

Методика SLODAR. Часть 2: использование точечных источников

С.О. Галецкий, Т.Ю. Черезова*

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова
119991, ГСП-1, г. Москва, Ленинские горы, 1, стр. 62

Поступила в редакцию 17.02.2009 г.

Методика SLODAR (SLOpes Detection And Ranging) дополняется теорией измерения положений абберационных слоев для случая использования точечных опорных источников, имеющих сходящиеся/расходящиеся волновые фронты. Определяются зависимость смещения корреляционного пика от расстояния до измеряемого абберационного слоя, погрешность измерений, максимальное измеряемое расстояние до слоя. Проводятся численные эксперименты по определению положения одного и нескольких фазовых экранов в условиях, приближенных к экспериментальным.

Ключевые слова: датчик Шака–Гартмана, корреляционная функция, абберации, положение оптических элементов; Shack–Hartmann sensor, correlation function, aberrations, optical elements location.

Введение

Для характеристики атмосферной турбулентности существует несколько методик измерения зависимости структурной постоянной C_n^2 от высоты [1–5]. Методика SLODAR отличается относительной простотой использования. В работах [4, 5] была показана эффективность применения методики на нескольких телескопах. Основная идея SLODAR заключается в измерении корреляционной функции локальных градиентов волновых фронтов двух удаленных источников. При этом измерения проводятся с помощью датчика волнового фронта Шака–Гартмана [6].

Предполагалось, что для применения SLODAR используемые источники должны иметь плоские волновые фронты на всем протяжении измеряемой трассы. Данное ограничение является достаточно жестким и не позволяет использовать методику во многих приложениях, использующих точечные источники (например, лазерные маяки [7]). В настоящей статье представлена модифицированная методика для определения положений абберационных слоев при использовании точечных опорных источников.

Теория определения положения абберационных слоев

Рассмотрим схему, в которой в фокальной плоскости идеальной собирающей линзы с фокусным расстоянием l находятся два точечных источника S_1 и S_2 на расстоянии d друг от друга (рис. 1). Непосредственно за линзой находится датчик волнового фронта Шака–Гартмана. Между линзой и источниками на расстоянии h от линзы располагается плоский фазовый экран (рис. 1, пунктир). Нашей задачей является определение положения этого экрана.

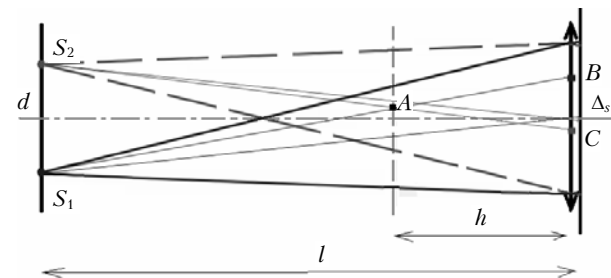


Рис. 1. Схема измерений по методике SLODAR для точечных источников

средственно за линзой находится датчик волнового фронта Шака–Гартмана. Между линзой и источниками на расстоянии h от линзы располагается плоский фазовый экран (рис. 1, пунктир). Нашей задачей является определение положения этого экрана.

Рассмотрим произвольную точку A фазового экрана. Фазовые искажения, вносимые фазовым экраном в точке A , проецируются источниками в точки B и C . С точки зрения геометрии можно заключить, что фазовые искажения, вносимые экраном для рассматриваемых источников, смещены на датчике Шака–Гартмана на Δ_s , которая нормирована на размер микролинзы раstra датчика sub :

$$\Delta_s = \frac{1}{sub} \frac{dh/l}{1 - h/l}. \quad (1)$$

Тот факт, что фазовые искажения экрана проецируются со смещением на плоскость микролинзового раstra, означает появление в рассчитанной корреляционной функции пика, смещенного относительно центра на Δ_s .

Формула (1) связывает положения пика корреляции Δ_s и абберационного слоя h . Кроме того, Δ_s

* Сергей Олегович Галецкий (galetskiy1986@mail.ru); Татьяна Юрьевна Черезова (cherezova@mail.ru).

