

А.В. Воляр, В.З. Жилайтис, В.Г. Шведов, М.С. Соскин, Т.А. Фадеева

ТОПОЛОГИЧЕСКОЕ ДВУЛУЧЕПРЕЛОМЛЕНИЕ ОПТИЧЕСКИХ ВИХРЕЙ В НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ

Приведены результаты теоретического и экспериментального исследования распространения и преобразования циркулярно поляризованных полей *CV*-вихрей и линейно поляризованных азимутально симметричных полей *TE*- и *TM*-мод в локально-изотропной неоднородной среде маломодовых оптических волокон. Показано, что постоянная распространения для *CV*-вихрей, *TE*- и *TM*-мод в скалярном приближении волнового уравнения четырежды вырождена относительно топологического заряда и спиральности. В результате спин-орбитального взаимодействия в поле собственных мод линия постоянной распространения расщепляется на четыре линии. Расстояние между линиями равно поляризационным поправкам $\delta\beta$ к полям собственных мод. Приведен вид оператора спин-орбитального взаимодействия. Показано, что действие этого оператора на поля *CV*-вихрей, *TE*- и *TM*-мод индуцирует в локально изотропной среде оптического волокна топологическое двулучепреломление, экспериментальное проявление которого выражается в виде объединенного эффекта Рытова–Магнуса.

1. Введение

Оптический вихрь в свободном пространстве может переносить как орбитальный, так и спиновый угловые моменты. Для циркулярно поляризованного параксиального светового пучка, имеющего спиральность σ_z (направление циркуляции круговой поляризации) и топологический заряд l , отношение z -компоненты потока момента импульса к z -компоненте потока энергии равно [1, 2]:

$$(l + \sigma_z)/\omega \quad (1)$$

(ω – частота; $\sigma_z = \pm 1$). Это значит, что световой пучок с $l = +1$ и $\sigma_z = +1$ при взаимодействии с веществом может передавать удвоенный момент импульса, а пучок с $l = +1$ и $\sigma_z = -1$ или ($l = -1$ и $\sigma_z = +1$) не имеет углового момента.

Очевидно, что в свободном пространстве взаимодействие между орбитальной и спиновой частями углового момента отсутствует. Тем не менее спин-орбитальное взаимодействие в оптическом вихре может возникнуть, если распространение волны ограничено потенциальной ямой (например, неоднородная среда или оптическое волокно). Каким физическим процессам соответствует результат спин-орбитального взаимодействия в световой волне, распространяющейся через оптическое волокно? С одной стороны, известно, что в спектрах атомов вещества результат такого взаимодействия вызывает расщепление энергетических уровней [3], формируя тонкую структуру спектра. Однако в световой волне при сравнительно малой интенсивности энергетический спектр строго определяется спектром источника излучения. С другой стороны, правомерно предположить, что взаимодействие орбитальной и спиновой частей углового момента вызовет определенное неголономное возмущение электромагнитного поля.

Отметим, что результатом неголономного возмущения поля является топологическая фаза γ_T , дополнительная к динамической ϕ_D фазе волны [4]. Так как фаза γ_T зависит от направления обхода контура в параметрическом пространстве (в нашем случае от знака топологического заряда) и от направления вращения круговой поляризации, такая топологическая добавка к фазе световой волны вызовет «расщепление» постоянной распространения собственной моды «невозмущенного» оптического волокна.

Целью данной работы является изучение физической природы явления расщепления поляризационной поправки $\delta\beta$ к скалярной постоянной распространения $\tilde{\beta}$ для полей оптических *CV*-вихрей, *TE*- и *TM*-мод маломодового ($l \sim 1$) волокна.

Во втором разделе статьи представлена нулевая поляризационная поправка к скалярной постоянной распространения, отвечающая за «расщепление уровня», как среднее значение оператора спин-орбитального взаимодействия в поле оптических вихрей. В третьем и четвертом разделах поляризационная поправка рассматривается как топологическая фаза Берри [4, 5] поля, возникающая в результате прецессии вектора Пойнтинга. В пятом разделе обсуждается вопрос топологического двулучепреломления локально-изотропного маломодового волокна как результат спин-орбитального взаимодействия в полях мод. На частных примерах показано, что эффект Рытова–Владимирского [6, 7] и оптический эффект Магнуса [8, 9] являются проявлением спин-орбитального взаимодействия.

2. Оператор спин-орбитального взаимодействия

Воспользуемся формальным соответствием волнового уравнения света в неоднородной среде с уравнением Шредингера, как это делается, например,

в [10–12], и выясним, какому оператору физической величины соответствует наблюдаемое значение поляризационной поправки $\delta\beta$.

Запишем векторное волновое уравнение для света в неоднородной среде [13]:

$$[\nabla_{\perp}^2 + n^2(r)k^2 - \beta^2] \mathbf{e}_{\perp} = -\nabla_{\perp} [\mathbf{e}_{\perp} \nabla_{\perp} \ln n^2(r)], \quad (2)$$

где индекс \perp указывает на поперечные компоненты векторов; β – постоянная распространения собственных мод в оптическом волокне с градиентным профилем показателя преломления:

$$n^2(r) = n_{co}^2 [1 - 2 \Delta f(r)], \quad (3)$$

где Δ – высота профиля; $f(r)$ – функция профиля.

Если показатели преломления сердцевин n_{co} и оболочки n_{cl} близки по величине, т.е. параметр Δ мал, то уравнение (2) в первом приближении теории возмущений можно переписать в виде [13]:

$$[\nabla_{\perp}^2 + n^2(r)k^2 - \tilde{\beta}^2] \tilde{\mathbf{e}}_{\perp} = 0. \quad (4)$$

Уравнение (4) не учитывает поляризационные свойства поля и поэтому называется скалярным волновым уравнением. Векторные свойства полей учитываются трансформацией скалярной амплитуды поля

$\tilde{\mathbf{e}} \rightarrow \mathbf{e}$ и постоянной распространения $\tilde{\beta} \rightarrow \beta$, так что $\beta = \tilde{\beta} + \delta\beta$, где $\delta\beta$ – поляризационная поправка.

Решение скалярного волнового уравнения (4) для полей осесимметричных волокон в линейно поляризованном базисе было дано в работе [13]. Спектр собственных функций и собственных значений этого уравнения в форме оптических вихрей дан в [14]. Их можно представить в виде:

1) направляемых циркулярно поляризованных $CV_{\sigma l, m}^{\chi\sigma}$ вихрей, которые разделяются на:
– устойчивые, топологически однородные вихри:

$$CV_{\sigma l, m}^{\sigma} = HE_{l+1, m}^{\text{even}} + i\sigma HE_{l+1, m}^{\text{odd}}$$

$$(\chi = +1, l \geq 1, \sigma = \pm 1, \beta_1 = \tilde{\beta} + \delta\beta_1),$$

обозначаются как $|+l; +1\rangle$ или $|-l; -1\rangle$,

– устойчивые, топологически неоднородные вихри:

$$CV_{\sigma l, m}^{-\sigma} = EH_{l-1, m}^{\text{even}} + i\sigma EH_{l-1, m}^{\text{odd}}$$

$$(\chi = -1, l > 1, \sigma = \pm 1, \beta_2 = \tilde{\beta} + \delta\beta_2),$$

обозначаются как $|+l; -1\rangle$ или $|-l; +1\rangle$;

2) азимутально-симметричных линейно поляризованных TM - и TE -мод, которые могут объединяться в неустойчивые, топологически неоднородные вихри:

$$IV_{\sigma, m}^{-\sigma} = TM_{0m} + i\sigma TE_{0m}$$

$$(\chi = -1, l = 1, \sigma = \pm 1),$$

обозначаются как $|+1; -1\rangle$ или $|-1; +1\rangle$.

Найдем выражение для поляризационной поправки $\delta\beta$. Из уравнений (2) и (4) можно получить соотношения (индекс \perp будем в дальнейшем опускать):

$$(\beta^2 - \tilde{\beta}^2) \mathbf{e}^* \tilde{\mathbf{e}} + \mathbf{e}^* \nabla^2 \tilde{\mathbf{e}} - \tilde{\mathbf{e}} \nabla^2 \mathbf{e}^* = \tilde{\mathbf{e}} \nabla (\mathbf{e}^* \nabla \ln n^2), \quad (5)$$

$$(\beta^2 - \tilde{\beta}^2) \tilde{\mathbf{e}} \mathbf{e}^* + \tilde{\mathbf{e}} \nabla^2 \mathbf{e}^* - \mathbf{e}^* \nabla^2 \tilde{\mathbf{e}} = \tilde{\mathbf{e}}^* \nabla (\mathbf{e} \nabla \ln n^2). \quad (6)$$

Учтем, что $\beta^2 - \tilde{\beta}^2 = (\beta + \tilde{\beta})(\beta - \tilde{\beta}) \approx 2\tilde{\beta} \delta\beta$ [13]. Тогда, складывая уравнения (5) и (6) и интегрируя по поперечному сечению волокна S , получаем

$$\delta\beta = A \int_S \{(\tilde{\mathbf{e}}^* \nabla^2 \mathbf{e} - \mathbf{e} \nabla^2 \tilde{\mathbf{e}}^*) + (\tilde{\mathbf{e}} \nabla^2 \mathbf{e}^* - \mathbf{e}^* \nabla^2 \tilde{\mathbf{e}}) + [\tilde{\mathbf{e}}^* \nabla (\mathbf{e} \nabla \ln n^2) + \tilde{\mathbf{e}} \nabla (\mathbf{e}^* \nabla \ln n^2)]\} dS, \quad (7)$$

где $A^{-1} = \frac{2V}{\rho \sqrt{2} \Delta} \int_S (\tilde{\mathbf{e}}^* \mathbf{e} + \tilde{\mathbf{e}} \mathbf{e}^*) dS$ – нормировочный множитель.

