

А.Н. Валентюк

ОТНОШЕНИЕ СИГНАЛ-ШУМ ПРИ НАБЛЮДЕНИИ ЧЕРЕЗ РАССЕИВАЮЩУЮ СРЕДУ

Рассмотрена величина отношения сигнал-шум при наблюдении объектов через рассеивающую среду в условиях внутренних и внешних шумов системы. Показано, что при удалении системы наблюдения от объекта наблюдения величина отношения сигнал-шум либо монотонно убывает, либо имеет максимум при некоторых промежуточных удалениях.

Возможности наблюдения объектов через рассеивающие среды определяются многими факторами: геометрическими условиями освещения и наблюдения, характеристиками рассеяния среды, параметрами оптической системы и приемника излучения, пространственной структурой поверхности объекта и фона. Работ, позволяющих связать качество получаемого изображения со всеми этими факторами, относительно немного. Применительно к пассивным системам видения через атмосферу Земли этот вопрос в какой-то мере рассматривается в работе [1], для активных систем видения, когда критерием качества изображения является значение отношения сигнал-шум, — в работах [2–5]. Однако в [2–5] считалось, что возможности обнаружения объектов ограничиваются только внутренними шумами системы, например, шумом системы. Для практики важна и другая ситуация, когда наряду с внутренними шумами системы на характеристики наблюдения влияют и внешние шумы, например, флуктуации яркости фона, на котором находится наблюдаемый объект. Рассмотрению особенностей наблюдения объектов в этом случае и посвящена данная работа.

Предположим, что наблюдаемый объект описывается распределением яркости по поверхности $B_0(\rho_0)$, где ρ_0 — радиус-вектор, лежащий в плоскости объекта. В большинстве практических задач систему «рассеивающая среда — оптическая система» можно считать изопланатической изобразительной системой. Распределение освещенности $E(\rho)$ в плоскости изображения такой системы в этом случае имеет вид

$$E(\rho) = T\psi \int B_0(\rho_0) f(\rho + m\rho_0) d\rho_0, \quad (1)$$

где T — коэффициент пропускания системы «рассеивающая среда — объектив»; ψ — телесный угол, под которым виден входной зрачок оптической системы из плоскости объекта; $m = z_i/L$ — увеличение системы, z_i — координата плоскости изображения, L — расстояние между оптической системой и объектом; $f(\rho)$ — нормированная функция размытия точки (ФРТ) системы «рассеивающая среда — объектив» в плоскости изображения.

Считаем, что флуктуации яркости фона $B_\Phi(\rho)$ характеризуются корреляционной функцией $R_0(\rho'_0, \rho''_0)$. Корреляционную функцию флуктуации освещенности в плоскости изображения $R_e(\rho_1; \rho_2)$ на основании свойств линейных изопланатических систем запишем в виде

$$R_e(\rho_1; \rho_2) = T^2\psi^2 \iint d\rho'_0 d\rho''_0 R_0(\rho'_0; \rho''_0) f(\rho_1 + m\rho'_0) f(\rho_2 + m\rho''_0). \quad (2)$$

Отношение сигнал-шум σ определяется как отношение максимальной амплитуды сигнала ΔE к среднеквадратической дисперсии шумов — σ [1]. Так как обычно внутренние и внешние шумы системы статистически независимы, то $\sigma^2 = \sigma_e^2 + \sigma_n^2$, где σ_e^2 и σ_n^2 соответственно дисперсии внешних и внутренних шумов. Считая, что максимум освещенности объекта достигается при $\rho = 0$, максимальную амплитуду сигнала линейного приемника излучения ΔE запишем в виде

$$\Delta E = CT\psi \int B_0(\rho_0) f(m\rho_0) d\rho_0, \quad (3)$$

дисперсию внешних шумов в виде

$$\sigma_e^2 = C^2 T^2 \psi^2 \iint R_0(\rho'_0; \rho''_0) f(m\rho'_0) f(m\rho''_0) d\rho'_0 d\rho''_0, \quad (4)$$

где C — параметр, характеризующий чувствительность приемника.

