«Оптика атмосферы и океана», **9**, N 11 (1996)

УДК 538.566:554.541.6

В.П. Лукин

ЛАЗЕРНЫЕ ОПОРНЫЕ ЗВЕЗДЫ И ПРОБЛЕМА ИЗМЕРЕНИЯ НАКЛОНА ВОЛНОВОГО ФРОНТА

Решена задача по стабилизации положения оси диаграммы направленности лазерного пучка на основе отслеживания в реальном времени изображения естественной звезды в фокальной плоскости телескопа. В частности, рассчитана взаимная корреляционная функция между вектором, характеризующим случайное смещение энергетического центра тяжести оптического пучка, который распространялся через турбулентную среду, и вектором, определяющим центр тяжести изображения звезды или какого-либо опорного источника, формируемого той же оптической системой. Рассмотрены случаи использования моностатической и бистатической лазерных опорных звезд. Объясняются причины неудовлетворительной коррекции при использовании «чистого» сигнала обратного рассеяния.

Развитие теоретических и прикладных исследований по использованию лазеров для создания искусственных опорных звезд, которые стали очень популярны в последние годы [1, 2], заставило меня вернуться к некоторым результатам, которые были получены мною 12–15 лет назад. Наиболее полно эти результаты были опубликованы в работах [3–8]. Широкому кругу исследователей, в том числе и западных, они стали более доступны после выхода монографий [9, 10].

В свое время я решал задачу по стабилизации положения оси диаграммы направленности лазерного пучка на основе отслеживания в реальном времени изображения естественной звезды в фокальной плоскости телескопа. В частности, была рассчитана взаимная корреляционная функция между вектором, характеризующим случайное смещение энергетического центра тяжести оптического пучка, который распространялся через турбулентную среду, и вектором, определяющим центр тяжести изображения звезды или какого-либо опорного источника, формируемого той же оптической системой. При этом предполагалось, что это может быть изображение опорного источника-бакена или оптического пучка, отраженного от некоего объекта. Как частные случаи, это могут быть изображения естественной звезды, изображение лазерного пучка, отраженного диффузно или зеркально.

Если же формировать специально оптическую задачу отражения или рассеяния лазерного излучения от неоднородностей атмосферы, то можно заключить, что задача коррекции наклона волнового фронта для излучения звезды с использованием лазерной опорной звезды и задача по управлению осью диаграммы направленности лазерного пучка на основе отслеживания реальной опорной звезды математически практически идентичны.

Прежде всего сформулируем те основные результаты, которые получены ранее в [3–8]. Известно, что случайные смещения энергетического центра тяжести оптического пучка характеризуются вектором

$$\rho_c = \frac{1}{P_0}\int_0^x d\xi\,(x-\xi) \iint d^2 R\, I(\xi,\mathbf{R})\, \nabla_R\, n_1(\xi,\mathbf{R})\,, \tag{1}$$

где $n_1(\xi, \mathbf{R})$ – флуктуации показателя преломления в точке $(\xi, \mathbf{R})$; $I(\xi, \mathbf{R})$ – интенсивность оптического поля в точке $(\xi, \mathbf{R})$, обусловленная источником, помещенным в начало координат в плоскости $\xi = 0$; x – толщина слоя турбулентности;

$$P_0 = \iint d^2 R I(0,\mathbf{R})\ . \tag{2}$$

В то же время случайные смещения изображения, формируемого в фокальной плоскости оптической системы (эквивалентная тонкая линза с фокальным расстоянием F и площадью $\Sigma = \pi R_0^2$), в фазовой аппроксимации (пренебрегая амплитудными флуктуациями) даются следующим выражением:

$$\boldsymbol{\rho}_F = -\frac{F}{k\Sigma} \iint\limits_{\Sigma} d^2 \rho\ \nabla_\rho\, S(0,\boldsymbol{\rho})\ , \tag{3}$$

где k – волновое число излучения; $S(0,\boldsymbol{\rho})$ – флуктуации фазы оптической волны в точке $\boldsymbol{\rho}$ в пределах апертуры Σ оптической системы. Здесь предполагается, что входной зрачок приемной апертуры расположен в плоскости $\xi = 0$. Для большинства практических приложений применительно к атмосферной турбулентности флуктуации фазы оптической волны адекватно описываются в рамках метода плавных возмущений, т.е.