Высота профиля показателя преломления Δ является малым параметром, так что в случае скалярного волнового уравнения (4) $\Delta \rightarrow 0$. Чтобы учесть поляризационные поправки, индуцированные правой частью векторного волнового уравнения (2), представим электрическое поле \mathbf{e} в виде ряда по степеням малости Δ [13]:

$$\mathbf{e} = \tilde{\mathbf{e}}|_{\Delta=0} + \Delta \mathbf{e}^{(1)} + \Delta^2 \mathbf{e}^{(2)} + \dots \quad (8)$$

Ограничимся первыми двумя членами в (8). Тогда мы должны также ограничиться только первым членом в разложении величины $\nabla \ln n^2(r)$, где $n(r)$ задается выражением (3): $\nabla \ln n^2 \approx -2 \Delta \nabla f$. Поляризационную поправку (7) можно представить в форме

$$\delta\beta = \delta\tilde{\beta} + 2\Delta^2 A \iint_{S_{\infty}} (\mathbf{e}^{(1)} \nabla f \nabla \tilde{\mathbf{e}}^* + \mathbf{e}^{(1)*} \nabla f \nabla \tilde{\mathbf{e}}) dS, \quad (9)$$

где величина $\delta\tilde{\beta}$ имеет порядок малости Δ , а $\delta\beta^{(1)}$ – порядок Δ^2 .

Рассмотрим сначала операторное представление поляризационной поправки $\delta\tilde{\beta}$ к полю нулевого порядка $\tilde{\mathbf{e}}$. Можно показать, что для всех собственных полей оптического волокна $\tilde{\mathbf{e}}_k^* \partial_k f \partial_i \tilde{\mathbf{e}}_i = \tilde{\mathbf{e}}_k \partial_k f \partial_i \tilde{\mathbf{e}}_i^*$, где индексы i и k принимают значения x и y , $\partial_i = \frac{\partial}{\partial x_i}$ и

по повторяющимся индексам производится суммирование. В этом случае для поляризационной поправки получим

$$\delta\tilde{\beta} = 2\Delta A \iint_S \tilde{e}_i^* \partial_i f \partial_k \tilde{e}_k dS, \quad (10)$$

где принято $\mathbf{e} \approx \tilde{\mathbf{e}}$. Подынтегральное выражение в (10) представим в операторном виде

$$\tilde{e}_i^* \partial_i f \partial_k \tilde{e}_k = (\tilde{e}_x^*, \tilde{e}_y^*) \begin{pmatrix} \partial_x f \partial_x & \partial_x f \partial_y \\ \partial_y f \partial_x & \partial_y f \partial_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{e}_x \\ \tilde{e}_y \end{pmatrix} = \langle \tilde{\mathbf{e}} | \hat{\mathbf{V}} | \tilde{\mathbf{e}} \rangle. \quad (11)$$

Матричный дифференциальный оператор $\hat{\mathbf{V}}$ разложим по матрицам Паули:

$$\hat{\mathbf{V}} = \hat{\sigma}_0 \hat{\mathbf{V}}_0 + \hat{\sigma}_1 \hat{\mathbf{V}}_1 + \hat{\sigma}_2 \hat{\mathbf{V}}_2 + \hat{\sigma}_3 \hat{\mathbf{V}}_3,$$

где

$$\hat{\mathbf{V}}_0 = \frac{1}{2} (\partial_x f \partial_x + \partial_y f \partial_y) = \frac{1}{2} \partial_r f \partial_r;$$

$$\hat{\mathbf{V}}_1 = \frac{1}{2} (\partial_x f \partial_x - \partial_y f \partial_y) = \frac{1}{2} \partial_r f \left(\cos 2\varphi \partial_r - \frac{1}{r} \sin 2\varphi \partial_\varphi \right);$$

$$\hat{\mathbf{V}}_2 = \frac{1}{2} (\partial_x f \partial_y + \partial_y f \partial_x) = \frac{1}{2} \partial_r f \left(\sin 2\varphi \partial_r + \frac{1}{r} \cos 2\varphi \partial_\varphi \right);$$

$$\hat{\mathbf{V}}_3 = \frac{i}{2} (\partial_x f \partial_y - \partial_y f \partial_x) = \frac{i}{2r} \partial_r f \partial_\varphi. \quad (12)$$

При переходе в цилиндрическую систему координат мы ограничились случаем осесимметричного волокна ($\partial_\varphi f = 0$). Удобно представить оператор $\hat{\mathbf{V}}$ в виде

$$\hat{\mathbf{V}} = \frac{1}{2r^2} \frac{\partial f}{\partial r} (\hat{\mathbf{D}} + \hat{\mathbf{T}} \hat{\mathbf{D}}),$$

где

$$\hat{\mathbf{D}} = \hat{\sigma}_0 \frac{\partial}{\partial R} + \frac{i}{R} \hat{\sigma}_3 \frac{\partial}{\partial j};$$

$$\hat{\mathbf{T}} = \hat{\sigma}_1 \cos 2\varphi + \hat{\sigma}_2 \sin 2\varphi = \begin{pmatrix} \cos 2\varphi & \sin 2\varphi \\ \sin 2\varphi & -\cos 2\varphi \end{pmatrix}_L = \begin{pmatrix} 0 & e^{-i2\varphi} \\ e^{i2\varphi} & 0 \end{pmatrix}_C. \quad (13)$$

Индекс L указывает на представление матричных операторов в линейно поляризованном базисе, а индекс C – на циркулярно поляризованный базис.

Вид оператора (13) аналогичен оператору спин-орбитального взаимодействия для электронов в цилиндрически-симметричном поле. Среднее значение

физической величины оператора $\hat{\mathbf{V}}$ равно поляризационной поправке $\delta\tilde{\beta}$. В оператор $\hat{\mathbf{D}}$ входят слабые, которые аналогичны оператору контактного взаимодействия $\hat{\mathbf{K}} = \hat{\sigma}_0 \frac{\partial}{\partial R}$ и спин-орбитального взаимодействия $\hat{\mathbf{S}} = \frac{i}{R} \hat{\sigma}_3 \frac{\partial}{\partial \varphi}$ для электрона в атоме водорода [15]. Свойства оператора спин-орбитального взаимодействия представлены в табл. 1.

Например, для волокна с параболическим профилем показателя преломления поправка

$$\delta\tilde{\beta} = -\kappa (l + \kappa) (\sqrt{2D})^3 / (2\rho V). \quad (14)$$

Отметим, что топологические свойства мало-модовых волокон, связанные с неголономной фазой Берри, вызваны действием оператора $\hat{\mathbf{T}}$ на поля CV -вихрей (см. табл. 1).

Действие операторов $\hat{\mathbf{D}}$ и $\hat{\mathbf{T}} \hat{\mathbf{D}}$ на циркулярно поляризованные CV -вихри существенно отличается от их действия на линейно поляризованные азимутально-симметричные поля TE - и TM -мод. Оператор $\hat{\mathbf{D}}$ осуществляет преобразование радиального распределения поля: $F_l(R) \Rightarrow G_l^{-\kappa}(R)$, где $G_l^{-\kappa}(R) = \frac{dF_l}{dR} - \kappa \frac{1}{R} F_l$. Матрицу $\hat{\mathbf{T}}$ можно представить в виде произведения матрицы Паули $\hat{\sigma}_1$ и оператора вращения на угол 2φ :

$$\hat{\mathbf{T}} = \hat{\sigma}_1 \hat{\mathbf{R}}(2\varphi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos 2\varphi & \sin 2\varphi \\ -\sin 2\varphi & \cos 2\varphi \end{pmatrix}. \quad (15)$$

Оператор вращения $\hat{\mathbf{R}}$ преобразует величину топологического заряда $l \Rightarrow l + 2\kappa$. Матрица $\hat{\sigma}_1$ преобразует направление циркуляции на противоположное: $\sigma^+ \Leftrightarrow \sigma^-$. Действие оператора $\hat{\mathbf{T}} \hat{\mathbf{D}}$ на поля $\tilde{\mathbf{e}}$ для CV -вихрей преобразует их в ортогональные модовые состояния. Поэтому вклад в поляризационную поправку $\delta\tilde{\beta}$ дает только оператор $\hat{\mathbf{D}}$, который не изменяет состояние поляризации поля и не преобразует фазу поля. Иначе сказывается действие операторов $\hat{\mathbf{D}}$ и $\hat{\mathbf{T}} \hat{\mathbf{D}}$ на поля TE - и TM -мод. Здесь вклад в изменение поля вносят обе части оператора $\hat{\mathbf{V}}$. Следовательно, в «переизлученном» поле TE - и TM -мод изменяется как фаза, так и поляризация. Такое различие в действии оператора \mathbf{V} на поляризации полей CV -вихрей и TE -, TM -мод указывает на наличие двух различных физических процессов: для поля CV -вихрей – циркулярное двулучепреломление, для TE - и TM -мод – линейное двулучепреломление.