Значение σ_n^2 определяется типом используемого приемника излучения и величиной средней световой энергии $\bar{\Phi}$, падающей на элемент приемника [6, 7]: $\sigma_n = \sigma_n(\bar{\Phi})$. Значение $\bar{\Phi}$ можно найти на основании формулы (1). Обозначим через S площадь анализируемого кадра изображения, через S_0 соответствующую S площадь в пространстве объектов. Очевидно, что $S = S_0 m^2$. Средняя освещенность в плоскости изображения $\langle E \rangle = \frac{1}{S} \int_S E(\rho) d\rho$, средняя яркость фона $\langle B_\Phi \rangle = \frac{1}{S_0} \int_{S_0} B_\Phi(\rho) d\rho$. На основании (1), считая, что S много больше площади пятна размытия системы, имеем $E = \frac{T\Psi}{m^2} \langle B_\Phi \rangle$. Обозначим площадь элемента приемника s_p . Тогда $\bar{\Phi} = \frac{T\Psi}{m^2} \langle B_\Phi \rangle s_p$. Очевидно, что $\psi = S^*/L^2$, где S^* – площадь вводного зрачка системы. С учетом этого

$$\bar{\Phi} = \frac{TS^* \langle B_\Phi \rangle S_p}{z_i^2}. \quad (5)$$

Из (5) видно, что $\bar{\Phi}$ не зависит от L . Таким образом, для δ имеем:

$$\delta = \frac{\Delta E}{V \sigma_e^2 + \sigma_n^2(\bar{\Phi})}, \quad (6)$$

где ΔE определяется формулой (3); σ_e^2 – формулой (4), σ_n^2 – типом используемого приемника и формулой (5).

Найдем отношение сигнал-шум в следующих трех частных случаях.

1. Радиально симметричный объект размером R_e с распределением яркости $B_0(\rho_0) = B_0 \exp(-\alpha_e \rho_0^2)$, где $\alpha_e = R_e^{-2}$.
2. Одномерный объект размером $R_e = \alpha_e^{-1/2}$ с распределением яркости $B_0(x) = B_0 \exp(-\alpha_e x^2)$.
3. Косинусоидальная мира с $B_0(x) = B_0(1 + \kappa_0 e^{i\omega_0 x})$, где κ_0 – контраст мира, ω_0 – ее пространственная частота.

ФРТ оптической системы считаем гауссовой: $f(\rho) = (4\pi\alpha_t)^{-1} \exp[-(4\pi\alpha_t)^{-1} \rho^2]$. ФРТ такого вида соответствует оптическая передаточная функция (ОПФ): $\tau(\omega) = \exp(-\alpha_t \omega^2)$, где ω – пространственная частота в плоскости изображения. Согласно [8] ОПФ такого вида хорошо описывает ОПФ современных многозвенных оптических систем. Корреляционную функцию фонового случайного поля также будем считать гауссовой: $R_e(\rho_1; \rho_2) = \sigma_0^2 \exp[-\alpha_r |\rho_1 - \rho_2|^2]$, где σ_0^2 – дисперсия флуктуации яркости, $R_k = \alpha_r^{-2}$ – радиус корреляции флуктуаций фонового поля. Для описания ОПФ рассеивающего слоя будем использовать малоугловое приближение уравнения переноса, в рамках которого

$$\tau(\omega_0) = \exp \left\{ - \int_0^{z_s} \sigma^*(u) [1 - Q(\omega_0 u)] du \right\}, \quad (7)$$

где

$$Q(p) = 0,5 \int_0^\infty \gamma d\gamma i_0(\gamma; u) J_0(p\gamma);$$

$\sigma^*(u)$ – эффективный показатель ослабления; $i_0(\gamma; u)$ – эффективная индикатриса рассеяния; z_s – толщина слоя; γ – угол рассеяния [5].