$$S(x, \boldsymbol{\rho}) = k \int\limits_0^x d\xi \iint d^2\, n\,(\boldsymbol{\varkappa}, \xi)\, \exp(i\boldsymbol{\varkappa\rho}\gamma)\, \cos(\varkappa^2(x-\xi)\gamma/k)\ , \tag{4}$$

где

$$n_1\,(\mathbf{R}, \xi) = \iint d^2\, n\,(\boldsymbol{\varkappa}, \xi)\, \exp(-\,i\boldsymbol{\varkappa}\mathbf{R})\ ;\quad \gamma = \frac{1+i\alpha\xi}{1+i\alpha x}\ ;\quad \alpha = \frac{1}{ka_0^2} + \frac{i}{f};$$

γ и α – величины, определяемые параметрами (a_0 и f) формируемого оптического пучка. Для двух частных случаев параметр γ – вещественный и определяется достаточно просто: для плоской волны $\gamma = 1$, для сферической волны $\gamma = \xi/x$.

Наибольшую трудность и интерес представлял собой расчет взаимной корреляции случайных векторов $\boldsymbol{\rho}_c$ и $\boldsymbol{\rho}_F$:

$$K = \langle \boldsymbol{\rho}_c\, \boldsymbol{\rho}_F \rangle\ ,$$

где $\langle ... \rangle$ обозначает усреднение по случайным флуктуациям функции $n_1\,(\mathbf{R}, \xi)$. В работах [3–9] был рассчитан ряд сценариев оптических экспериментов, которые отличались только выражением случайной фазы S в выражении (3).

Как мне представляется, задача оценки эффективности применения лазерной опорной звезды для коррекции случайных наклонов в формируемом телескопом изображении естественной звезды может быть решена в рамках уже рассчитанных в [3–9] функций.

Будем характеризовать случайное положение изображения звезды, формируемое в фокальной плоскости телескопа, как вектор

$$\boldsymbol{\rho}_F^{\text{пл}} = -\frac{F}{k\Sigma} \iint\limits_{\Sigma} d^2 \rho\ \nabla_\rho\, S^{\text{пл}}(0,\boldsymbol{\rho}), \tag{5}$$

где «пл» обозначает, что эта характеристика рассчитывается для плоского волнового фронта от звезды. Для произвольного оптического сценария [3 – 5] формирования лазерной опорной звезды случайный вектор, описывающий смещение центра тяжести изображения опорной звезды, может быть записан следующим образом:

$$\boldsymbol{\rho}_m = \boldsymbol{\rho}_c + \boldsymbol{\rho}_F^{\text{сф}}\ , \tag{6}$$

где $\boldsymbol{\rho}_F^{\text{сф}}$ – положение изображения точечного источника. Здесь предполагается, что опорная звезда создается путем фокусировки лазерного излучения и формируемая опорная звезда представляется как точечный источник. Это означает, что исходный лазерный пучок достаточно широкий ($\Omega = ka_0^2/x$, $\Omega \gg 1$), поскольку только для широкого пучка можно говорить о фокусировке, а возникающий опорный источник не разрешается апертурой телескопа.

Предполагается заранее, что не рассматривается оптическая задача отражения или рассеяния излучения на неоднородностях атмосферы.

Чтоб перейти от линейных измерений к угловым, необходима следующая нормировка:

$$<(\varphi_F^{\text{пл}})^2> = \frac{<(\rho_F^{\text{пл}})^2>}{F^2}, \quad <\varphi_c^2> = \frac{<\rho_c^2>}{x^2}, \quad <\varphi_c\, \varphi_F> = \frac{<\rho_c\, \rho_F>}{xF}.$$