зависит от расстояний между источниками d и до источников l . Из формулы (1) следует выражение для определения положения слоя:

$$h(\Delta_s, l, d) = \frac{\Delta_s l}{d/sub + \Delta_s}. \quad (2)$$

Формула (2) определяет положение слоя в координатах (Δ_s, l, d) . В случае, когда расстояние между источниками неизвестно, но известен угол между пучками после прохождения линзы φ , выражение (2) можно представить в следующем виде:

$$h(\Delta_s, \varphi, l) = \frac{\Delta_s}{\frac{\varphi}{sub} + \frac{\Delta_s}{l}}. \quad (3)$$

Погрешность измерений

Рассматривая конкретные примеры использования предлагаемой методики, остановимся на оценке погрешности измерений. Основные источники ошибок при измерениях по описанной методике – это погрешность определения расстояния от датчика Шака–Гартмана до точечных источников δ_l и погрешность определения положения пика корреляционной функции δ_Δ . Будем считать, что остальные величины, такие как угловое расстояние между источниками φ и размер микролинзы датчика Шака–Гартмана sub , известны точно. Тогда общую погрешность измерений δ_h можно определить по формуле

$$\delta_h = \sqrt{\left(\left. \frac{\partial h(\Delta_s, \varphi, l)}{\partial \Delta_s} \right|_{\Delta_s} \delta_\Delta \right)^2 + \left(\left. \frac{\partial h(\Delta_s, \varphi, l)}{\partial l} \right|_l \delta_l \right)^2}. \quad (4)$$

Вклад погрешности, обусловленной неточностью определения положения корреляционного пика:

$$dh_\Delta = \left| \frac{\partial h(\Delta_s, \varphi, l)}{\partial \Delta_s} \right|_{\Delta_s} \delta_\Delta = \frac{\varphi/sub}{(\varphi/sub + \Delta_s/l)^2} \delta_\Delta.$$

Подставляя формулу (3), выразим dh_Δ через h , φ и l :

$$dh_\Delta = \frac{sub}{\varphi l^2} (l-h)^2 \delta_\Delta. \quad (5)$$

Второй источник ошибки, обусловленный погрешностью определения расстояния от датчика Шака–Гартмана до точечных источников l , определяется как

$$dh_l = \left| \frac{\partial h(\Delta_s, \varphi, l)}{\partial l} \right|_l \delta_l = \left(\frac{h}{l} \right)^2 \delta_l. \quad (6)$$

Тогда общая ошибка измерения дается комбинацией двух описанных вкладов и вычисляется по формуле

$$\delta_h = \sqrt{(dh_\Delta)^2 + (dh_l)^2} = \sqrt{\left(\frac{sub}{\varphi l^2} (l-h)^2 \delta_\Delta \right)^2 + \left(\left(\frac{h}{l} \right)^2 \delta_l \right)^2}. \quad (7)$$

Пример зависимости вкладов dh_l и dh_Δ , а также общей погрешности δ_h от расстояния до элемента представлен на рис. 2, а. При построении графиков считалось, что положение пика корреляции определено с точностью $\delta_\Delta = 0,5$ субапертуры, а длина l с точностью $\delta_l = 1$ мм; угол между источниками $\varphi = 0,06$ рад, размер субапертуры датчика Шака–Гартмана $sub = 78$ мкм, длина $l = 16,7$ мм.

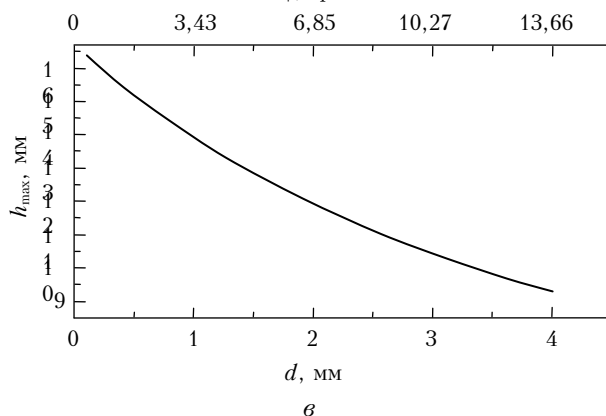
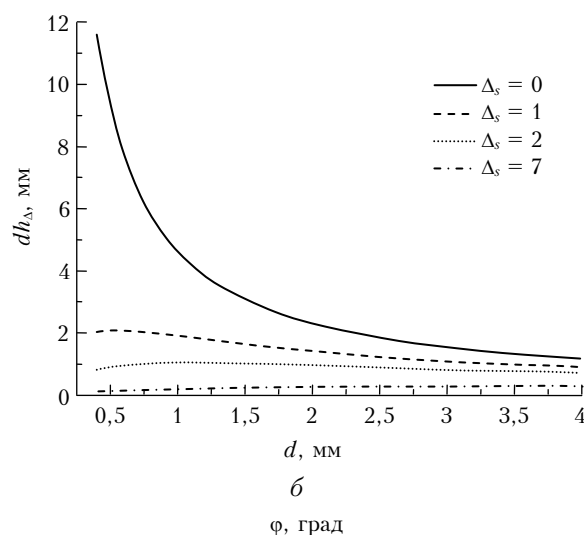
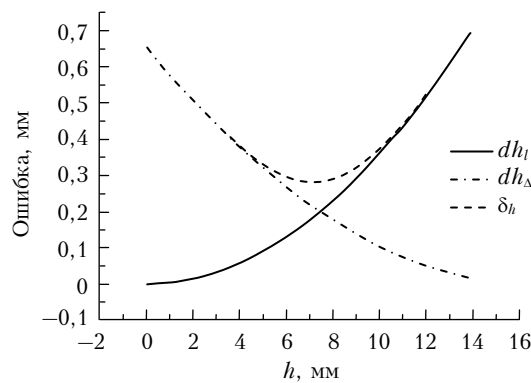


