  $b$  с радиусами  $S_a$  и  $S_b$ , т.е.

$$\int_{S_{ab}} \int_{S_{ab}} = \int_{S_a} \int_{S_a} - \int_{S_b} \int_{S_b} + 2\operatorname{Re} \left[ \int_{S_a} \int_{S_b} \right], \quad (12)$$

то легко прийти к общей для всех интегралов в (12) формуле. Введем вспомогательную функцию  $f_x$  – форм-фактор круга, где  $x$  – его радиус,  $f_x(\rho_j) = 0$ , если точка интегрирования находится вне поверхности круга,  $|\rho_j| > x$ , и  $f_x(\rho_j) = 1$ , если внутри круга,  $|\rho_j| < x$ ,  $j = 1, 2$ . Тогда, с использованием функции  $f_x$  для перехода к бесконечным пределам интегрирования в (12), после замены  $r_{1,2} = r \mp \frac{\lambda z s}{2}$  любой из трех двойных интегралов  $\Phi_{i,ab}(s, z)$  в правой части (12) по любой паре поверхностей  $S_a S_a$ ,  $S_b S_b$ ,  $S_a S_b$  представляется в виде

$$\begin{aligned} \Phi_{i,ab}(s, z) = & \exp \left( \sigma^2 \left[ \exp \left( -\frac{1}{2} \left( \frac{\lambda z s}{l} \right)^2 \right) - 1 \right] \right) \times \\ & \times \int_{-\infty}^{+\infty} dr f_a \left( r - \frac{\lambda z s}{2} \right) f_b \left( r + \frac{\lambda z s}{2} \right) \exp(2\pi i \mu rs). \end{aligned} \quad (13)$$

Воспользовавшись тем, что вектор пространственной частоты  $s = e_\perp s_\perp + e_\parallel s_\parallel$ , где  $e_\perp$ ,  $e_\parallel$  – единичные орты, может быть ориентирован произвольно, положим  $s_\perp = 0$ ,  $s_\parallel = |s| = s$  и избавимся таким образом от одной из переменных интегрирования в показателе экспоненты. В результате интеграл в (13) по этой переменной вычисляется аналитически, а по оставшейся – численно. Подстановка результатов вычисления интегралов типа (13) в (12) позволяет рассчитать интеграл по поверхности кольца  $S_{ab}$  с внешним и внутренним радиусами  $a$  и  $b$  и тем самым найти спектр  $\Phi_i$  (11). В случае приемной апертуры  $a = b = a_0$ , вместо суммы интегралов в (12) остается одно слагаемое.

Сценарий (12), (13) вычисления спектров использовался при расчете средней мощности рассеянного сигнала на слое в плоскости  $z$  по формуле

$$\begin{aligned} P_s = & \frac{\sigma_s}{\lambda^2 z^2} \sum_{n'=0}^{N-1} \sum_{m'=0}^{N-1} S'_d(z, n'\Delta r_0, m'\Delta r_0) \times \\ & \times \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} \Phi_i(m\Delta s, n\Delta s, z) \Phi_r(m\Delta s, n\Delta s, z) \times \\ & \times \exp \left[ 2\pi i \left( \frac{mm'}{N} + \frac{nn'}{N} \right) \right] (\Delta s \Delta r_0)^2, \end{aligned} \quad (14)$$

где  $N$  – число узлов расчетной сетки;  $\Delta r_0$  и  $\Delta s$  – пространственное разрешение и разрешение по пространственным частотам. В продольном направлении расчет по формуле (14) проводился с таким шагом, чтобы разрешать осцилляции средней интенсивности освещдающего пучка  $\langle I_i \rangle$ , возникающие на «дифракционном» участке трассы  $[0, z_d]$ , где  $z_d = a^2(1 - M^{-2})/\lambda$  – эффективная дифракционная длина для кольцевой выходной апертуры.

### 3. Результаты расчетов

Изменение величины  $\langle I_i \rangle$  на оси пучка вдоль трассы распространения показано на рис. 1, где  $I_0$  – начальная интенсивность поля на кольцевой апертуре в отсутствие флюктуаций.