Естественно, что остаточные искажения случайных наклонов волнового фронта от естественной звезды (при условии нахождения искусственной опорной звезды и естественной звезды в одной изопланарной области) в результате коррекции на основе «прямого» отслеживания углового положения опорной лазерной звезды характеризуются следующей дисперсией:

$$\langle e^2\rangle = \langle(\rho_F^{\text{пл}} - \rho_m)^2\rangle = \langle(\rho_F^{\text{пл}})^2\rangle + \langle\rho_m^2\rangle - 2\langle\rho_F^{\text{пл}}\, \rho_m\rangle . \tag{7}$$

В свою очередь дисперсия флуктуаций вектора измерения и корреляция в (7) соответственно выражаются:

$$<\varphi_m^2> = <\varphi_c^2> + <(\varphi_F^{\text{сф}})^2> + 2 <\varphi_c\, \varphi_F^{\text{сф}}> , \tag{8}$$

$$\langle\rho_F^{\text{пл}}\, \rho_m\rangle = \langle\rho_F^{\text{пл}}\, \rho_c\rangle + \langle\rho_F^{\text{пл}}\, \rho_F^{\text{сф}}\rangle . \tag{9}$$

Суммируя (7), (8), (9), можно получить выражение для всех составляющих дисперсии $\langle e^2\rangle$.

Моностатическая и бистатическая оптические системы отличаются наличием или отсутствием последних членов в выражениях (7)–(9).

Все входящие в $\langle e^2\rangle$ составляющие были получены в [6, 7], кроме корреляции $<\rho_F^{\text{пл}}\, \rho_F^{\text{сф}}>$, которая рассчитывается достаточно просто. Можно показать [3–5], что в дифракционном приближении

$$\langle\rho_c^2\rangle = \pi^2 x^3 \int_0^1 d\xi\, (1-\xi)^2 \int_0^\infty d\varkappa\varkappa^3\, \Phi_n(\varkappa, x\xi) \exp\{-\varkappa^2 a^2 q^2(\xi)/2\} , \tag{10}$$

где $\Phi_n(\varkappa,\xi/x)$ – спектральная плотность флуктуаций показателя преломления. При получении выражения (10) предполагалось, что исходный лазерный пучок гауссов, а

$$q(\xi) = [\xi^2\Omega^{-2} + (1 - x\xi/f)^2] ,$$

где $\Omega = ka^2/x$; a – размер и f – радиус кривизны фазового фронта лазерного пучка, формирующего опорную звезду. Для фокусированного ($x = f$) лазерного пучка

$$q(\xi) = [\xi^2\Omega^{-2} + (1 - \xi)^2]^{1/2} ,$$

если же воспользоваться широким ($\Omega \gg 1$) лазерным пучком, то имеем

$$q(\xi) = (1 - \xi) .$$

В результате выполненных в (10) вычислений имеем

$$<\varphi_c^2> = \frac{<\rho_c^2>}{x^2} = \pi^2\, 0{,}033\; 2^{7/6}\, \Gamma(1/6) a_0^{-1/3} x \int_0^1 d\xi (1-\xi)^{5/3} C_n^2(x\xi) \tag{11}$$

при условиях ($\Omega = ka^2/x \gg 1$, $x = f$).

Соответственно корреляция $<\rho_F\, \rho_c>$ для плоской ($\gamma = 1$) и сферической ($\gamma = \xi/x$) волн выражается

$$<\rho_c \rho_F> = -\frac{\pi F}{P_0}\int_0^x d\xi (x-\xi)\gamma \iint d^2R <I(\xi, \mathbf{R})> \iint d^2\varkappa\varkappa^2\Phi(\varkappa,\xi) \exp(-i\varkappa\mathbf{R}) \exp(-\varkappa^2\gamma^2R_0^2/2 - i\gamma\varkappa^2(x-\xi)/k) \quad (12)$$

через распределение средней интенсивности лазерного пучка

$$\iint d^2R <I(\xi, \mathbf{R})> = \pi a_0^2 \exp(-k^2a_{\text{эф}}^2/4)\ . \quad (13)$$

В итоге получаем

$$<\rho_c \rho_F> = -2\pi^2\, 0{,}033\Gamma(1/6)F\int_0^x d\xi(x-\xi)\gamma C_n^2(\xi)(\gamma^2R_0^2/4 + a_{\text{эф}}^2)^{-1/6}, \quad (14)$$