Рис. 2. Зависимость погрешности определения положения абберационного слоя δ_h (пунктирная кривая) и ее составляющих dh_l (сплошная) и dh_Δ (штрихпунктирная) от положения слоя h (а), зависимости $dh_\Delta(\Delta_s, d, l)$ от d для $\Delta_s = 0, 1, 2$ и 7 субапертур (б) и зависимость $h_{max}(d)$ (в)

Из рис. 2, *в* видно, что вклад, обусловленный ошибкой определения положения корреляционного пика, уменьшается при увеличении расстояния до измеряемого элемента h . Эта часть ошибки измерения может быть минимизирована увеличением углового расстояния между источниками излучения или уменьшением размера элемента растра датчика Шака–Гартмана. Второй вклад в ошибку измерения, обусловленный погрешностью определения расстояния от датчика Шака–Гартмана до точечных источников l , растет при увеличении расстояния до измеряемого элемента h . Более того, он не зависит от углового расстояния между источниками излучения или размера микролинзы. Уменьшить данный вклад можно только минимизацией ошибки определения расстояния l .

Необходимо отметить, что l , φ и d (расстояние между источниками) не являются независимыми. В приближении малых углов угол между источниками φ вычисляется по формуле $\varphi = d/l$. При выводе формулы (7) считалось, что φ известен точно, а l и d определены с ошибкой. В случае если d известно точно, а l и φ определены с ошибкой, в формуле (6) производную по l необходимо брать не при постоянном φ , а при постоянном d . Тогда вклад, обусловленный погрешностью определения расстояния от датчика Шака–Гартмана до точечных источников l , будет отличным от полученного. А именно: он будет определяться формулой $dh_l = (h/l)\delta l$, т.е. линейно зависеть от расстояния до измеряемого элемента.

Как было указано выше, ошибка измерения, обусловленная неточностью определения положения корреляционного пика, может быть уменьшена увеличением угла или расстояния между источниками. На рис. 2 показана зависимость ошибки измерения от расстояния между источниками для различных смещений корреляционного пика Δ_s . Наиболее остро проблема уменьшения погрешности измерений стоит при измерениях элементов, расположенных близко к датчику Шака–Гартмана. Зависимости ошибки измерения от расстояния между источниками для различных Δ_s имеют существенно разный вид, однако увеличение расстояния между источниками значительно уменьшает ошибку измерения вблизи датчика Шака–Гартмана (особенно при $\Delta_s = 0$).

Максимальное измеряемое расстояние до слоя

В оригинальной методике SLODAR, использующей коллимированные пучки, максимальное измеряемое расстояние определялось по формуле $H_{\max} = D/\varphi$ [2], где D – диаметр пучков на датчике Шака–Гартмана; φ – угол между пучками. H_{\max} соответствовала точке, где пучки начинают пересекаться. В случае точечных источников аналогичная величина h_{\max} имеет следующий вид:

$$h_{\max} = \frac{Dl}{d + D}. \quad (8)$$

Зависимость $h_{\max}(d)$ представлена на рис. 2, *в*. Из рис. 2, *б* и *в* видно, что, увеличивая расстояние между источниками, мы улучшаем точность измерения вблизи датчика ценой уменьшения максимального измеряемого расстояния. Таким образом, для каждого конкретного случая измерений необходимо найти компромисс между точностью измерения и дальностью. При этом если менять угол между источниками, то можно добиться хорошей точности измерения на всей трассе, подстраивая угол между источниками под определенный диапазон измеряемых расстояний.

