

О.Б. Родимова

**О КАЧЕСТВЕННЫХ ИЗМЕНЕНИЯХ В ПРОСТЫХ МОДЕЛЯХ КЛИМАТА, ВНОСИМЫХ ПАРАМЕТРИЗАЦИЕЙ**

Для простейшей модели климата с двумя температурами найдены равновесные состояния в конечной части плоскости. Показано, что при различной параметризации уходящей длинноволновой радиации расположение и характер равновесных состояний может меняться, вплоть до полного их исчезновения.

Простые модели балансного типа удобны для обсуждения общих климатических закономерностей и в то же время лежат в основе подробных многомерных моделей, описывающих глобальные изменения климата. В первом случае они представляют собой интересный объект для применения методов качественного анализа. Полученная при этом информация может оказаться полезной для исследований, проводимых с глобальными моделями.

В настоящей заметке для простейшей модели радиационного режима планеты с двумя температурами найдены равновесные состояния в конечной части плоскости. Показано, что при различной параметризации уходящей длинноволновой радиации расположение и характер равновесных состояний может меняться, вплоть до полного их исчезновения.

Рассмотрим простейшую климатическую модель [1], когда над однородной по горизонтали поверхностью с температурой  $T_s$  расположен однородный слой воздуха с температурой  $T_a$ . Формирование теплового баланса происходит только под влиянием лучистого теплообмена. Уравнения, определяющие изменения температур поверхности и атмосферы, имеют следующий вид:

$$\begin{cases} \dot{T}_s = \sigma T_a^4(1-D_t) - \sigma T_s^4 + F \downarrow D_s, \\ \dot{T}_a = \sigma T_s^4(1-D_t) - 2\sigma T_a^4(1-D_t) + F \downarrow (1-D_s). \end{cases} \quad (1)$$

Точка над  $T$  означает дифференцирование по времени;  $D_t$  — функция пропускания длинноволнового излучения атмосферой;  $D_s$  — функция пропускания коротковолнового (солнечного) излучения атмосферой,  $F \downarrow$  — баланс солнечной энергии на верхней границе атмосферы. Рис. 1 поясняет происхождение различных членов в уравнениях (1). Введём следующие обозначения:

$$T_s = x, \quad T_a = y, \quad \sigma(1-D_t) = a, \quad F \downarrow D_s = b, \quad F \downarrow (1-D_s) = c. \quad (2)$$

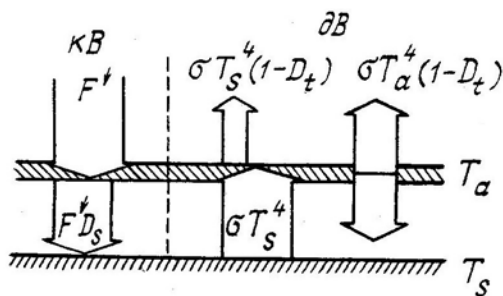


Рис. 1. Баланс излучений в модели с двумя температурами.  $F \downarrow D_s$  — солнечное излучение, поглощенное поверхностью,  $\sigma T_s^4(1-D_t)$  — излучение поверхности, прошедшее через атмосферу,  $\sigma T_a^4(1-D_t)$  — собственное излучение атмосферы

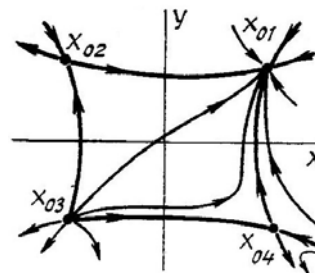


Рис. 2. Фрагмент фазового портрета системы (3)

С учетом (2) уравнения (1) переписываются в виде

$$\begin{cases} \dot{x} = ay^4 - \sigma x^4 + b = P, \\ \dot{y} = ax^4 - 2ay^4 + c = Q. \end{cases} \quad (3)$$

Система уравнений (3) — автономная система двух нелинейных дифференциальных уравнений. Используем для её исследования методы качественной теории дифференциальных уравнений [2, 3]. Координаты равновесных состояний в конечной части плоскости находятся из уравнений

$$P=0, Q=0 \quad (4)$$

и равны,

$$x_0 = \pm ((2b+c)/(2\sigma-a))^{1/4}, \quad y_0 = \pm ((\sigma c+ab)/a(2\sigma-a))^{1/4}. \quad (5)$$

Стандартный анализ расположения траекторий в окрестности этих состояний показывает, что они представляют собой устойчивый узел, неустойчивый узел и два седла, см. рис. 2. Эта картина остаётся неизменной при вариации численных значений величин  $F\downarrow, D_t, D_s$ .