Преобразование полей и их постоянных распространения при действии оператора спин-орбитального взаимодействия

		$\kappa = +1 \quad l \geq 1$ $\kappa = -1 \quad l > 1$ $\sigma = \pm 1$ $C V_{\sigma l}^{\kappa \sigma}$	$\kappa = -1 \quad l = 1$ TM	$\kappa = -1 \quad l = 1$ TE
$ \tilde{\mathbf{e}}\rangle$	e_x	$\frac{1}{\sqrt{2}} F_l e^{i\sigma l \varphi}$	$F_l \cos \varphi$	$F_l \sin \varphi$
	e_y	$\frac{i\kappa \sigma}{\sqrt{2}} F_l e^{i\sigma l \varphi}$	$F_l \sin \varphi$	$-F_l \cos \varphi$
$\hat{\mathbf{D}} \tilde{\mathbf{e}}\rangle$	e_x	$\frac{1}{\sqrt{2}} G_l^{-\kappa} e^{i\sigma l \varphi}$	$G_l^+ \cos \varphi$	$G_l^+ \sin \varphi$
	e_y	$\frac{i\kappa \sigma}{\sqrt{2}} G_l^{-\kappa} e^{i\sigma l \varphi}$	$G_l^+ \sin \varphi$	$-G_l^+ \cos \varphi$
$\hat{\mathbf{T}}\hat{\mathbf{D}} \tilde{\mathbf{e}}\rangle$	e_x	$\frac{1}{\sqrt{2}} G_l^{-\kappa} e^{i\sigma(l+2\kappa)\varphi}$	$G_l^+ \cos \varphi$	$-G_l^+ \sin \varphi$
	e_y	$\frac{i\kappa \sigma}{\sqrt{2}} G_l^{-\kappa} e^{i\sigma(l+2\kappa)\varphi}$	$G_l^+ \sin \varphi$	$G_l^+ \cos \varphi$
$a \langle \tilde{\mathbf{e}} \frac{\partial f}{\partial R} \hat{\mathbf{D}} \tilde{\mathbf{e}} \rangle$		$I_l^{-\kappa}$	I_l^+	I_l^+
$a \langle \tilde{\mathbf{e}} \frac{\partial f}{\partial R} \hat{\mathbf{T}}\hat{\mathbf{D}} \tilde{\mathbf{e}} \rangle$		0	I_l^+	$-I_l^+$
$\tilde{\delta\beta}$		$I_l^{-\kappa}$	$2 I_l^+$	0
$\delta\beta (f=R^2)$		$-\kappa (l + \kappa) \frac{(\sqrt{2\Delta})^3}{2\rho V}$	0	0

$$a = \frac{(\sqrt{2\Delta})^3}{4\rho V} \frac{1}{\langle \tilde{\mathbf{e}} | \tilde{\mathbf{e}} \rangle}; \quad \tilde{\delta\beta} = \frac{(\sqrt{2\Delta})^3}{4\rho V} \frac{\langle \tilde{\mathbf{e}} | \frac{\partial f}{\partial R} (\hat{\mathbf{D}} + \hat{\mathbf{T}}\hat{\mathbf{D}}) | \tilde{\mathbf{e}} \rangle}{\langle \tilde{\mathbf{e}} | \tilde{\mathbf{e}} \rangle}; \quad I_l^{-\kappa} = \frac{(\sqrt{2\Delta})^3}{4\rho V} \int_0^\infty \frac{\partial f}{\partial R} F_l G_l^{-\kappa} R dR / \int_0^\infty F_l^2 R dR.$$

Тем не менее собственные функции оператора $\hat{\mathbf{V}}$ не совпадают со значением поправочного поля $\mathbf{e}^{(1)}$. Выясним физическую природу поляризационной поправки $\tilde{\delta\beta}$.

3. Топологическая фаза и поляризационная поправка

Как было показано в [4], адиабатическое циклическое изменение параметров волновой функции микрочастицы приводит к появлению неголономной топологической фазы γ_T . Фаза γ_T характеризуется результатом *параллельного переноса* вектора состояния вдоль замкнутой кривой в конфигурационном пространстве и возникает в результате *действия неголономной связи*, в частности за счет распространения поперечной световой волны в неоднородной среде.

В оптике, как правило, топологическая фаза γ_T возникает в волновых процессах, в которых изменяются состояние поляризации или направление спина относительно оси z . В электродинамическом представлении такой процесс соответствует, например, прохождению

волны через стопу анизотропных пластинок – фаза Панчаратнама [16] или при распространении света по неплоской лучевой траектории – фаза Рытова–Владимирского [6, 7]. Накопление топологической фазы также может проявиться за счет изменения поперечной структуры лазерного пучка в астигматичном модовом конвертере [17]. Это многообразие топологических фаз обобщено в [4] и названо фазой Берри [18].

Однако распространение собственных вихрей через оптическое волокно не связано с изменением каких-либо явных параметров волны. Тем не менее наличие P_φ -компоненты энергетического потока вызывает прецессию вектора Пойнтинга вокруг оси z . Поток энергии можно характеризовать с помощью «силовых» линий. «Силовые» линии вектора Пойнтинга (рис. 1) для однородных и неоднородных вихрей имеют вид спиральных траекторий. Поток энергии однородных $CV_{\sigma l}^\sigma$ -вихрей содержит топологически однородное поле винтовых линий (рис. 1,а). Для неоднородных $CV_{\sigma l}^\sigma$ -вихрей поле вектора Пойнтинга содержит два типа спиральных траекторий, различающихся шагом и направлением закручивания (рис. 1,б) и разделенных семейством прямых линий.

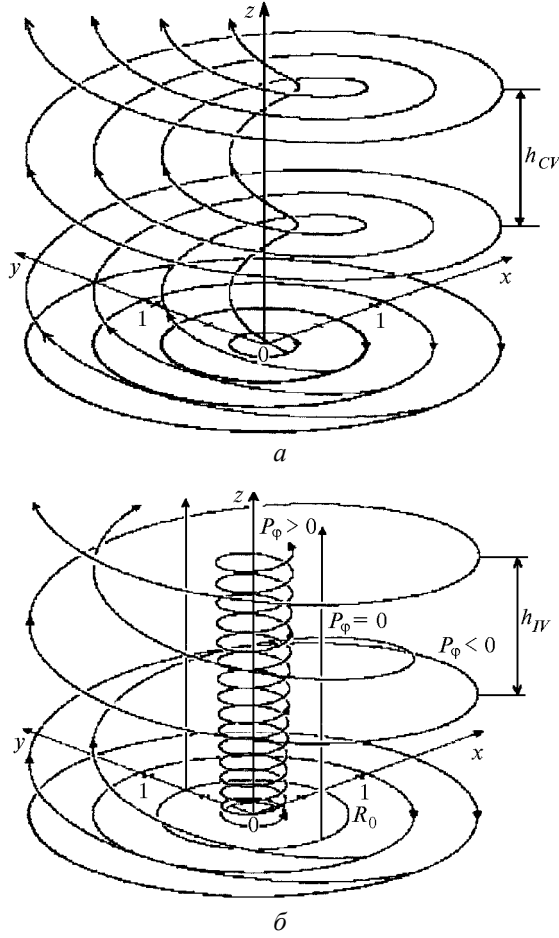


Рис. 1. Линии потока энергии: *a* – устойчивого, топологически однородного CV -вихря ($\kappa = +1, l = 1$); *b* – неустойчивого, топологически неоднородного IV -вихря ($\kappa = -1, l = 1$)

3.1. Однородные вихри параболического волокна

Рассмотрим процесс накопления топологической фазы γ_T в поле однородного $CV_{\sigma l}^{\sigma}$ -вихря в оптическом волокне с параболическим профилем показателя преломления $n^2(R) = n_{co}^2(1 - 2\Delta R^2)$. Как видно из рис. 1, *a*, шаг винта h_1 для всех линий потока энергии $CV_{\sigma l}^{\sigma}$ -вихря одинаков и равен

$$h_1 = 2\pi\rho/\sqrt{2\Delta}. \quad (16)$$

Величина шага h_1 определяется исключительно полным радиусом волокна ρ и высотой профиля показателя преломления Δ . Выражение (16) описывает только слабонаправляющие волокна. Поэтому неудивительно, что шаг спирали h_1 совпадает со значением шага спиральной траектории лучей в многомодовом световоде в параксиальном приближении геометрической оптики [13, выражение (2.38)].

Это значит, что вектор Пойнтинга \mathbf{P} в процессе распространения однородного CV -вихря совершает прецессионное движение вокруг оси распространения z . Осуществим параллельный перенос электрического вектора \mathbf{e} на сфере вдоль одной из линий

«тока» вектора \mathbf{P} [5] на угол φ и после несложных преобразований получим значение топологической фазы γ_T :

$$P_T = \varphi(1 - P_z/P), \quad (17)$$

где $P^2 = P_j^2 + P_r^2 + P_z^2$; φ – азимутальный угол поворота начала координат подвижного репера на линии «тока» \mathbf{P} . Удельную топологическую фазу (фазу на единицу длины траектории в фазовом пространстве) для однородных $CV_{\sigma l}^{\sigma}$ -вихрей можно записать в виде

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \frac{\partial \gamma_T}{\partial z} = \left(1 - \frac{P_z}{P}\right) \frac{\partial \varphi}{\partial z} = \frac{2\pi}{h_1} \left(1 - \frac{P_z}{P}\right) = \\ &= \frac{\sqrt{2\Delta}}{\rho} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + 2\Delta R^2}}\right) = \frac{(\sqrt{2\Delta})^3 R^2}{2\rho} - \frac{3(\sqrt{2\Delta})^5 R^4}{8\rho} + \\ &+ \frac{5(\sqrt{2\Delta})^7 R^6}{16\rho} - \dots \end{aligned} \quad (18)$$

В многомодовом волокне направление распространения энергии в известном приближении можно соотнести с направлением лучевой траектории [13]. Однако для маломодового волокна линии «тока» вектора \mathbf{P} нельзя отождествлять с лучевыми траекториями – собственные моды распространяются вдоль оси z . Вместе с тем поток энергии в волокне неоднороден в поперечном сечении и характеризуется величиной \mathbf{P} . Найдем среднее значение величины θ_1 по состоянию $P = |\mathbf{P}|$, ограничиваясь членом ряда порядка $(2\Delta)^{3/2}$ в выражении (18):

$$\langle \theta_1 \rangle = \frac{\int \theta_1 P d\theta_1}{\int P d\theta_1} \approx -\frac{(\sqrt{2\Delta})^3}{2\rho V} (l + 1), \quad (\kappa = +1). \quad (19)$$

Найденное значение удельной топологической фазы $\langle \theta_1 \rangle$ в точности совпадает с поляризационной поправкой $\delta\beta_1$ к постоянной распространения четной и нечетной HE_{l+1} -мод [13, табл. 14.1 и 14.2], из которых можно составить $CV_{\sigma l}^{\sigma}$ -вихрь [19, 20], и средним значением оператора спин-орбитального взаимодействия \hat{V} (14).