где

$$a_{\text{эф}}^2 = a_0^2\left[(1-\xi/x)^2 + \Omega^{-2} + \Omega^{-2}\left(\frac{1}{2}D_S(2a_0)\right)^{6/5}\right]$$

для широкого гауссова пучка, и для не слишком сильной турбулентности $\left(\Omega^{-2}\left(\frac{1}{2}D_S(2a_0)\right)^{6/5} \ll 1\right)$ получаем

$$a_{\text{эф}} = a_0(1-\xi/x)\ ,$$

где $D_S(2a_0)$ – структурная функция фазы S.

Следует отметить, что для практического использования можно ввести три принципиально различные схемы формирования опорного источника: моностатическую схему, бистатическую схему и так называемую промежуточную схему, когда необходимо учитывать корреляции между волнами, которые распространяются по двум разнесенным в пространстве направлениям.

Моностатическая схема формирования лазерной опорной звезды

Поставим перед собой задачу коррекции угловых смещений изображения звезды $\varphi_F^{\text{пл}}$, формируемого телескопом, на основе измерения угловых смещений центра тяжести положения лазерной опорной звезды. Для моностатической схемы

$$\varphi_m = \varphi_c + \varphi_F^{\text{сф}}\ .$$

В ряде работ уже было показано, что коррекция на основе алгоритма «прямой» коррекции, т.е. в виде

$$\beta = \varphi_F^{\text{пл}} - \varphi_m\ ,$$

не является достаточно оптимальной. Рекомендуемый нами управляющий алгоритм имеет вид

$$\beta^{\min} = \varphi_F^{\text{пл}} - A\varphi_m\ .$$

Будем формулировать задачу такой коррекции как задачу поиска экстремума для дисперсии вида

$$\langle\beta^2\rangle = \langle(\varphi_F^{\text{пл}} - A\varphi_m)^2\rangle = \langle(\varphi_F^{\text{пл}})^2\rangle + A^2\langle(\varphi_m)^2\rangle - 2A\langle\varphi_F^{\text{пл}}\varphi_m\rangle\ , \quad (15)$$

где коэффициент A находится из условия получения оптимальной коррекции. Задача поиска величины коэффициента A, обеспечивающего экстремум для (15), сводится к предварительному расчету функционала:

$$A = <\varphi_F^{\text{пл}}\varphi_m> / <\varphi_m^2>\ .$$

При этом реализуется следующий минимум:

$$<\beta^2>_{\min} = <(\varphi_F^{\text{пл}})^2> - <\varphi_F^{\text{пл}}\varphi_m>^2 / <\varphi_m^2>\ . \quad (16)$$

Соответственно, используя наши предыдущие расчеты, имеем

$$<(\varphi_F^{\text{пл}})^2> = \frac{<(\rho_F^{\text{пл}})^2>}{F^2} = 2^{7/6}\,\pi^2\,0{,}033\Gamma(1/6)R_0^{-1/3}\int\limits_0^\infty d\xi\, C_n^2(\xi)\,; \tag{17}$$

$$<\varphi_m^2> = \frac{<\rho_m^2>}{x^2} = 2^{7/6}\,\pi^2\,0{,}033\Gamma(1/6)\,[R_0^{-1/3} + a_0^{-1/3} - 2^{7/6}\,(R_0^2 + a_0^2)\,]^{-1/6}\int\limits_0^x d\xi(1-\xi/x)^{5/3}\,C_n^2(\xi)\,; \tag{18}$$

$$<\varphi_F^{\text{пл}}\varphi_m> = \frac{<\rho_F^{\text{пл}}\rho_m>}{xF} = <\varphi_F^{\text{пл}}\varphi_c> + <\varphi_F^{\text{пл}}\varphi_F^{\text{сф}}>\,; \tag{19}$$

$$<\varphi_F^{\text{пл}}\varphi_c> = (-\,2\,\pi^2\,0{,}033\Gamma(1/6))2^{1/3}\int\limits_0^x d\xi\, C_n^2(\xi)(1-\xi/x)\,[R_0^2 + a_0^2(1-\xi/x)^2]^{-1/6}; \tag{20}$$

$$<\varphi_F^{\text{пл}}\varphi_F^{\text{сф}}> = (2\pi^2\,0{,}033\Gamma(1/6))2^{1/3}R_0^{-1/3}\int\limits_0^x d\xi\, C_n^2(\xi)(1-\xi/x)\,[1 + (1-\xi/x)^2]^{-1/6}. \tag{21}$$