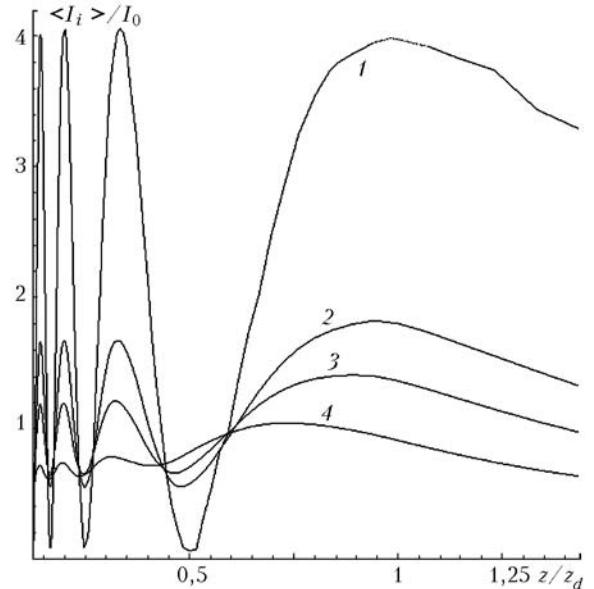


Рис. 1. Средняя интенсивность на оси коллимированного освещдающего пучка, кольцевая выходная апертура  $M = 3$ ; 1 – без флюктуаций, 2–4 –  $\rho_c/a = 0,6; 0,42; 0,3$

Из рис. 1 следует, что с появлением флюктуаций начального поля амплитуда дифракционных изменений интенсивности на оси освещдающего пучка уменьшается. В поперечной плоскости дифракционная картина распределения интенсивности размывается при неполной пространственной когерентности поля на выходной апертуре источника, и происходит уширение кольцевого пучка (рис. 2).

Распределение интенсивности обратнорассеянного излучения в фокальной плоскости приемного телескопа в зависимости от расстояния до рассеивающего слоя показано на рис. 3, а. Из рис. 3 видно, что дифракционные изменения интенсивности освещдающего пучка приводят к аналогичным вариациям интенсивности рассеянного излучения в плоскости  $z = -f$ . При этом фотодетектор, в зависимости от угла его поля зрения  $\alpha_0 = a_d/f$ , перехватывает лишь часть дифракционной картины в фокальной плоскости, если расстояние  $z$ , на котором находится рассеивающий слой, меньше расстояния  $z_{\alpha_0}$  (рис. 3, б).

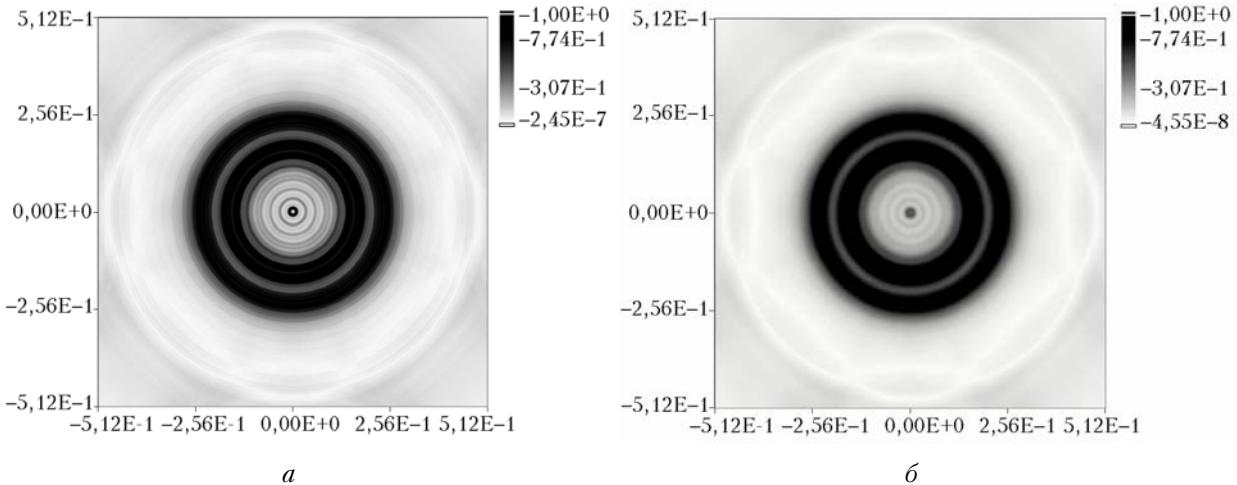


Рис. 2. Распределение интенсивности коллимированного освещивающего пучка на расстоянии  $z/z_d = 0,0625$ :  $a$  – без флуктуаций;  $b$  –  $\rho_c/a = 0,42$