3.2. Неоднородные вихри параболического волокна

Найдем топологическую фазу, приобретаемую неоднородным $CV_{\sigma l}^{\sigma}$ -вихрем. Можно показать [14], что полный поток углового момента для IV_{σ}^{σ} -вихрей равен нулю: $M_z(IV) = 0$. Это является следствием топологической неоднородности линий «тока» вектора \mathbf{P} для IV -вихрей (см. рис. 1, *b*). Такая структура вектора \mathbf{P} также приводит к неоднородному характеру

топологической фазы θ_2 и, как следствие, вызывает расходимость интегралов в выражении (19). Чтобы обойти эту трудность, рассмотрим существенно многомодовое волокно с волноводным параметром $V \rightarrow \infty$. Шаг спирали $CV_{\sigma l}^{-\sigma}$ -вихря равен

$$h_2 = \frac{2\pi\rho}{\sqrt{2\Delta}} \frac{1}{1 - R_0^2/R^2}, R_0 = \sqrt{\frac{2l}{V}}. \quad (20)$$

Из выражения (20) видно, что при $V \rightarrow \infty$ характерный радиус $R_0 \rightarrow 0$. В этом случае две особенности при $R = R_0$ и $R = 0$ накладываются друг на друга на оси волокна и аннигилируют, а (20) совпадает с (16).

Анализ выражения (20) показывает, что направление прецессии вектора Пойнтинга неоднородного вихря зависит от радиуса спирали R . Из рис. 1,б видно, что направления прецессии на участках с $R < R_0$ и $R > R_0$ противоположны.

Поскольку поля $CV_{\sigma l}^{-\sigma}$ -вихря можно составить из двух EH_{l-1} -мод [19, 20], сделав замену индекса $l+1$ на индекс $l-1$ в (19), приходим к выражению для удельной топологической фазы неоднородных CV -вихрей:

$$\langle \theta_2 \rangle = (\sqrt{2\Delta})^3 / (2\rho V) (l-1), \quad (\kappa = -1). \quad (21)$$

Полученное выражение для $\langle \theta_2 \rangle$ в точности совпадает с выражением для поляризационной поправки $\delta\beta_2$ к постоянной распространения четной и нечетной EH_{l-1} -мод [13, табл. 14.1 и 14.2] и со средним значением оператора спин-орбитального взаимодействия \hat{V} (см. (14)). Из вида выражений (19) и (21) следует, что топологическая фаза направляемых вихрей зависит от двух параметров: азимутального индекса l и индекса спин-орбитальной связи κ . Такое разделение параметров l и κ свидетельствует о наличии двух процессов при распространении оптического вихря, заключающихся в циклическом изменении направления как орбитального, так и спинового угловых моментов волны. Из выражения (21) видно, что для IV -вихря параболического волокна топологическая фаза $\langle \theta_2 \rangle$ обращается в нуль. Этот результат непосредственно связан с тем, что z -компонента углового момента IV -вихря равна нулю вследствие противоположной направленности спинового и орбитального угловых моментов.

Перепишем выражения (19) и (21) в форме, имеющей размерность времени:

$$\tau_l^\kappa = \frac{\rho^2}{c\Delta} \langle \theta_l^\kappa \rangle = -\kappa \frac{l+\kappa}{\omega n_{co}}. \quad (22)$$

Величина τ_l^κ в выражении (22) зависит исключительно от параметров поля вихря и является собственным временем направляемого вихря оптического волокна. Легко заметить, что для однородных CV -вихрей $\tau_l^\kappa < 0$, для неоднородных CV -вихрей $\tau_l^\kappa > 0$ и для IV -вихрей $\tau_l^\kappa = 0$.

Формально умножив в выражении (22) числитель и знаменатель на постоянную Планка \hbar , получим отношение полного углового момента фотона $L = -\hbar(\kappa l + 1)$ к энергии фотона $E = \hbar\omega$. Таким образом, можно считать, что величина τ_l^κ характеризует некоторое собственное время фотона, распространяющегося в потенциальном поле:

$$U = n^2(R) = n_{co}^2 (1 - 2\Delta R^2).$$

Собственное время τ_l^κ при переходе от одного вихря к другому изменяется квантами и может принимать отрицательные значения.

4. Угловой момент направляемых вихрей

Можно показать, что компоненты вектора Пойнтинга \mathbf{P} для направляемых вихрей имеют вид

$$P_r = 0, P_\phi = -\kappa \sigma K F_l(R) G_l^{-\kappa}(R), \\ P_z = K (V/\sqrt{2\Delta}) F_l^2(R), \quad (23)$$

где $F_l(R)$ – амплитудная функция поля (в случае параболического волокна),

$$F_l(R) = R^l \exp(-VR^2/2);$$

$$G_l^{-\kappa} = \frac{dF_l}{dR} - \kappa \frac{l}{R} F_l; K = E_0^2 n_{co} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \frac{\sqrt{2\Delta}}{V}.$$

Пользуясь выражением (23), найдем z -компоненту углового момента вихря на единицу длины волокна:

$$L_z = \rho^2 \iint_S m_z R dR d\phi, \quad (24)$$

где

$$m_z = -\frac{1}{c} r P_\phi = -\kappa \sigma \frac{K}{c} \rho F_l(R) R \left[\frac{dF_l(R)}{dR} - \kappa \frac{l}{R} F_l(R) \right]$$

– плотность углового момента. Из сравнения выражения (24) с выражением (10) из [1] находим, что первый член суммы можно формально сопоставить со спиновым угловым моментом, а второй член – с орбитальным угловым моментом вихря. Разделив полученное выражение на полный поток энергии в z -направлении, получим

$$t_{\sigma l}^{\kappa\sigma} = \sigma (l + \kappa) / \omega, \quad (25)$$

что согласуется с выражением (1) с точностью до индекса спин-орбитальной связи ($l \rightarrow \sigma l$, $\sigma \rightarrow \kappa\sigma$). Из сравнения выражений (1), (22) и (25) следует, что время τ_l^κ описывает результат спин-орбитального взаимодействия в направляемых вихрях параболического волокна. Поскольку (22) описывает поляриза-

ционную поправку к постоянным распространения циркулярных вихрей, находим, что спин-орбитальное взаимодействие в направляемых вихрях вызывает снятие вырождения постоянной распространения $\tilde{\beta}_l$ на $\tilde{\beta}_l^+$ и $\tilde{\beta}_l^-$. Этот процесс аналогичен процессу спин-орбитального взаимодействия в атомах, в результате которого возникает расщепление энергетических уровней [3].

Выражение (25) получено для произвольного профиля показателя преломления $n(R)$ и показывает, что спин-орбитальное взаимодействие характерно для всех волокон с цилиндрической симметрией. Однако идентичность выражений (22) и (25) свойственна только параболическим волокнам. Можно показать, что собственное время τ_l^χ в волокнах со ступенчатым профилем показателя преломления для направляемых вихрей вблизи отсечки определяется как

$$\tau_l^{\chi=+1} \approx -2(l-1)/\omega, \quad \tau_l^{\chi=-1} \approx 0. \quad (26)$$

Из выражений (26) следует, что характер спин-орбитального взаимодействия в направляемых вихрях зависит от формы профиля потенциальной ямы.

5. Топологическое двулучепреломление оптических вихрей

5.1. Историческая справка. Основные уравнения

Способность локально-изотропной слоистой среды вызывать двулучепреломление в поле оптической волны известна довольно давно как двулучепреломление формы [21]. Такое линейное двулучепреломление связано с различием граничных условий для нормальных и тангенциальных составляющих электрического поля. Несколько позднее Рытов [6] и Владимирский [7] при анализе процессов распространения поляризованных световых лучей через локально-изотропную неоднородную среду заметили, что световая волна подвергается циркулярному двулучепреломлению.

Однако циркулярная анизотропия среды проявлялась по-разному для световых волн с плоскими и неплоскими лучевыми траекториями. Для волн с плоской лучевой траекторией циркулярного двулучепреломления не возникает, в то время как волны, распространяющиеся по винтовым траекториям, приобретают различные фазовые скорости для правой и левой циркулярных поляризаций.

В разделах 2 и 3 показано, что физическая природа различного отклика локально-изотропной неоднородной среды на правую и левую циркулярные поляризации волны связана с топологической фазой поля. Действие линейного и циркулярного двулучепреломлений на поля существенно многомодовых волокон, вызывающее расщепление лучевых траекторий (или волновых каустик), исследовалось в [8, 9] и было названо топологическим двулучепреломле-

нием. Анализируя распространение световых лучей в неоднородной среде на основе ВКБ-метода, авторы [22, 23] пришли к заключению, что величина циркулярного двулучепреломления неоднородной среды составляет $\delta n_c \sim (\lambda/a)$, а линейного двулучепреломления $\delta n_L \sim (\lambda/a)^2$ (λ – длина волны; a – характерный размер неоднородности).

Следует ожидать, что наиболее ярко процессы двулучепреломления должны проявляться в оптических волокнах за счет уникально большой длины взаимодействия волны с локально-изотропной неоднородной средой волокна. Различия скоростей собственных волн при анализе решений уравнений Максвелла представляются спектром постоянных распространения, а совокупность оптических явлений, обусловленных различием скоростей распространения волн в волокне, известна как явление модовой дисперсии [13], которое не связано с особым анизотропным откликом неоднородной среды.

Тем не менее постоянную распространения каждой собственной моды можно разделить на скаляр-

ную часть $\tilde{\beta}_l$ (l – азимутальный индекс, характеризующий симметричные свойства поля) и на некоторую поправку $\delta\beta_l^\chi$ (χ – индекс спин-орбитальной связи), характеризующую поляризационные свойства поля [13].