Для аналитического расчета значения δ формула (7) неудобна. Поэтому для упрощения расчетов ее целесообразно заменить удобной для расчетов аппроксимационной формулой. С этой точки зрения наиболее естественна аппроксимация

$$\tau(\omega_0) = e^{-\tau_\sigma} + (1 - e^{-\tau_\sigma}) e^{-B\omega_0^2}, \quad (8)$$

где $\tau_\alpha = \int_0^{z_s} \sigma^*(u) du$ – оптическая толщина рассеяния слоя; B – аппроксимирующий параметр.

Формула (8) соответствует ФРТ рассеивающего слоя

$$f(\rho) = e^{-\tau} \rho^{-1} \delta(\rho) + (4\pi B)^{-1} (1 - e^{-\tau}) \exp[-(4B)^{-1} \rho^2], \quad (9)$$

где $\delta(\rho)$ — дельта-функция Дирака. Аппроксимирующий параметр B можно найти, например, из равенства вторых моментов ($M_{20} = \int x^2 f(\rho) d\rho$) ФРТ, определяемых равенствами (7) и (9) и имеющих смысл полуширины функции размытия линии. Нетрудно показать, что в этом случае $B = \tau''(0)/2(1 - \rho_{\parallel})$, $\tau''(\omega_x) = \frac{\partial^2 \tau}{\partial \omega_x^2}$, $\rho_{\parallel} = e^{-\tau}$, ω_x — проекция ω_0 на ось $0x$. Из (7) следует $\tau''(0) = \int_0^{z_s} \sigma^*(u) Q''(u) u^2 du$, где $Q''(u) = \left. \frac{\partial^2 Q(\omega_0 u)}{\partial (\omega_0 u)^2} \right|_{\omega=0}$. Эту величину можно легко найти, используя асим-

птотическое разложение функции Бесселя при $\omega_0 \rightarrow 0$: $J_0(\omega_0 u \gamma) \approx 1 - \frac{\omega_0^2 u^2 \gamma^2}{4}$. В результате получим

$$B = \int_0^{z_s} \frac{du}{4(1 - \rho_{\parallel})} u^2 \sigma^*(u) \bar{\gamma}^2(u), \quad \text{где } \bar{\gamma}^2(u) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \gamma^3 i_0(\gamma, u) d\gamma \text{ — средний квадрат угла рассеяния. Границы}$$

применимости полученного выражения для B определяются границами применимости асимптотического разложения функции Бесселя в ряд: $\omega_0^2 z_s^2 \bar{\gamma}^2 \ll 1$. Область применимости формулы (8) можно значительно расширить, если вместо асимптотического разложения функции Бесселя в ряд при $t \lesssim 1$ использовать аппроксимацию $J_0(t) \approx 1 - A^t / 4$, где параметр A определяется, например, по методу наименьших квадратов. В этом случае

$$B = A \int_0^{z_s} \frac{du}{4(1 - \rho_{\parallel})} u^2 \sigma^*(u) \bar{\gamma}^2(u). \quad (10)$$

Например, при $A = 0,78$ формула (8) применима при $\omega_0^2 z_s^2 \bar{\gamma}^2 \lesssim 4$.

Использование соотношений (8), (10) позволяет получить достаточно простые выражения для отношения сигнал-шум при наблюдении трех указанных выше объектов. В случае (1) имеем

$$\Delta E_1 = CT \psi_0 \left(\frac{\rho_{\parallel}}{1 + b_1} + \frac{1 - \rho_{\parallel}}{1 + b_2} \right), \quad (11)$$

в случае (2)

$$\Delta E_2 = CT \psi_0 \left(\frac{\rho_{\parallel}}{\sqrt{1 + b_1}} + \frac{1 - \rho_{\parallel}}{\sqrt{1 + b_2}} \right), \quad (12)$$

в случае (3)

$$\Delta E_3 = CT \psi_0 \kappa_0 [\rho_{\parallel} e^{-d_1} + (1 - \rho_{\parallel}) e^{-d_2}], \quad (13)$$