При моностатической схеме формирования лазерной опорной звезды имеем для дисперсии остаточных искажений (16) следующее выражение:

$$<\beta^2>_{\min} =$$

$$= 2^{7/6}\,\pi^2\,0{,}033\Gamma(1/6)R_0^{-1/3}\int\limits_0^\infty d\xi\, C_n^2(\xi)\left\{1 - 2^{1/3}\frac{\left(\int\limits_0^x d\xi C_n^2(\xi)(1-\xi/x)([1+b^2(1-\xi/x)^2]^{-1/6} - [1+(1-\xi/x)^2]^{-1/6})\right)^2}{(1+b^{-1/3} - 2^{7/6}(1+b^2)^2)^{-1/6}\int\limits_0^x d\xi C_n^2(\xi)(1-\xi/x)^{5/3}\int\limits_0^\infty d\xi C_n^2(\xi)}\right\}. \tag{22}$$

Здесь введено отношение $b = a_0/R_0$. Из (18) видно, что сигнал φ_m становится практически неинформативным при $R_0 = a_0$. В случае точного равенства $R_0 = a_0$ имеем $<\varphi_m^2> = 0$.

Следовательно, коррекция на уровне (16) практически неосуществима. Строго говоря, при $R_0 = a_0$ одновременно в нуль обращаются и числитель, и знаменатель второго слагаемого (22). Возникает достаточно интересная задача поиска оптимального соотношения $b = a_0/R_0$ в рамках существования минимума остаточных угловых смещений в виде (16). Очевидно, что область допустимых значений параметра $b = a_0/R_0$ – это интервал (0, 1), поскольку случай, когда $b \gg 1$, энергетически невыгоден, а при $b = 1$ сигнал φ_m неинформативен.

Условие $b < 1$ соответствует условию $R_0 > a_0$. Это дает возможность объединить оба составляющих (19)

$$<\varphi_F^{\text{пл}}\varphi_m> = (2\pi^2\,0{,}033\Gamma(1/6))2^{1/3}R_0^{-1/3}\int\limits_0^x d\xi\, C_n^2(\xi)\,(1-\xi/x)[1 - (1 + (1-\xi/x)^2)^{-1/6}]\,. \tag{23}$$

В результате мы приходим к следующему выражению для (16):

$$<\beta^2>_{\min} =$$

$$= 2^{7/6}\,\pi^2\,0{,}033\Gamma(1/6)R_0^{-1/3}\int\limits_0^\infty d\xi\, C_n^2(\xi)\left\{1 - 2^{1/3}\frac{\left(\int\limits_0^x d\xi\, C_n^2(\xi)(1-\xi/x)\,(1 - [1+(1-\xi/x)^2]^{-1/6})\right)^2}{(1+b^{-1/3} - 2^{7/6}(1+b^2)^{-1/6})\int\limits_0^x d\xi\, C_n^2(\xi)(1-\xi/x)^{5/3}\int\limits_0^\infty d\xi\, C_n^2(\xi)}\right\}. \tag{24}$$

Легко видеть, что в (24) выражение перед фигурной скобкой представляет собой дисперсию угловых смещений звезды в телескопе в отсутствие коррекции, т.е.

$$\langle\beta^2\rangle_{\min} = \langle(\varphi_F^{\text{пл}})^2\rangle \left\{1 - \frac{2^{1/3} f(x, C_n^2)}{[1 + b^{-1/3} - 2^{7/6}(1 + b^2)^{-1/6}]}\right\}, \tag{25}$$