Численный эксперимент по определению положения слоя

Для подтверждения формулы (1), связывающей смещение корреляционного пика и положение аберрационного слоя, были проведены следующие численные эксперименты. Для численного моделирования использовалось специально разработанное программное обеспечение, реализующее метод трассировки лучей [8] для расчета распространения световых пучков.

Моделировалась оптическая схема, представленная на рис. 1, со следующими параметрами: $d = 1$ мм, $l = 16,7$ мм, $sub = 78$ мкм, датчик Шака–Гартмана с 64×64 микролинзами. Источники располагались симметрично относительно оптической оси системы. Диаметр пучков составлял $D = 4$ мм. Разрешение камеры составляло 512×512 пикселей, трассировалось 256×256 лучей. Между линзой и источниками помещался случайный фазовый экран с характерным пространственным масштабом флуктуаций фазы $312,5$ мкм и максимальной амплитудой фазы $0,5$ мкм. Длина волны излучения источников была равна $0,78$ мкм. Расстояние от фазового экрана до линзы h изменялось в диапазоне от $0,7$ до $11,7$ мм с шагом 1 мм. Для каждого положения экрана проводилось усреднение корреляционной функции по 10 реализациям и производилось определение положения пика корреляции. Расчет положения максимума корреляционного пика проводился по следующему алгоритму. За положение пика принимался центр масс той части корреляционной функции, которая лежит выше некоторого порогового шумового значения:

$$\Delta x = \frac{\sum_{i=-N+1}^{N-1} C(i)iH(C(i) - Thr)}{\sum_{i=-N+1}^{N-1} C(i)H(C(i) - Thr)}, \quad (9)$$

где $H(x)$ – функция Хевисайда, равная 0 при $x < 0$ и 1 при $x > 0$; $C(i)$ – корреляционная функция; Thr – выбранное пороговое шумовое значение. Порог Thr был выбран равным $0,4$ из эмпирических соображений. По найденным положениям пиков по формуле (2) рассчитывалось расстояние до слоя и сравнивалось с заданным.

На рис. 3 показана зависимость измеренного расстояния до слоя от заданного.

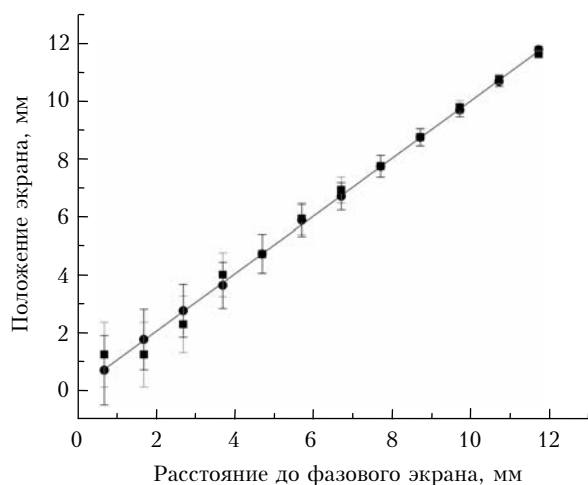


Рис. 3. Зависимость измеренного расстояния до слоя от заданного: ■ – положение экрана, рассчитанное по алгоритму поиска максимума; • – положение экрана, рассчитанное по алгоритму центра масс; – – истинное положение экрана

Определение положений нескольких слоев

Предлагаемая методика позволяет определять положение нескольких абберационных слоев. Для подтверждения этого были проведены численные эксперименты. Моделировалась оптическая схема, отличающаяся от схемы рис. 1 только тем, что между камерой и источниками помещалось шесть фазовых экранов на расстояниях 3,7; 5,5; 7,3; 9,1; 10,9 и 12,7 мм от камеры. На рис. 4, а показана полученная корреляционная функция. Видно шесть корреляционных пиков, соответствующих каждому из шести фазовых экранов. Рассчитанные и истинные положения фазовых экранов показаны на рис. 4, б.