Можно отделить модовую дисперсию как явление, связанное с различием скалярных постоянных распространения $\tilde{\beta}_l$, от поляризационных эффектов,

вызывающих расщепление «линии» $\tilde{\beta}_l$ на тонкую структуру, определяющуюся поправкой $\delta\beta_l^\chi$. В разделе 2 представлена поляризационная поправка $\delta\beta$ как среднее значение физической величины оператора \hat{V} спин-орбитального взаимодействия (см. выражение (13)). По нашему мнению, именно процесс спин-орбитального взаимодействия и является тем механизмом, который вызывает двулучепреломление волн в локально-изотропной среде.

В данном разделе представлены результаты теоретического исследования как отдельного, так и совместного проявления циркулярного и линейного двулучепреломлений оптических вихрей в маломодовых волокнах.

Как видно из табл. 1, поляризационная поправка $\delta\beta$ для TE - и TM -мод параболического волокна равна нулю ($\delta\beta_{TE} = \delta\beta_{TM} = 0$). Однако это не означает, что поляризационная поправка $\delta\beta^{(1)}$ к поправочному полю $\mathbf{e}^{(1)}$ в выражении (9) для этих мод также равна нулю. Дело в том, что поляризационная поправка нулевого порядка находилась в приближении $\tilde{\mathbf{e}} \rightarrow \mathbf{e}$. Но форма симметрии силовых линий TE -моды (табл. 3) исключает дополнительное искажение поля,

связанное с поляризационной поправкой: силовые линии поля нормальны к вектору кривизны пространства осесимметричного волокна. Форма симметрии поля TM -моды указывает на возможное искажение силовых линий, которые и вызовут рассогласование постоянных распространения TE - и TM -мод.

С другой стороны, поляризационная поправка $\delta\beta$ для CV -вихрей на порядок величины Δ больше поправки $\delta\beta^{(1)}$ (см. выражение (9)). Поэтому величина $\delta\beta^{(1)}$ не будет вносить существенных искажений в процесс распространения CV -вихрей.

Как видно из выражения (9), для определения величины $\delta\beta^{(1)}$ необходимо сначала найти вид поправочного поля $\mathbf{e}^{(1)}$. Можно показать, что поправочное поле $\mathbf{e}^{(1)}$ удовлетворяет уравнениям [13]:

$$\left[\partial_R^2 + \frac{1}{R} \partial_R - \frac{1}{R^2} + \tilde{U}^2 - V^2 f + \frac{1}{R^2} \partial_\phi^2 \right] e_r^{(1)} - \frac{2}{R^2} \partial_\phi e_\phi^{(1)} = 2 \partial_R f \partial_R \tilde{e}_r + 2 \partial_R^2 f \tilde{e}_r + \frac{4\rho V}{(\sqrt{2\Delta})^3} \delta\tilde{\beta} \tilde{e}_r, \quad (27)$$

$$\left[\partial_R^2 + \frac{1}{R} \partial_R - \frac{1}{R^2} + \tilde{U}^2 - V^2 f + \frac{1}{R^2} \partial_\phi^2 \right] e_\phi^{(1)} + \frac{2}{R^2} \partial_\phi e_r^{(1)} = \frac{2}{R} \partial_R f \partial_\phi \tilde{e}_r + \frac{4\rho V}{(\sqrt{2\Delta})^3} \delta\tilde{\beta} \tilde{e}_\phi. \quad (28)$$

Вид поправочных полей $\mathbf{e}^{(1)}$ и значений $\delta\beta^{(1)}$ для CV -вихрей, TE - и TM -мод как решений уравнений (27), (28) и (9) приведен в табл. 2.

Таблица 2

Поправки к электрическим полям и постоянным распространения для CV -вихрей, TE - и TM -мод оптического волокна

	$\begin{matrix} \kappa = +1 & l \geq 1 \\ \kappa = -1 & l > 1 \end{matrix} \quad \sigma = \pm 1$ $CV_{\sigma l}^{\kappa\sigma}$	$\kappa = -1 \quad l = 1$ TM	$\kappa = -1 \quad l = 1$ TE
\tilde{e}_r	$\frac{1}{\sqrt{2}} \tilde{F}_l e^{i\sigma(l+2\kappa)\phi}$	\tilde{F}_1	0
\tilde{e}_ϕ	$\frac{i\kappa\sigma}{\sqrt{2}} \tilde{F}_l e^{i\sigma(l+2\kappa)\phi}$	0	\tilde{F}_1
$e_r^{(1)}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} F_l^{(1)} e^{i\sigma(l+2\kappa)\phi}$	$F_1^{(1)}$	0
$e_\phi^{(1)}$	0	0	0
$\delta\beta^{(1)} (f=R^2)$	$-\kappa(l+1)(l+3\kappa) \frac{(\sqrt{2\Delta})^5}{2\rho V^2}$	$-2 \frac{(\sqrt{2\Delta})^5}{\rho V^2}$	0

Для профиля $f=R^2$: $\tilde{F}_l = R^l \exp(-VR^2/2)$, $F_l^{(1)} = R^{l+2} \exp(-VR^2/2)$.

Для TE -моды всегда выполняется условие $\delta\beta = 0$, но для TM -моды $\delta\beta \neq 0$. Например, в волокне с параболическим профилем показателя преломления $f=R^2$ поляризационные поправки $\delta\tilde{\beta}$ как для TE -моды, так и для TM -моды равны нулю: $\delta\tilde{\beta}_{TE, TM} = 0$. Однако расчет на основании данных табл. 2 показал, что величина поляризационной поправки $\delta\tilde{\beta}_{TM}^{(1)} \sim (\lambda/\rho)^{5/2}$. Поэтому скорости распространения TM - и TE -мод оказываются различными. Такое различие постоянных распространения и является основным механизмом линейного двулучепреломления оптических волокон, величина которого $n_T = (\lambda/\rho)^3$. Так, для параболического волокна с $\rho = 3,5$ мкм, $V = 3,6$, $\Delta \sim 10^{-3}$ $\delta\beta \sim 10^{-1} \text{ м}^{-1}$ и IV -вихрь разрушается на длине $\Lambda = 67$ м. Ранее считалось, что IV -вихрь в параболическом волокне устойчив [14].

Термин «линейное двулучепреломление» подразумевает, что при распространении волны правоциркулярная поляризация $\sigma = +1$ превращается в левоциркулярную поляризацию.

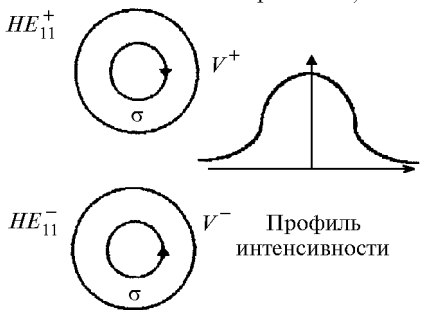
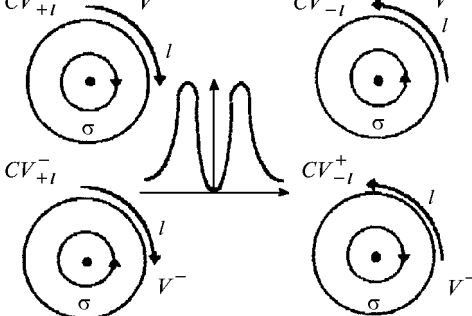
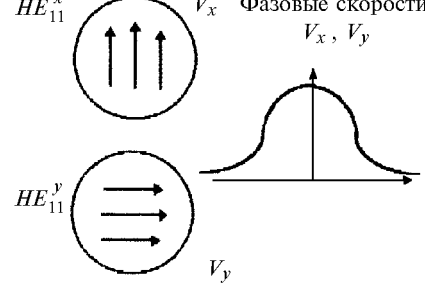
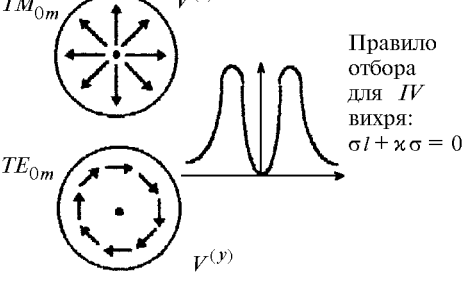
Так, в IV -вихре на половине длины биений имеет место конверсия состояний

$$|+1, -1\rangle \Leftrightarrow |-1, +1\rangle.$$

Для CV -вихрей вклад второго члена в (9) в полную поляризационную поправку очень мал. Основной вклад дает $\delta\tilde{\beta}$, которая не изменяет поляризации, но различна для однородных и неоднородных CV -вихрей. Поэтому CV -вихри в состояниях $\{|+l, +1\rangle; |-l, -1\rangle\}$ и $\{|+l, -1\rangle; |-l, +1\rangle\}$ имеют различные фазовые набег на одинаковой длине волокна z . Это явление идентично циркулярному двулучепреломлению, которое в данном случае носит более общий характер (описывается не только базисом поляризации, но и топологическим зарядом), чем классический аналог в оптике кристаллов.

В табл. 3 приведено сравнение между циркулярным и линейным двулучепреломлением гладких полей HE_{11} -мод и полей с фазовыми и поляризационными сингулярностями CV -вихрей, TE - и TM -мод.