где $b = a_0/R_0$, а функция

$$f(x, C_n^2) = \frac{\left(\int_0^x d\xi\, C_n^2(\xi)\, [(1 - \xi/x)\,(1 + (1 - \xi/x)^2)^{-1/6} - (1 - \xi/x)]\right)^2}{\int_0^\infty d\xi\, C_n^2(\xi) \int_0^x d\xi\, C_n^2(\xi)(1 - \xi/x)^{5/3}}.$$

На первом этапе необходимо рассчитать на основе моделей турбулентной атмосферы функцию $f(x, C_n^2)$. Поскольку значения этой функции для различных высотных моделей турбулентности и различных высот x формирования опорной звезды отличаются от единицы, то это значение и определяет оптимальное значение b_{opt}. Будем искать оптимальное значение b_{opt}, с одной стороны, для $b \subset (0,1)$, а с другой – из условия положительной определенности следующего выражения:

$$\left[1 - \frac{2^{1/3} f(x, C_n^2)}{[1 + b^{-1/3} - 2^{7/6}(1 + b^2)^{-1/6}]}\right] > 0.$$

Естественно, будем считать, что коррекция эффективна, если член, стоящий в фигурных скобках, существенно меньше единицы. Наши расчеты на основе различных моделей турбулентной атмосферы показывают (табл. 1), что функция $f(x, C_n^2)$ в диапазоне значений от 1 до 100 км меняется от 0,002 до 0,01. Если функция $f(x, C_n^2)$ имеет порядок 0,01, то эффективная коррекция возможна лишь, когда $b \le 1$, т.е. размер лазерного пучка a_0 оказывается сравнимым с апертурой телескопа R_0. Можно заметить, что с точки зрения энергетики эта коррекция для моностатической схемы не эффективна, хотя практически можно надеяться получить высокий уровень коррекции.

Таблица 1

Моностатическая схема. Расчет функции $f(x,C)$ для высоты расположения опорной звезды x от 1 до 100 км (первая графа) при трех режимах [11] турбулентной атмосферы. Вторая, третья и четвертая графы соответствуют режиму наилучшей, средней и наихудшей (в турбулентном отношении) атмосферы

x, км	f			x, км	f		
1	0,003281	0,0031231	0,0022437	35	0,010475	0,010129	0,0093484
2	0,0051637	0,0045658	0,00308	40	0,010622	0,010318	0,0096303
3	0,0063232	0,0054414	0,0035784	45	0,010746	0,010474	0,0098574
4	0,0070861	0,0060538	0,0039453	50	0,010852	0,010603	0,010044
5	0,0076185	0,0065124	0,0042812	55	0,010941	0,010711	0,0102
6	0,0080089	0,0068728	0,0045981	60	0,01102	0,010804	0,010332
7	0,0083078	0,0071687	0,0049093	65	0,011089	0,010884	0,010445
8	0,0085447	0,0074169	0,0052123	70	0,01115	0,010953	0,010544
9	0,0087386	0,0076394	0,0055067	75	0,011205	0,011014	0,010627
10	0,0089015	0,0078375	0,0057905	80	0,011253	0,011065	0,010703
15	0,0094598	0,0086174	0,0070037	85	0,011297	0,011113	0,01077
20	0,0098224	0,0091708	0,0078867	90	0,011336	0,011156	0,01083
25	0,010091	0,0095794	0,0085215	95	0,011371	0,011195	0,010885
30	0,0103	0,0098887	0,0089916	100	0,011404	0,01123	0,010934

Бистатическая схема формирования опорной звезды

Для бистатической схемы предполагается, что отсутствуют последние члены в выражениях (8), (9), т.е.

$$<\varphi_m^2> = \frac{<\rho_m^2>}{xF} = <(\varphi_F^{\text{сф}})^2> + <(\varphi_c)^2>, \quad <\varphi_F^{\text{пл}}\varphi_m> = \frac{<\rho_F^{\text{пл}}\mathbf{r}_m>}{xF} = <\varphi_F^{\text{пл}}\varphi_F^{\text{сф}}>.$$

В итоге имеем

$$<\beta^2>_{\min} = <(\varphi_F^{\text{пл}})^2>\left\{1 - \frac{2^{1/3} f_1(x,C_n^2)}{[1+b^{-1/3}]}\right\}, \tag{26}$$