где

$$\psi_0 = S^*/z_i^2; \quad b_1 = R_c^2/m^2 R_a^2; \quad b_2 = b_1 + R_a^2/R_c^2; \quad d_1 = \omega_0^2 R_c^2/4;$$

$d_2 = d_1 + \omega_0^2 R_a^2/4$; $R_c = 2\sqrt{\alpha_t}$ — радиус пятна размытия оптической системы в плоскости изображения; $R_a = 2\sqrt{B}$ — радиус пятна размытия рассеивающего слоя; R_c/m — радиус пятна размытия оптической системы, отнесенный к плоскости объектов.

Легко может быть найдена и дисперсия флуктуаций освещенности, создаваемых в плоскости изображения оптической системы:

$$\sigma_e^2 = C^2 T^2 \psi_0^2 \sigma_0^2 \left(\frac{\rho_{\parallel}}{1 + a_1} + \frac{1 - \rho_{\parallel}}{1 + a_2} \right), \quad (14)$$

где $a_1 = 2R_c^2/m^2 R_a^2$, $a_2 = a_1 + 2R_a^2/R_c^2$.

Формулы (5), (6), (10)–(14) позволяют оценить отношение сигнал-шум изобразительной системы в зависимости от характеристик рассеивающего слоя, оптической системы, статистических характеристик фона и приемника излучения.

Рассмотрим на примере наблюдения объекта (см. выше п. 1) зависимость δ от L .

Для того чтобы результаты расчетов имели наибольшую общность, запишем δ в следующем виде:

$$\frac{\delta}{\delta_1} = \frac{\varphi(b_1; b_2)}{\sqrt{g^2 + \varphi(a_1; a_2)}}, \quad (15)$$

где $\varphi(\xi; \eta) = \frac{\rho_1}{1+\xi} + \frac{1-\rho_1}{1+\eta}$; δ_1 — отношение сигнал-шум при отсутствии в системе внутренних шумов и наблюдении объекта на $L = 0$, $g = \delta_1/\delta_0$, δ_0 — отношение сигнал-шум при отсутствии в системе внешних шумов и наблюдении на $L = 0$.

Ниже представлены результаты расчета по формуле (15) значений δ/δ_1 при наблюдении через слой рассеивающей среды с экспоненциально меняющимся по глубине показателем рассеяния: $\sigma^*(u) = \sigma_0 e^{-\alpha u}$. Такая зависимость показателя рассеяния в первом приближении описывает закон изменения показателя рассеяния в земной атмосфере [9]. Величина σ_0 в этом случае может быть связана с горизонтальной дальностью видения S_m формулой $\sigma_0 = 3,9/S_m$, $\alpha = \sigma_0/\tau_\sigma$. Для такой модели рассеивающего слоя согласно (10) при $\alpha z_s \gg 1$ $B = \frac{A\bar{\gamma}^2\tau^3}{2(1-\rho_1)\sigma_0^3}$.

Результаты расчета зависимости δ/δ_1 от безразмерного параметра $\lg R_0 = \lg R_c/m^2$, характеризующего удаление оптической системы от объекта наблюдения, представлены на рис. 1 для различных размеров объекта. Как следует из рисунка, существует два типа зависимости δ от L . В том случае, когда $R_e \geq R_k$, δ с ростом L вначале монотонно возрастает, проходит через максимум, и далее монотонно падает. Если же $R_e \lesssim R_k$, то с ростом L наблюдается монотонное падение δ .