Сравнение индуцированного и топологического двулучепреломлений света в оптических волокнах

Фундаментальная однородно поляризованная HE_{11} -мода (индуцированное д.л.п.)	Однородные и неоднородные CV -вихри и азимутально симметричные TE - и TM -моды
Циркулярное двулучепреломление	
<p>Фазовые скорости V^+, V^-</p>  <p>Профиль интенсивности</p>	
<p>$l = 0, \sigma = \pm 1$ $HE_{11}^+ \Rightarrow \psi^+ \rangle = 0, +1\rangle$, $HE_{11}^- \Rightarrow \psi^- \rangle = 0, -1\rangle$ Собственные значения $\langle HE_{11}^+ \rangle \Rightarrow \tilde{\beta}_0 + \delta\beta^+$ $\langle HE_{11}^- \rangle \Rightarrow \tilde{\beta}_0 + \delta\beta^-$ При возмущении $\delta\beta^+ \neq \delta\beta^-$</p>	<p>$\psi^+ \rangle = \sigma l, \kappa \sigma \rangle$ Однородные вихри $\kappa = +1, l \geq 1$ $CV_{+l}^+ \Rightarrow \psi^+ \rangle = l; +1\rangle$, $CV_{-l}^- \Rightarrow \psi^- \rangle = -l; -1\rangle$ Правило отбора: $\sigma l + \kappa \sigma \neq 0$ Неоднородные вихри $\kappa = -1, l > 1$ $CV_{+l}^- \Rightarrow \psi^- \rangle = l; -1\rangle$ $CV_{-l}^+ \Rightarrow \psi^+ \rangle = -l; +1\rangle$ $\langle CV_{+l}^+ \rangle = \langle CV_{-l}^- \rangle \Rightarrow \tilde{\beta}_l + \delta\beta_l^+$ $\langle CV_{+l}^- \rangle = \langle CV_{-l}^+ \rangle \Rightarrow \tilde{\beta}_l + \delta\beta_l^-$</p>
Линейное двулучепреломление	
<p>Фазовые скорости V_x, V_y</p> 	 <p>Правило отбора для IV вихря: $\sigma l + \kappa \sigma = 0$</p>
<p>$HE_{11}^x: \psi \rangle \Rightarrow 0, +1\rangle + 0, -1\rangle$ $HE_{11}^y: \psi \rangle \Rightarrow 0, +1\rangle - 0, -1\rangle$ $\langle HE_{11}^x \rangle \Rightarrow \tilde{\beta}_0 + \delta\beta^x$ при возмущении $\langle HE_{11}^y \rangle \Rightarrow \tilde{\beta}_0 + \delta\beta^y$ $\delta\beta \neq \delta\beta^y$</p>	<p>$TM: \psi \rangle \Rightarrow -1, +1\rangle + 1, -1\rangle$ $TE: \psi \rangle \Rightarrow -1, +1\rangle - 1, -1\rangle$ $\langle TM \rangle \Rightarrow \tilde{\beta}_1 + \delta\beta_{TM}; \delta\beta_{TM} \neq 0$ $\langle TE \rangle \Rightarrow \tilde{\beta}_1 + \delta\beta_{TE}; \delta\beta_{TE} = 0$</p>

Рассмотрим несколько частных случаев проявления циркулярного и линейного двулучепреломлений в локально-изотропных невозмущенных многомодовых волокнах.

5.2. Циркулярное двулучепреломление. Эффект Ритова и оптический эффект Магнуса

Рассмотрим распространение в маломодовом оптическом волокне суперпозиции однородных и неоднородных CV -вихрей [24]:

$$LV_{\sigma l}^x = CV_{\sigma l}^{+\sigma} + CV_{\sigma l}^{-\sigma}, \quad (29)$$

$$CP_{\sigma l}^{\sigma} + CV_{+\sigma l}^{\sigma} + CV_{-\sigma l}^{\sigma}, \quad (30)$$

где для первого слагаемого $\kappa = +1$, а для второго $\kappa = -1$, кроме того, для неоднородных CV -вихрей должно выполняться требование $l \neq 1$. Используя выражения для CV -вихрей, запишем электрическое поле линейно поляризованного $LV_{\sigma l}^x$ -вихря в виде

$$\mathbf{e}_{\perp}(L V_{\sigma l}^x) = (\hat{\mathbf{x}} \cos \delta\beta_{21}z + \sigma \hat{\mathbf{y}} \sin \delta\beta_{21}z) F_l(R) \times \exp\{i \sigma l \phi\} \exp\{i \tilde{\beta}' z\}, \quad (31)$$

где

$$\delta\beta_{21} = \frac{\delta\beta_2 - \delta\beta_1}{2}, \tilde{\beta}' = \tilde{\beta} + \frac{\delta\beta_1 + \delta\beta_2}{2}.$$

Из выражения (31) следует, что электрический вектор линейной поляризации в процессе распространения LV -вихря по волокну испытывает поворот на угол

$$\psi = \sigma\delta\beta_{21} z = (2\pi/\lambda) \delta n_T z, \quad (32)$$

который характеризуется величиной эффективного двулучепреломления

$$\delta n_T = (c^2 \Delta)/(n_{co} \rho^2 \omega^2) \sigma l. \quad (33)$$

Направление вращения электрического вектора определяется знаком топологического заряда. Выражение (33) описывает волноводный аналог эффекта Рытова–Владимирского [6, 7], впервые сформулированного для неплоских лучевых траекторий плоских волн, распространяющихся в локально-изотропной неоднородной среде. Для маломодового волокна формализм лучевых траекторий неприменим. В этом случае поворот электрического вектора характеризуется параллельным переносом вектора состояния вдоль линий потока энергии, отображенного на сфере в пространстве импульсов. Направление вращения электрического вектора характеризуется направлением кручения линий потока энергии и определяется знаком топологического заряда LV -вихря.

В волокне можно возбудить циркулярно поляризованную CP_{lm}^σ -волну (30) с вырожденной краевой дислокацией. Поперечное электрическое поле запишем в виде

$$\mathbf{e}_\perp(CP_{lm}^{\sigma, \text{even}}) = \{\hat{\mathbf{x}} + i \sigma \hat{\mathbf{y}}\} \cos(\sigma l \varphi - \delta\beta_{21} z) F_l(R) \exp(i \tilde{\beta}' z). \quad (34)$$

Из (34) следует, что при распространении вдоль параболического волокна наблюдается вращение оси вырожденной краевой дислокации вихревой суперпозиции на угол

$$\chi = -\sigma\delta\beta_{21} z = -(2\pi/\lambda) \delta n_T z. \quad (35)$$

Направление вращения оси дислокации противоположно направлению вращения линейной поляризации в эффекте Рытова–Владимирского. Такое вращение краевой дислокации является волноводным проявлением оптического эффекта Магнуса [25].

Как в волноводном эффекте Рытова–Владимирского (33), так и в волноводном оптическом эффекте Магнуса (35) вращение поля характеризуется эффективным показателем преломления δn_T . Это явление эквивалентно циркулярному двулучепреломлению среды. Однако оно, во-первых, наблюдается в *локально-изотропной* среде, во-вторых, показатель преломления δn_T зависит от топологического заряда σl . Поэтому величину δn_T можно характеризовать как топологическое двулучепреломление. Аналогичное явление ранее уже наблюдалось в многомодовых волокнах [9].

5.3. Линейное двулучепреломление. Объединенный эффект Рытова–Магнуса

В оптических волокнах азимутально симметричные TE - и TM -моды могут объединяться в поля неустойчивых IV_σ^σ -вихрей, содержащих парциальные $|+1, -1\rangle$ и $|-1, +1\rangle$ вихри, амплитуда которых осциллирует при распространении волны вдоль оси z [14]. Можно показать, что «силовые» линии азимутальной и радиальной компонент вектора Пойнтинга \mathbf{P} для CP_{11}^+ -поля в таком волокне при распространении деформируются и образуют в поперечном сечении волокна картины, приведенные на рис. 2.

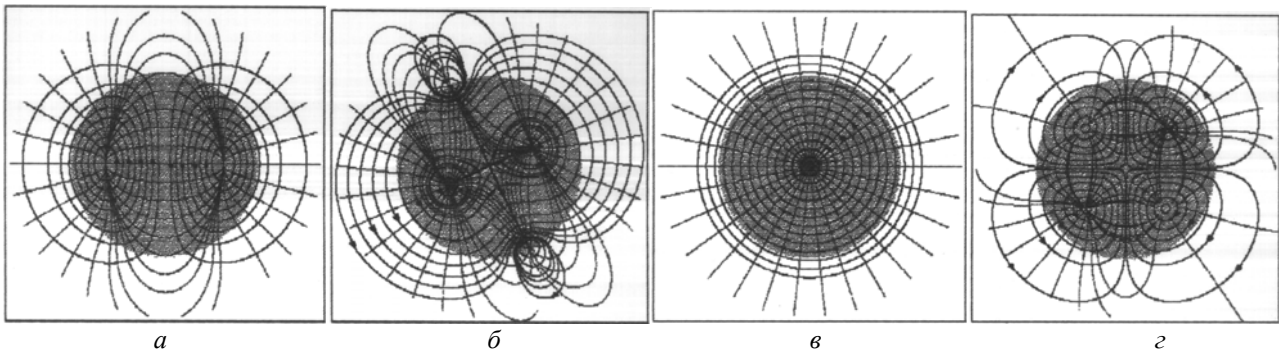


Рис. 2. Структура силовых линий (линии со стрелками) и псевдопотенциальные линии поперечного вектора Пойнтинга \mathbf{P}_\perp циркулярно поляризованной CP_{11} -моды в сечениях: $a - z = 0$; $b - z = \pi/(2(\beta_{TE} - \beta_{TM}))$; $v - z = \pi/(\beta_{TE} - \beta_{TM})$; z - линии вектора \mathbf{P}_\perp линейно поляризованной LP_{11} -моды. Закрашенный круг обозначает сердцевину волокна с радиусом 3,5 мкм

Изменение формы силовых линий CP_{11}^+ -моды вызвано осцилляционными изменениями поля IV -вихря, в котором возникают биения между полями

парциальных $|+1, -1\rangle$ и $|-1, +1\rangle$ вихрей. В результате этих биений в CP_{11}^+ -поле попеременно складываются либо противоположные топологические за-

ряды и формируется однородное циркулярно поляризованное поле с вырожденной краевой дислокацией $|0; +1\rangle$, либо линейно поляризованное поле с чисто винтовой дислокацией $|+1; 0\rangle$.