Часто прибегают к линейной параметризации уходящей длинноволновой радиации, для ссылок см., например, [4]. В модели (3) таковой естественно считать сумму

$$\sigma T_s^4 D_t + \sigma T_a^4 (1-D_t) = \alpha + \beta T_s. \quad (6)$$

Уравнения (3) в этом случае преобразуются к виду

$$\begin{cases} \dot{x} = -a_1 x^4 + \beta x + b_1 = P_1 \\ \dot{y} = a_1 x^4 - 2\beta x + c_1 \end{cases} \quad (7)$$

с обозначениями

$$a_1 = \sigma(1+D_t), \quad b_1 = \alpha + \beta, \quad c_1 = -2\alpha + c.$$

Система (7), вообще говоря, не является системой уравнений, так как  $y$  есть функция от  $x$ . Фрагмент её фазового портрета приведен на рис. 3. Видно, что изолированные состояния равновесия отсутствуют, и траектории уходят в бесконечность при любых начальных условиях.

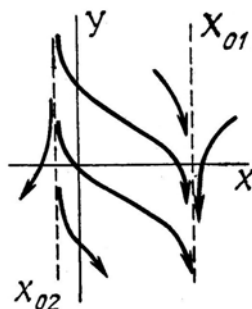


Рис. 3. Фрагмент фазового портрета системы (7);  $x_{01}, x_{02}$  — корни уравнения  $P_1 = 0$

В принципе возможна параметризация и отдельных составляющих уходящего излучения. Так, если принять линейную параметризацию для длинноволнового излучения атмосферы

$$\sigma T_a^4 (1-D_t) = \varepsilon T_a, \quad (8)$$

то получим вместо (3)

$$\begin{cases} \dot{x} = \varepsilon y - \sigma x^4 + b, \\ \dot{y} = \alpha x^4 - 2\varepsilon y + c. \end{cases} \quad (9)$$

Система (9) имеет два состояния равновесия

$$x_0 = \pm ((c+2b)/(2\sigma-a))^{1/4}, \quad y_0 = (ab+\sigma c)/\varepsilon(2\sigma-a), \quad (10)$$

причем находящееся в положительном квадранте является устойчивым узлом, а второе седлом. Аналогичная картина получается, если параметризуется линейной функцией излучение, уходящее с поверхности,  $\sigma T_s^4 D_t$ .

Итак, параметризации, меняющие тип нелинейности, могут приводить к радикальным, качественным, изменениям в поведении системы, в частности, к изменению числа и характера равновесных состояний. Возможность таких качественных изменений необходимо учитывать при разработке климатических моделей с различными уровнями параметризации.

Автор благодарит Е.П. Гордова за полезные обсуждения.

1. Кислов А. В. Теория климата. М.: Изд-во МГУ, 1989. 150 с.
2. Андронов А. А., Леонтович Е. А., Гордон И. И., Майер А. Г. Качественная теория динамических систем второго порядка. М.: Наука, 1967. 568 с.
3. Баутин Н. Н., Леонтович Е. А. Методы и приемы качественного исследования динамических систем на плоскости. М.: Наука, 1976. 494 с.
4. Хмелевцов С. С. Изучение климата при использовании энергобалансовых моделей. Л.: Гидрометеиздат, 1988. 150 с.

Институт оптики атмосферы СО АН СССР,  
Томск

Поступила в редакцию  
5 ноября 1991 г.

**O. B. Rodimova. On Qualitative Changes in Simple Climatic Models Produced by Parametrization.**

For the simplest climatic model with two temperatures the stable states in the finite part of the plane are found. It is shown that at different parametrizations of the outgoing infrared radiation the position and the character of stable states can change up to their complete disappearance.