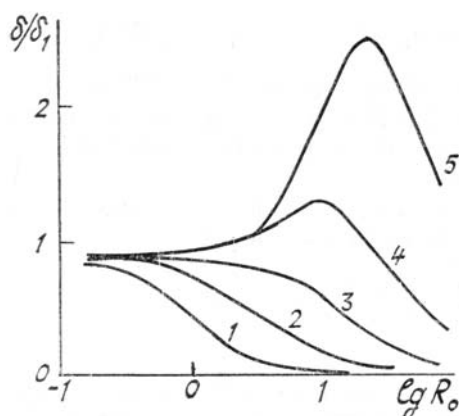


Рис. 1. Зависимость отношения сигнал-шум от $\lg R_0$ при $g = 0$, $\tau_\sigma = 0,3$, $S_m = 2 \cdot 10^4$ м, $R_k = 5$ м, $\gamma^2 = 0,6$, $R_e = 1,0$ м (1), 2,5 м (2), 5,0 м (3), 10,0 м (4), 20,0 м (5)

Физическая трактовка этих закономерностей достаточно очевидна. С увеличением расстояния между оптической системой и объектом наблюдения увеличивается радиус пятна размытия оптической системы, отнесенный к плоскости объекта, $R_0 = R_c/m^2$. Увеличение R_0 приводит, во-первых, к увеличению размытия элементов изображения. Вследствие этого с ростом L амплитуда сигнала ΔE будет монотонно падать. Во-вторых, увеличение R_0 приводит к большему усреднению флуктуаций яркости фона в пределах пятна размытия и к уменьшению дисперсии флуктуаций освещенности в плоскости изображения. Следовательно, величина внешних шумов с ростом L будет падать. Величина внутренних шумов, как уже указывалось ранее, от L не зависит. Очевидно, что скорость убывания амплитуды сигнала с ростом L определяется размерами объекта. Чем больше объект, тем меньше скорость убывания сигнала с ростом L . Скорость убывания дисперсии внешних шумов определяется радиусом корреляции флуктуаций фона. Чем меньше радиус корреляции фона R_k , тем больше эффект «усреднения» флуктуаций в пределах пятна размытия и тем больше скорость убывания дисперсии внешних шумов с ростом L . Очевидно, что уменьшение ΔE приводит к уменьшению δ . Напротив, уменьшение σ_e^2 увеличивает δ . В том случае, когда превалирует убывание амплитуды сигнала с ростом L , значение δ с ростом L будет убывать. Наоборот, если превалирует эффект «усреднения» флуктуаций, то с ростом L значение δ будет увеличиваться.

Из сказанного ясно, что первая ситуация должна иметь место при $R_e \lesssim R_k$, вторая — при $R_e \gtrsim R_k$. Эффект «осреднения» флуктуаций будет заметным лишь при $R_0 \lesssim R_k$. При $R_0 \gtrsim R_k$ будет иметь место полное осреднение флуктуаций фона по пятну размытия системы и на отношение сигнал-шум будет влиять только фактор размытия изображения. Следовательно, при $R_0 \gtrsim R_k$ независимо от соотношения R_e и R_k , значение отношения сигнал-шум с ростом L будет монотонно падать, а при $R_e > R_k$ и $R_0 \sim R_k$ будет наблюдаться его максимум.

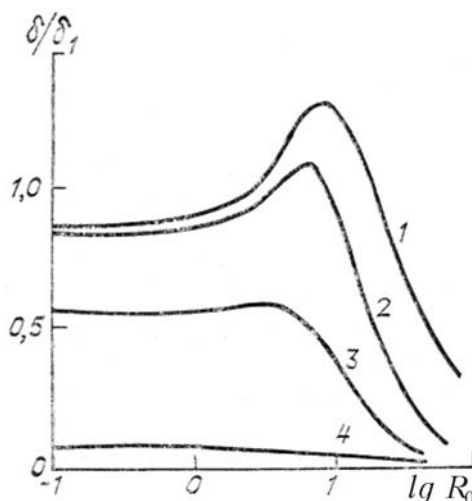


Рис. 2. Зависимость отношения сигнал-шум от $\lg R_0$ при $\tau_\sigma = 0,3$; $S_m = 2 \cdot 10^4$ м; $R_k = 5,0$ м; $\bar{\gamma}^2 = 0,6$; $R_e = 10$ м, $g = 0$ (1), 0,25 (2), 1,0 (3), 5,0 (4)