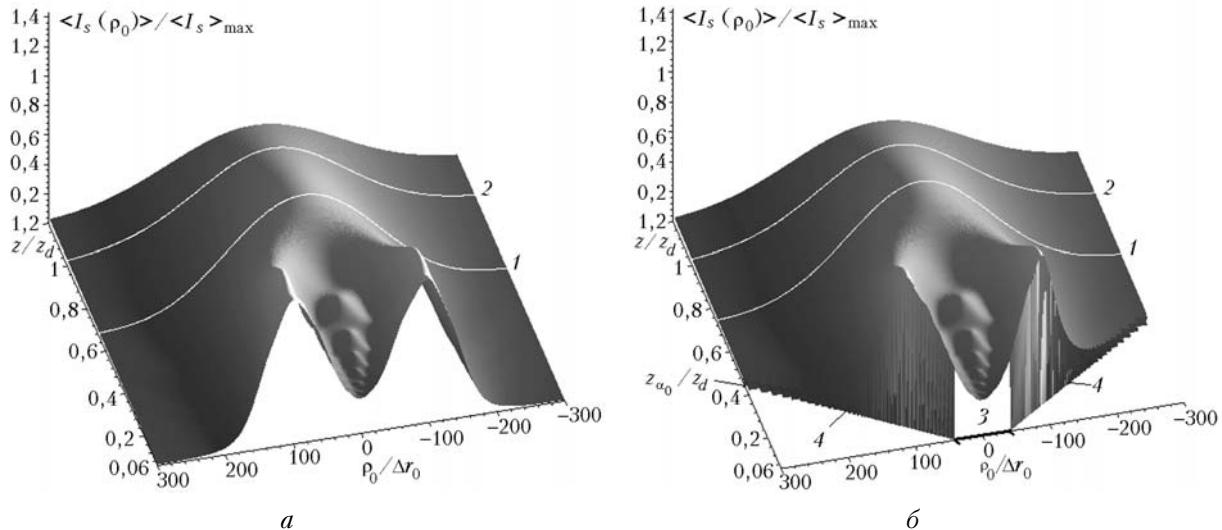


Рис. 3. Распределение интенсивности  $\langle I_s(\rho_0, f) \rangle / \langle I_s \rangle_{\max}$  обратнорассеянного излучения коллимированного пучка в фокальной плоскости приемного объектива в зависимости от расстояния  $z$  до рассеивающего слоя.  $\langle I_s \rangle_{\max}$  – максимальное значение интенсивности; 1 – последний максимум на оптической оси; 2 – дифракционная длина выходной апертуры  $z_d$ ; 3 – проекция фотодетектора на расстоянии  $z = 0,06z_d$ , нормированная на пространственный шаг расчетной сетки; 4 – границы проекции фотодетектора при удалении рассеивающего слоя; угол поля зрения фотодетектора  $\alpha_0 = 5 \cdot 10^{-5}$  рад

На рис. 4 представлены результаты расчета средней принимаемой мощности рассеянного излучения коллимированного пучка как функции расстояния до рассеивающего слоя при постоянном угле поля зрения приемника и различной пространственной когерентности начального поля.

Значения  $P_s(z)$  на рис. 4 нормируются на максимальное значение средней принимаемой мощности  $P_{s\max}$  в отсутствие флуктуаций начального поля. Видно, что средняя принимаемая мощность  $P_s = P_s(z)$  как функция расстояния до слоя сначала растет с увеличением  $z$  до некоторого максимального значения, а затем убывает. С увеличением расстояния до рассеивающего слоя все большую часть дифракционного распределения интенсивности в фокальной плоскости (см. рис. 3, б) перехватывает фотодетек-

тор, и  $P_s$  растет. Однако это происходит лишь до тех пор, пока ослабление интенсивности рассеянного излучения с увеличением  $z$  не начинает сказываться на принимаемой мощности в большей степени, чем увеличение последней за счет более полного перехвата фокального пятна фотодетектором. Ухудшение пространственной когерентности приводит, с одной стороны, к размытию дифракционной картины и к увеличению площади засветки в центре дифракционной картины, а с другой – к большему ослаблению интенсивности рассеянного излучения за счет дополнительной расходимости освещивающего слоя лазерного пучка. Как следствие, расстояние до рассеивающего слоя, при котором принимаемая средняя мощность максимальна, уменьшается.