Очевидно, что в определенных сечениях ступенчатого волокна формируются аналоги полей CP_{11}^+ -моды и LV_{11} -вихря, а направления вращения линейной поляризации и оси краевой дислокации противоположны друг другу. Расстояние между этими сечениями равно четверти длины биений Λ для IV -вихря [14]. В сечениях $z = 2n (\Lambda_{IV}/4)$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) угол поворота оси вырожденной краевой дислокации χ описывается выражением (34) и характеризует волноводный оптический эффект Магнуса. В сечениях $z = (2n + 1) \Lambda_{IV}/4$ угол поворота ψ вектора линейной поляризации LV_{11} -вихря описывается выражением (35) и представляет эффект Рытова–Владимирского. На промежуточных длинах волокна эффект Рытова и оптический эффект Магнуса наблюдаются одновременно. В дальнейшем будем характеризовать это явление как объединенный эффект Рытова–Магнуса. Этот эффект связан как с линейным двулучепреломлением TE - и TM -мод, так и с циркулярным двулучепреломлением однородных и неоднородных вихрей в неоднородной среде волокна.

Заметим, что в процессе распространения волны возникает конверсия спинового S и орбитального L угловых моментов между состояниями $|0; +1\rangle$ и $|+1; 0\rangle$. Явление конверсии $L \leftrightarrow S$ может наблюдаться только в полях с топологическим зарядом $|\sigma l| = 1$.

6. Эксперимент

Экспериментально изучалось вращение направления линейной поляризации ψ и оси вырожденной краевой дислокации χ в различных сечениях волокна при возбуждении его циркулярно поляризованной CP_{11}^+ -модой (или LV_{11} -вихрем). Выбиралось маломодовое оптическое волокно со ступенчатым профилем показателя преломления. Допустимая величина индуцированного линейного двулучепреломления $\delta n_L \sim 10^{-6}$. Радиус сердцевинки волокна $\rho = 3,5$ мкм, волноводный параметр $V = 3,6$ для $\lambda = 0,63$ мкм. В волокне могли реализоваться HE_{11} -мода, CV_{σ}^{σ} - и IV_{σ}^{σ} -вихри. Для исследований использовалась экспериментальная установка, представленная на рис. 3.

Для того чтобы максимально подавить возбуждение HE_{11} -моды, на входе волокна формировалось поле циркулярно поляризованной CP_{11}^+ -моды посредством компьютерно-синтезированной голограммы. Длина волокна изменялась обламыванием отрезков длиной приблизительно 1 см. Излучение с выходного торца волокна выводилось $20\times$ микрообъективом и проецировалось на экран. Измерялись величина и знак углов поворота линейной поляризации ψ и оси вырожденной краевой дислокации χ .

На рис. 4 приведена последовательность фотографий ближнего поля излучения с торца волокна. В полях с выраженным центральным минимумом интенсивности интерференционный эксперимент регистрировал наличие топологического заряда $|\sigma l| = 1$.

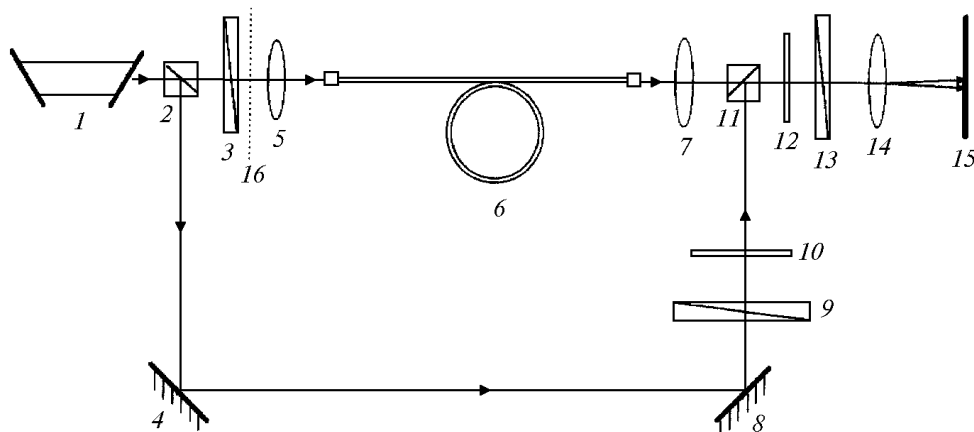


Рис. 3. Экспериментальная установка для исследования CP_{11} -моды: 1 – He–Ne-лазер; 2, 11 – делительная призма; 3, 9, 13 – поляризатор; 4, 8 – зеркало; 5, 7 – $20\times$ микрообъектив; 6 – маломодовое волокно; 10, 12 – пластина $\lambda/4$; 14 – линза; 15 – экран; 16 – компьютерно-синтезированная голограмма

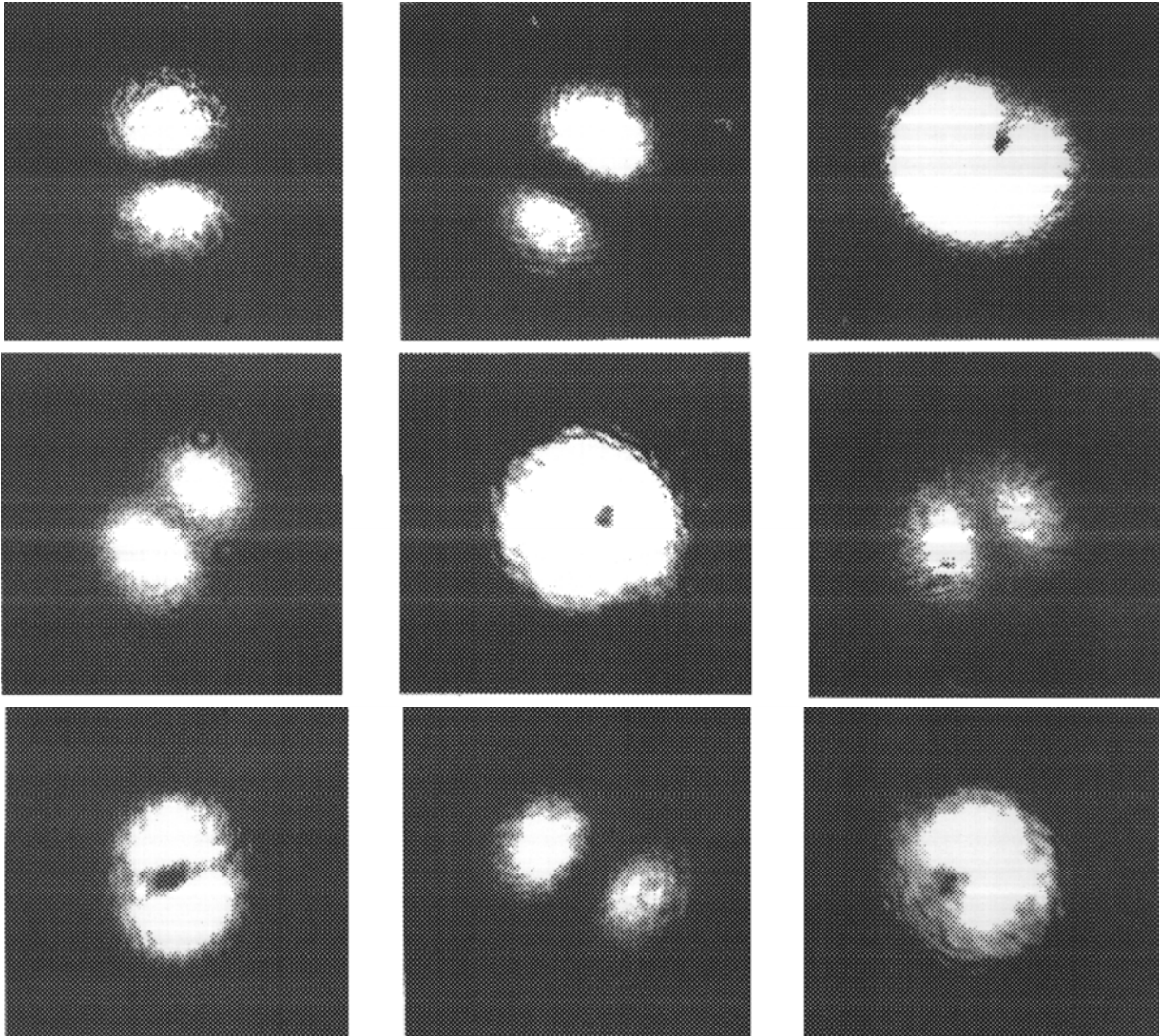


Рис. 4. Фотографии ближнего поля излучения маломодового волокна в обобщенном эффекте Рытова–Магнуса

На рис. 5 приведены графики зависимости угла вращения оси краевой дислокации χ и азимута линейной поляризации ψ от длины волокна z .

При возбуждении волокна LV -вихрем с $\sigma l = +1$ в поле излучения также регистрировались чисто винтовые дислокации исключительно с $\sigma l = +1$. Аналогично при возбуждении волокна правополярно поляризованной CP_{11} -модой с $\sigma = +1$ в поле излучения могли регистрироваться винтовые дислокации только с $\sigma l = +1$. И наоборот, при возбуждении волокна LV -вихрем с $\sigma l = -1$ (или CP -модой с $\sigma = -1$) могли регистрироваться винтовые дислокации только с $\sigma l = -1$.

Как и предполагалось теоретически, в пределах ошибки эксперимента значения угла ψ линейной поляризации и угла χ поворота оси краевой дислокации линейно зависят от длины z , но имеют противоположные знаки (см. выражения (32) и (35)). Эксперимент дает величину топологического

двулучепреломления, равную $\delta n_T = (2,3 \pm 0,08) \cdot 10^{-6}$ (теоретическая величина двулучепреломления $\delta n_T = 3 \cdot 10^{-6}$, полученная из выражений (32), (33) и (35)).