где $b = a_0/R_0$, а функция

$$f_1(x,C_n^2) = \frac{\left(\int_0^1 d\xi\, C_n^2(x\xi)(1-\xi)(1+(1-\xi)^2)^{-1/6}\right)^2}{\int_0^\infty d\xi\, C_n^2(x\xi)\int_0^1 d\xi\, C_n^2(x\xi)(1-\xi)^{5/3}}.$$

Расчеты функции $f_1(x,C_n^2)$ представлены в табл. 2. Для бистатической схемы, как видно из формулы (26), возможны любые соотношения между a_0 и R_0. Коррекция тем эффективнее, чем больше величина b. Естественно, что $b \gg 1$ практически нереализуема, а для $b = 2$ имеем

$$<\beta^2>_{\min} = <(\varphi_F^{\text{пл}})^2>\{1 - 2^{-2/3} f_1(x,C_n^2)\}.$$

Как и для моностатической схемы для коррекции на основе бистатики, качество коррекции существенно зависит как от высоты лазерного опорного источника, так и от высотного профиля распределения структурной постоянной показателя преломления атмосферы C_n^2.

На первом этапе проектирования адаптивной системы, работающей по лазерной опорной звезде, необходимо рассчитать на основе моделей турбулентной атмосферы функции $f(x,C_n^2)$ и $f_1(x,C_n^2)$. Поскольку значения этих функций для различных высотных моделей турбулентности и различных высот x размещения опорного источника отличаются от единицы, то именно значения этих функций и определяют оптимальное значение параметра $b = b_{\text{opt}}$ Для различных моделей высотного профиля структурного параметра атмосферной турбулентности функции $f(x,C_n^2)$ и $f_1(x,C_n^2)$ рассчитывались численно. Как показывают расчеты этих функций для трех различных моделей турбулентности [9] в зависимости от высоты формирования опорного источника, значительное различие в поведении функции $f(x,C_n^2)$, обусловленное различием в высотном ходе моделей турбулентной атмосферы, имеет место для малых высот формирования опорного источника, поэтому следует ожидать, что эта функция будет достаточно чувствительна к возможным вариациям высотного хода структурной постоянной именно для малых высот опорного источника. Величина, стоящая в фигурных скобках в (26), минимизируется на основе информации о функции $f(x,C_n^2)$.

Безусловно, возможны вариации истинного значения интегрального профиля $C_n^2(\xi)$. Вариации величин

$$\Delta = \left\{1 - \frac{2^{1/3} f(x,C_n^2)}{[1+b^{-1/3} - 2^{7/6}(1+b^2)^{-1/6}]}\right\}, \ \Delta_1 = \left\{1 - \frac{2^{1/3} f_1(x,C_n^2)}{[1+b^{-1/3}]}\right\}$$

оцениваются, исходя из различия между значениями функций $f(x,C_n^2)$ и $f_1(x,C_n^2)$ во втором, третьем и четвертом столбцах табл. 1, 2. Причем можно показать, что абсолютная ошибка определения величины Δ численно равна относительной погрешности определения функций, т.е. $\delta = \Delta(f + \delta f) - \Delta(f) = \delta f/f$. Исходя из этого равенства, можно получить, что для высоты $x < 15$ км обусловленная ошибкой выбора профиля структурной постоянной остаточная дисперсия дрожания естественной звезды будет порядка 15% от величины исходной дисперсии $<(\rho_F^{\text{пл}})^2>$; для интервала высот 20 км $> x >$ 40 км эта ошибка составит не более 4 – 6%; для высот, превышающих 60 км, – не более 2%.