На рис. 2 представлена зависимость величины δ/δ_1 от $\lg R_0$ при различных значениях g , определяющей соотношение внутренних и внешних шумов в системе. Видно, что с ростом g δ/δ_1 монотонно падает. При этом, как следует из рисунка, для достаточно больших значений параметра g меняется характер зависимости δ от L . Для малых g при $R_e \gtrsim R_k$ зависимость δ от L носит немонотонный характер, для больших g с ростом L значение δ монотонно падает. Физическое объяснение этого факта очевидно. Увеличение параметра g соответствует увеличению внутренних шумов в системе. Поэтому для достаточно больших g в системе будут преобладать внутренние шумы, эффект «осреднения» на δ влиять не будет, и она будет определяться только размытием изображения, которое с ростом L монотонно возрастает.

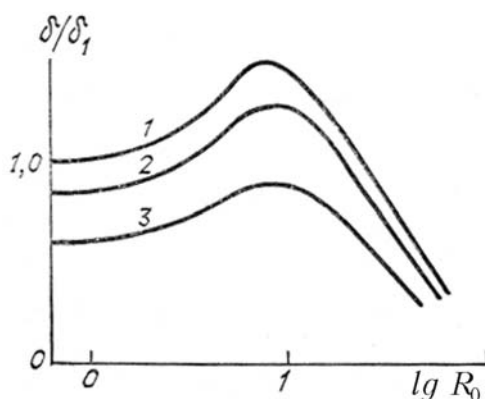


Рис. 3. Зависимость отношения δ/δ_1 от $\lg R_0$ при $\tau_\sigma = 0$ (1); 0,3 (2); 1,0 (3); $S_m = 2 \cdot 10^4$ м; $R_k = 5$ м; $R_e = 10$ м; $\bar{\gamma}^2 = 0,6$; $g = 0$

Рис. 3 иллюстрирует зависимость отношения δ/δ_1 от $\lg R_0$ при различных оптических толщинах рассеивающего слоя. Как следует из рисунка, вариации τ_σ не изменяют характера зависимости δ от L , а сказываются лишь на абсолютных значениях величин. С ростом оптической толщины атмосферы значение δ монотонно падает. Этот вывод очевиден и объясняется возрастанием размытия изображения объекта при увеличении оптической толщины слоя.

1. Saufman Y. J. //Appl. Opt. 1984.V. 23. № 19. P. 3400.
2. Браво-Животовский Д.М., Долин Л.С., Левин И.М. //Изв. АН СССР. ФАО. 1971. Т. 7. № 11. С. 1143.
3. Дрофа А.С., Кацев И.Л. Метеорология и гидрология. 1981. № 1. С. 101.
4. Браво-Животовский Д.М., Долин Л.С., Лучинин А.Г., Левин И.М. //В кн.: Оптика океана. М.: Наука. 1983. С. 95.
5. Зега Э.П., Иванов А.П., Кацев И.Л. Перенос изображения в рассеивающей среде. Минск: Наука и техника. 1985. 327 с.
6. Якушенко Ю.Г. Основы теории и расчета оптико-электронных приборов. М.: Сов. радио. 1971. 336 с.
7. Криксунов Л.З. Справочник по основам инфракрасной техники. М.: Сов. радио. 1978. 400 с.
8. Мирошников М.М. Теоретические основы оптико-электронных приборов. Л.: Машиностроение. 1983. 696 с.
9. Малкевич М.С. Исследование атмосферы со спутников. М.: Наука. 1973. 303 с.

Институт физики АН БССР, Могилев

Поступила в редакцию
11 мая 1988 г.

A. N. Valentyuk. Signal-to-Noise Ratio for Observations through Scattering Medium.

SNR for observations through a scattering medium accounting for the effect of the internal and external noise of the system is examined and shown to decrease monotonously as the distance from the observed object is increased and to peak for certain intermediate ranges.