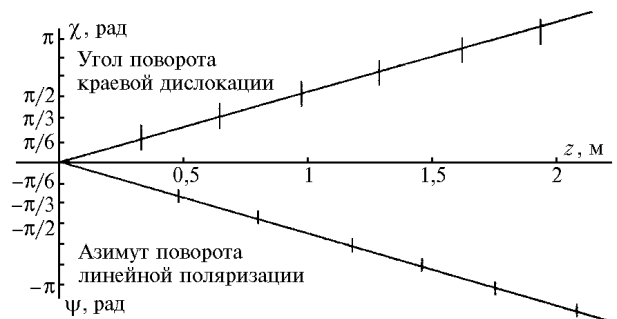


Рис. 5. Зависимость угла поворота азимута линейной поляризации ψ и угла поворота оси краевой дислокации χ в поле излучения CP_{11} -моды: $\rho = 3,5$ мкмк; $n_{co} = 1,48$; $V = 3,6$; $\Delta \approx 10^{-3}$; $\lambda = 0,63$ мкм

7. Заключение

Собственными модами оптических многомодовых волокон являются циркулярно поляризованные однородные и неоднородные CV -вихри и азимутально симметричные линейно поляризованные TE - и TM -моды. Каждому CV -вихрю соответствует пара чисел: топологический заряд σl и поляризация $\chi\sigma$, характеризующая состояние вихря: $|\sigma l, \chi\sigma\rangle$. TE - и TM -моды представляются связанными вихрями $|+1, -1\rangle \pm |-1, +1\rangle$. Каждый из этих парциальных вихрей самостоятельно существовать не может.

Постоянная распространения оптического вихря в свободном пространстве четырежды вырождена относительно топологического заряда l и циркуляции поляризации волны σ_z . В среде маломодового волокна за счет спин-орбитального взаимодействия в собственном вихре возникает расщепление линии постоянной распространения, что соответствует рождению однородных $CV_{\sigma l}^{\sigma}$ и неоднородных $CV_{\sigma l}^{-\sigma}$ вихрей. Величина расщепления постоянной распространения $\tilde{\beta}$ определяется поляризационной поправкой $\delta\beta$. Постоянные распространения вихрей дважды вырождены относительно l и σ .

Расщепление постоянных распространения $\tilde{\beta}$ вызвано процессом накопления топологической фазы Берри. В свою очередь, топологическая фаза γ_T представляет результат параллельного переноса вдоль линии потока энергии направляемого вихря, отображаемого на сфере в пространстве импульсов. Кроме того, топологическую фазу γ_T можно рассматривать как результат спин-орбитального взаимодействия в поле оптического вихря. Процесс такого спин-орбитального взаимодействия характеризуется оператором \hat{V} , среднее значение физической величины которого равно поляризационной поправке $\tilde{\delta\beta}$ к постоянной распространения $\tilde{\beta}$, пропорционально собственному времени направляемого вихря и зависит от формы распределения показателя преломления $n^2(R)$ маломодового волокна.

Спин-орбитальное взаимодействие избирательно действует на поля CV -вихрей, вызывая циркулярное двулучепреломление δn_C . В полях TE - и TM -мод возникает линейное двулучепреломление δn_L , характеризуемое поляризационной поправкой $\beta^{(1)}$. В градиентных волокнах порядка циркулярного двулучепреломления $\delta n_C \sim (\lambda/\rho)$, а линейного $\delta n_L \sim (\lambda/\rho)^3$, где ρ – радиус волокна. В ступенчатых волокнах порядка δn_C и δn_L одинаковы.

Если в кристаллах для характеристики двулучепреломления достаточно задать базис поляризации волны, то в локально-изотропной среде оптических волокон, помимо базиса поляризации $\chi\sigma$, необходимо задать топологический заряд σl .

В волокнах циркулярное и линейное двулучепреломления могут действовать одновременно и объединяются общим названием – топологическое двулучепреломление. На эксперименте топологическое двулучепреломление проявляется как объединенный эффект Рытова–Магнуса. Результатом действия линейного двулучепреломления в волокнах также является структурная неустойчивость IV -вихря.

Материалы данной работы доложены и обсуждены на 1-й Международной конференции «Singular Optics-97» (Украина, Крым, Партенит, октябрь 1997). Авторы благодарны М. Берри за ряд замечаний по проблеме топологической фазы, К.Н. Алексею и Ю.Н. Фридману за консультации по вопросу оператора спин-орбитального взаимодействия.

1. Allen L., Beijersbergen W., Spreeuw R.J.C., Woerdvan J.P. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes // Phys. Rev. A. 1992. V. 45. N 11. P. 8185–8189.
2. Barnett S.M., Allen L. Orbital angular momentum and nonparaxial light beams // Opt. Comm. 1994. V. 110. P. 670–678.
3. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. III. М.: Наука, 1989. 768 с.
4. Berry M.V. Quantum phase factors accompanying adiabatic changes // Proc. R. Soc. Lond. A. 1984. V. 392. P. 45–57.
5. Воляр А.В., Кухтарев Н.В., Ланаева С.Н., Лейфер П.Н. Геометрическая фаза и восстановление света при ОВФ в многомодовом волокне // Письма в ЖТФ. 1991. Т. 17. В. 13. С. 1–5.
6. Рытов С.М. О переходе от волновой к геометрической оптике // ДАН СССР. 1938. Т. 28. С. 263.
7. Владимирский В.В. О вращении плоскости поляризации в искривленном световом луче // ДАН СССР. 1940. Т. 31. С. 222.
8. Воляр А.В., Грановский А.В., Мяжков В.И., Ланаева С.Н. Поляризационное расщепление плоскости распространения локальной волны в ступенчатом волокне // УФЖ. 1992. Т. 37. В. 10. С. 1468–1471.
9. Воляр А.В., Мицай Ю.Н., Мяжков В.И., Фадеева Т.А. Взаимодействие топологической фазы Берри и оптического эффекта Магнуса. I. Топологическое двулучепреломление оптических волокон // Письма в ЖТФ. 1994. Т. 20. В. 3. С. 48–52.
10. Gloge D., Marcuse D. Formal quantum theory of light rays // J. Opt. Soc. Am. 1969. V. 59. N 12. P. 1629–1631.
11. Eichmann G. Quasi-geometric optics of media with inhomogeneous index of refraction // J. Opt. Soc. Am. 1970. V. 61. N 2. P. 161–168.
12. Liberman V.S., Zel'dovich B.Ya. Spin-Orbit interaction of a photon in an inhomogeneous medium // Phys. Rev. A. 1992. V. 46. N 8. P. 5199–5207.
13. Снайдер А., Лав Дж. Теория оптических волноводов. М.: Радио и связь, 1987. 656 с.
14. Воляр А.В., Фадеева Т.А. Оптика сингулярностей поля маломодового волокна: I. Оптические вихри // Оптика и спектроскопия. 1998. (В печати).
15. Давыдов А.С. Квантовая механика. М.: Наука, 1976. 703 с.
16. Pancharatnam S. // Proc. Ind. Acad. Sci. A. 1956. V. 44. P. 247–260.
17. Abramochkin E., Volostnikov V. Beam transformations and nontransformed beams // Opt. Comm. 1991. V. 83. N 12. P. 123–135.
18. Stone M., Goff W.E. Bery's phase commutators and Dirac sea // Nuclear Phys. B. 1988. V. 295. P. 243–261.
19. Воляр А.В., Фадеева Т.А. Вихревая природа мод оптического волокна: I. Структура собственных мод // Письма в ЖТФ. 1996. Т. 22. В. 8. С. 57–62.
20. Дарит М.Я., Зельдович Б.Я., Катаевская И.В., Кундикова Н.Д. Формирование единичной дислокации волоконного фронта // ЖЭТФ. 1995. Т. В. 6. С. 1464–1472.
21. Вольф М., Борн Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973. 720 с.

22. *Lieberman V.S., Zel'dovich B.Ya.* Birefringence by a smoothly inhomogeneous locally isotopic medium // *Phys. Rev. E.* 1994. V. 49. N 3. P. 2389–2396.

23. *Savchenko A.Yu., Zel'dovich B.Ya.* Birefringence by a smoothly inhomogeneous locally isotopic medium: Three-dimensional case // *Phys. Rev. E.* 1994. V. 50. N 3. P. 2287–2292.

24. *Воляр А.В., Фадеева Т.А.* Вихревая природа мод оптического волокна: II. Распространение оптических вихрей // *Письма в ЖТФ.* 1996. Т. 22. В. 8. С. 63–67.

25. *Воляр А.В., Лапаева С.Н.* Оптический эффект Магнуса и формирование векторных характеристик ОВФ поля системой волокно–кристалл // *Письма в ЖТФ.* 1992. Т. 18. В. 24. С. 74–77.

Симферопольский государственный университет

Поступила в редакцию
3 августа 1998 г.

A.V. Volyar, V.Z. Zhilaitis, V.G. Shvedov, M.S. Soskin, T.A. Fadeyeva. **Topological Birefracton of Optical Vortices inside Inhomogeneous Media.**

The results of theoretical and experimental investigation of propagation and transformation of circularly symmetrical fields of CV vortices and linearly polarized azimuthally symmetric fields of TE and TM modes in locally isotropic inhomogeneous medium of low-mode optical fibers are presented in the paper.

The propagation constant for CV vortices as well as for TE and TM modes in scalar approximation of the wave equation is shown to be fourfold degenerated relative to topological charge and spirality.

As the result of spin-orbital interaction in the eigenmodes field, the propagation constant line splits into four lines. A distance between the lines is equal to polarization corrections $\delta\beta$ to eigenmodes fields.

The form of operator of spin-orbital interaction is presented. It is shown, that an action of this operator to the fields of CV vortices and TE and TM modes induces a topological birefracton inside locally isotropic medium of optical fibers. It manifests itself in the form of Rytov-Magnus effect.