Таким образом, если сопоставить дисперсию дрожания изображения звезды (для плоской волны) и дисперсию дрожания изображения лазерной опорной звезды, формируемой узким фокусированным пучком, то оказывается, что выбором коэффициента A можно добиться минимума функционала (16). Коэффициент выравнивания A определяется как отношением размеров пучка a_0 и телескопа R_0, так и множителем

$$\frac{\left(\int\limits_0^x d\xi\, C_n^2(\xi)[(1-\xi/x)\,(1+(1-\xi/x)^2)^{-1/6}-(1-\xi/x)]\right)^2}{\int\limits_0^x d\xi\, C_n^2(\xi)(1-\xi/x)^{5/3}\int\limits_0^\infty d\xi\, C_n^2(\xi)},$$

который может быть определен на основе знания модели турбулентной атмосферы $C_n^2(x\xi)$.

Таблица 2

Бистатическая схема. Расчет функции $f(x,C)$ для высоты расположения опорной звезды x от 1 до 100 км при трех режимах [11] турбулентной атмосферы

x, км	f			x, км	f		
1	0,5077	0,42758	0,27629	35	0,79232	0,78862	0,78823
2	0,62776	0,52529	0,33881	40	0,79554	0,79024	0,7894
3	0,66459	0,57396	0,39801	45	0,79774	0,79144	0,79043
4	0,68036	0,60464	0,45814	50	0,79931	0,79231	0,79117
5	0,68998	0,62874	0,51569	55	0,80026	0,79293	0,79171
6	0,69767	0,65005	0,5674	60	0,80111	0,79342	0,79213
7	0,70473	0,66941	0,61162	65	0,80178	0,7938	0,79246
8	0,71155	0,68679	0,64735	70	0,80229	0,7941	0,79273
9	0,71818	0,70195	0,67598	75	0,80272	0,79435	0,79274
10	0,72457	0,71514	0,69835	80	0,80306	0,79437	0,79291
15	0,75061	0,75572	0,75467	85	0,8335	0,79453	0,79305
20	0,76773	0,77272	0,77327	90	0,80359	0,79466	0,79316
25	0,7798	0,78114	0,78136	95	0,8038	0,79478	0,79326
30	0,78741	0,7858	0,78557	100	0,80399	0,79488	0,79336

Временная корреляционная функция взаимной корреляции данных измерений и корректируемой ошибки дрожания звезды также анализируется в [3].

1. Humphereys R.A., Bradley L.C., Herrmann J. // Lincoln Laboratory Journal 1992. V. 5. N 1. P. 45–66.
2. Fugate R.Q. // Optics and Photonics News. June 1993. V. 4. N 6. P. 14–19,
3. Лукин В.П. // Квантовая электроника. 1977. Т. 4. N 4. С. 923–927.
4. Лукин В.П. // Квантовая электроника. 1980. Т. 7. N 6. С. 1270–1279.
5. Лукин В.П., Сазанович В.М., Слободян С.М. // Изв. вузов. Радиофизика. 1980. Т. 23. N 6. С. 721–729.
6. Лукин В.П., Чарноцкий М.И. // Квантовая электроника. 1982. Т. 9. N 5. С. 952–958.
7. Лукин В.П., Емалеев О.Н. // Квантовая электроника. 1982. Т. 9. N 11. С. 2264–2271.
8. Лукин В.П., Матюхин В.М. // Квантовая электроника. 1983. Т. 10. N 12. С. 2465–2473.
9. Лукин В.П. Атмосферная адаптивная оптика. Новосибирск: Наука, 1986. 286 с.
10. Lukin V.P. Atmospheric Adaptive Optics. 1996. SPIE Optical Engineering Press. 275 p.
11. Грачева М.А., Гурвич А.С. // Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1980. Т. 16. N 10. С. 1107–1111.

Институт оптики атмосферы СО РАН,
Томск

Поступила в редакцию
15 августа 1996 г.

V.P. Lukin. **Laser Reference Stars and the Problem of Measurement of the Wave Front Tilt.**

The problem has been solved on stabilization of the position of a directional diagram axis of a laser beam based on the real time tracking of a natural star image in a telescope focal plane. In particular, we calculated the cross-correlation function between a vector, characterizing the random shift of power center of gravity of an optical beam, propagating through the turbulent medium, and a vector, determining the center of gravity of a star image or any reference source formed by the same optical system. The cases of the use of monostatic and bistatic laser reference stars are considered. The reasons of inadequate correction when using a «pure» signal of backscattering are explained.