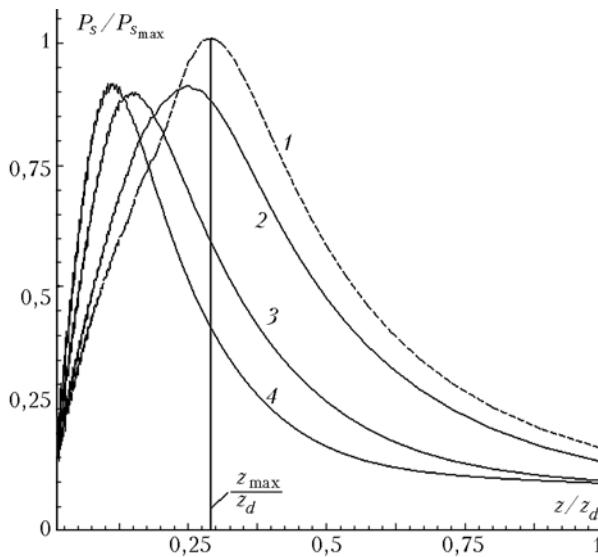


Рис. 4. Средняя принимаемая мощность как функция расстояния до рассеивающего слоя при разных флюктуациях начального поля. Коллимированный освещдающий пучок: 1 — когерентный источник; 2—4 соответствуют радиусу пространственной когерентности  $\rho_c = 4; 1,8$  и  $1,3$  см

При малых углах поля зрения фотодетектора, когда перехватывается лишь приосевая область дифракционной картины в фокальной плоскости, величина средней принимаемой мощности начинает колебаться при изменении  $z$  в соответствии с вариациями интенсивности принимаемого рассеянного излучения в центре фотодетектора (см. рис. 3). Рис. 5 иллюстрирует изменение принимаемой средней мощности в зависимости от расстояния до рассеивающего слоя в случае малых углов поля зрения фотодетектора.

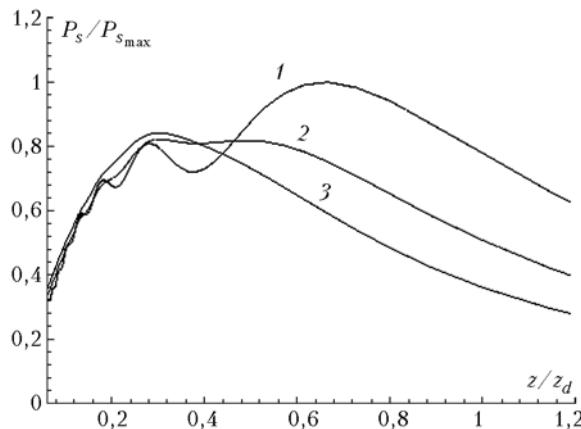


Рис. 5. Принимаемая мощность обратнорассеянного излучения коллимированного пучка как функция расстояния  $z$  до рассеивающего слоя при малом поле зрения приемника;  $\alpha_0 = 2 \cdot 10^{-7}$  рад. Кривая 1 — когерентный источник; 2 —  $\rho_c = 4,8$  см; 3 —  $\rho_c = 2,7$  см;  $P_{s_{\max}}$  — максимальное значение принимаемой мощности для когерентного источника

Рис. 6 демонстрирует изменение принимаемой средней мощности  $P_s$  в зависимости от угла рас-

крыва выходной апертуры  $\alpha = a/F$  при различной пространственной когерентности начального поля.