Заключение

В настоящей статье методика определения положений абберационных слоев SLODAR обобщена на случай использования точечных источников. Показано, что каждому абберационному слою, через который проходят опорные пучки, соответствует пик в корреляционной функции, положение которого однозначно связано с расстоянием до абберационного слоя и дается формулой (1). Проанализированы погрешности измерений по данной методике и рассмотрены ошибки, связанные с погрешностью определения расстояния от датчика Шака–Гартмана до точечных источников и погрешностью определения положения пика корреляционной функции. Максимальное измеряемое расстояние определяется диаметрами опорных пучков, расстоянием между источниками излучения и расстоянием до них. Проведенные численные эксперименты показали возможность определения положений одного и нескольких

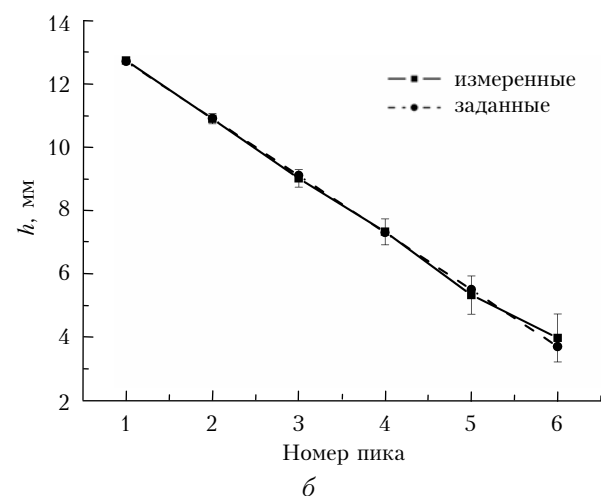
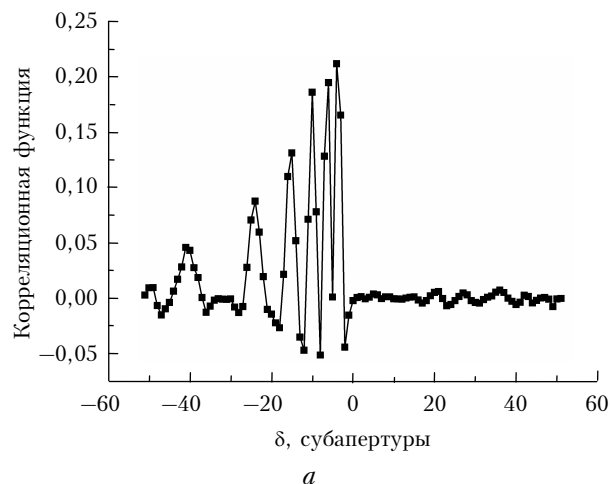


Рис. 4. Корреляционная функция для системы с шестью фазовыми экранами (а); измеренные и заданные положения слоев (б)

фазовых экранов. Построенная теория позволяет применять методику SLODAR в приложениях, использующих для создания опорных пучков точечные источники.

Данное исследование проведено в рамках проекта МНТЦ № 3497.

1. Védrenne N., Michau V., Robert C., Conan J. C_n^2 profile measurement from Shack–Hartmann data // Opt. Lett. 2007. V. 32. N 18. P. 2659–2661.
2. Wilson R.W. SLODAR: measuring optical turbulence altitude with a Shack–Hartmann wavefront sensor // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. 2002. V. 337. P. 103–108.
3. Butterley T., Wilson R.W., Sarazin M. Determination of the profile of atmospheric optical turbulence strength from SLODAR data // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. 2006. V. 369. P. 835–845.
4. Wilson R.W., Saunter C.D. Turbulence profiler and seeing monitor for laser guide star adaptive optics // Proc. SPIE. 2003. V. 4839. P. 466–472.
5. Goodwin M., Jenkins C., Lambert A. Improved detection of atmospheric turbulence with SLODAR // Opt. Express. 2007. V. 15. N 22. P. 14844–14860.
6. Galetskiy S., Letfullin R., Belyakov A., Cherezova T., Kudryashov A. Custom-oriented wavefront sensor for

human eye properties measurements // Proc. SPIE. 2005. V. 6018. P. 51–59.

7. *Bonaccini D., Lukin V.* Laser Guide Star with Collimated Laser Beam for Large Aperture Telescope //

Frontiers in Optics, OSA Technical Digest (CD) (Optical Society of America, 2006), paper FWL3.

8. *Spencer G.H., Murty M.V.R.K.* General Ray-Tracing Procedure // J. Opt. Soc. Amer. 1962. V. 52. N 6. P. 672–678.

S.O. Galetskiy, T.Yu. Cherezova. **SLODAR technique. Part 2: the use of point sources.**

In this paper SLODAR (SLOpes Detection And Ranging) technique is added by the a novel theory, able to locate aberration layer positions for the case of using the point references, source having converging/diverging wavefronts. The relation between the correlation peak displacement and the distance to the measured aberration layer, as well as the measurement error and maximal measured distance to layer are determined in this paper. The numerical experiments are carried out to determine locations of single and multiple phase screens in conditions close to experimental.