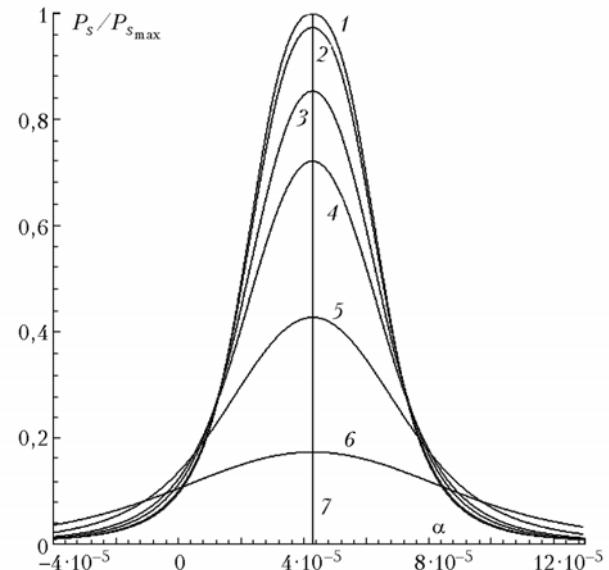


Рис. 6. Зависимость принимаемой мощности  $P_s(\alpha)$  обратнорассеянного излучения от угла раскрыва  $\alpha$  выходной апертуры и радиуса когерентности  $\rho_c$  поля на выходной апертуре: кривая 1 — когерентный источник; 2 —  $\rho_c = 4,8$  см; 3 — 2,7; 4 — 1,8; 5 — 1 см; 6 — 5,7 мм; 7 — точка фокусировки пучка на рассеивающем слое

Из рис. 6 следует, что независимо от пространственной когерентности поля на выходной апертуре средняя принимаемая мощность максимальна при фокусировке освещдающего пучка на слой, когда  $F = z$ . Влияние начальной пространственной когерентности поля на среднюю принимаемую мощность также наиболее существенно в узком диапазоне углов раскрыва передающей апертуры вблизи угла  $\alpha = a/z$ , определяемого расстоянием до рассеивающего слоя.

### Заключение

Из результатов, представленных на рис. 4—6, следует, что средняя мощность рассеянного излучения зависит от пространственной когерентности начального поля и изменяется за счет дифракционного изменения интенсивности освещдающего пучка при варьировании расстояния до рассеивающего слоя. Независимо от начальной когерентности поля принимаемая средняя мощность максимальна, если угол раскрыва передающей апертуры соответствует фокусировке освещдающего пучка на рассеивающий слой и, следовательно, концентрация энергии лазерного пучка на заданном расстоянии максимальна. Зависимость средней принимаемой мощности рассеянного излучения от пространственной когерентности начального поля позволяет использовать рассеянное излучение для замыкания контура обратной связи при коррекции искажений лазерных пучков.

1. Zhmylevski V.V., Ignatiev A.B., Konyaev Yu.A., Morozov V.V. To the problem of backscattered radiation using for closing of adaptive loop // The XI Joint Int. Sympos. «Atmospheric and Ocean Optics. Atmospheric Physics»: Abstracts. Tomsk, 2004. P. 92.
2. Банах В.А. Моделирование изображения подсвечиваемого лазером рассеивающего слоя в турбулентной атмосфере // Оптика атмосф. и океана. 2007. Т. 20. № 4. С. 303–307.
3. Banakh V.A., Rytchkov D.S., Falits A.V. Computer simulation of a partially coherent laser beam backscattering in atmosphere // Proc. SPIE. 2005. V. 6160. Р. 153–159.
4. Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Тамарский В.И. Введение в статистическую радиофизику. Т. 2. М.: Наука, 1978. 464 с.
5. Гуревич А.С., Кон А.И., Миронов В.Л., Хмелевцов С.С. Лазерное излучение в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1976. 277 с.
6. Яворский Б.М., Демлаф А.А., Лебедев А.К. Справочник по физике. М.: ОНИКС. МИР И ОБРАЗОВАНИЕ. 2006. 1056 с.

**V.A. Banakh, D.S. Rytchkov, V.V. Zhmylevski, V.V. Morozov. Mean power of the partially spatially coherent laser beam backscattered by the atmospheric layer.**

The results of numerical analysis of the mean power of the partially spatially coherent laser beam radiation backscattered by the aerosol atmospheric layer are presented in the paper. The optical scheme with united circular transmitter and round receiver apertures is considered. It is shown that the mean received power of backscattered radiation depends on the initial spatial coherence of propagating beam, and varies with the distance to the scattering layer because of diffraction on the transmitter aperture edge.