

Б.В. Кауль, Д.Н. Ромашов

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ОРИЕНТАЦИИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЧАСТИЦ ЛЬДА НА МАТРИЦУ ЭКСТИНКЦИИ

Рассматривается распространение поляризованного и неполяризованного света через оптически анизотропную среду. Исследуется зависимость состояния поляризации и энергетических потерь пучка от состояния поляризации первичного излучения и направления падения пучка по отношению к осям, характеризующим анизотропию среды, а также от пройденной им оптической толщи. Проведены модельные расчеты элементов матрицы экстинкции для двух типов слоистых анизотропных сред: а – слой цилиндрических частиц льда, оси которых ориентированы случайным образом в горизонтальной плоскости; б – оси частиц расположены в горизонтальной плоскости и, кроме того, группируются возле некоторого направления преимущественной ориентации. Показано, что для реально достижимых в цирусах оптических толщ изменением состояния поляризации проходящего излучения можно пренебречь.

Выявлена сильная зависимость диагональных элементов матрицы экстинкции от угла падения для ансамблей типа «а», а для ансамблей типа «б» еще и от азимутального положения плоскости падения.

В кристаллических облаках частицы часто оказываются ориентированными. Основным механизмом ориентации является действие аэродинамических сил, возникающих при падении частиц под действием силы тяжести, но возможны и иные механизмы ориентации. Частицы кристаллических облаков анизометричны, т.е. имеют существенно различные размеры и соответственно разные поляризуемости вдоль некоторых осей. Ориентация в определенном порядке приводит к анизотропии оптических свойств аэрозольного ансамбля в целом. Анизотропия проявляется через особенности рассеяния света, в частности через наблюдаемые оптические феномены, такие как гало, столбы, ложные солнца и т.д. Интерпретации этих явлений в рамках геометрической оптики посвящено большое количество работ, обзор которых можно найти в [1]. Проблема рассеяния света на отдельных кристаллах льда и ансамблях ледяных частиц исследуется в последнее время довольно широко [2–4].

В настоящей статье коснемся менее обсуждаемой проблемы, связанной с трансформацией первичного, нерассеянного излучения. При распространении света через анизотропную среду энергетические потери пучка зависят от направления падения пучка по отношению к осям, характеризующим анизотропию среды и, в общем случае, от состояния поляризации падающего излучения. Кроме того, состояние поляризации проходящего излучения может изменяться по мере увеличения оптического пути в анизотропной среде. Ниже, после краткого обзора теоретических аспектов этих явлений, дадим оценки их значимости для кристаллических облаков, полученных путем расчета матриц экстинкции для ансамблей цилиндрических столбиков льда.

1. Матрица экстинкции и обобщенный закон Бугера

Компоненты электрического вектора электромагнитной волны E_1 и E_2 , прошедшей через рассеивающий слой протяженностью dz , связаны с соответствующими величинами E_1^0 и E_2^0 волны, падающей на слой, соотношением [5]:

$$\begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \end{pmatrix} = \left(\mathbf{I} - 2\pi N k^{-2} dz \begin{pmatrix} \tilde{A}_{11}(0) & \tilde{A}_{12}(0) \\ \tilde{A}_{21}(0) & \tilde{A}_{22}(0) \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} E_1^0 \\ E_2^0 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где \mathbf{I} – единичная матрица 2×2 ; N – число частиц в единице объема; k – волновое число излучения, распространяющегося вдоль оси z (направление \mathbf{e}_3 такое, что $\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_2 = \mathbf{e}_3$, $\mathbf{k} = k\mathbf{e}_3$); $\tilde{A}_{ij}(0)$ – элементы матрицы амплитуд рассеяния в направлении вперед, усредненные по статистическим параметрам ансамбля частиц. Согласно [5] это уравнение описывает двойное лучепреломление, вращение плоскости поляризации, линейный и круговой дихроизм.

При описании электромагнитного поля в терминах вектора Стокса соотношение, аналогичное формуле (1), может быть записано в следующем виде:

$$\mathbf{S}(0) = (\mathbf{I} - \boldsymbol{\varepsilon}(z)dz)\mathbf{S}_0, \quad (2)$$

где $\mathbf{S}(0)$, \mathbf{S}_0 – соответственно векторы Стокса прошедшего через и падающего на слой dz излучения; \mathbf{I} – единичная матрица 4×4 ; $\boldsymbol{\varepsilon}(z)$ – матрица экстинкции.

Если параметры Стокса определены как

$$\begin{aligned} I &= E_1 E_1^* + E_2 E_2^*; & Q &= E_1 E_1^* - E_2 E_2^* \\ U &= E_1 E_2^* + E_2 E_1^*; & V &= -i(E_1 E_2^* - E_2 E_1^*), \end{aligned} \quad (3)$$

то матрица экстинкции имеет следующий вид [6]:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{2\pi N}{k^2} \begin{pmatrix} \operatorname{Im}(\tilde{A}_{11} + \tilde{A}_{22}) & \operatorname{Im}(\tilde{A}_{11} - \tilde{A}_{22}) & \operatorname{Im}(\tilde{A}_{12} + \tilde{A}_{21}) & \operatorname{Re}(\tilde{A}_{12} - \tilde{A}_{21}) \\ \operatorname{Im}(\tilde{A}_{11} - \tilde{A}_{22}) & \operatorname{Im}(\tilde{A}_{11} + \tilde{A}_{22}) & \operatorname{Im}(\tilde{A}_{12} - \tilde{A}_{21}) & \operatorname{Re}(\tilde{A}_{12} + \tilde{A}_{21}) \\ \operatorname{Im}(\tilde{A}_{12} + \tilde{A}_{21}) & \operatorname{Im}(\tilde{A}_{12} - \tilde{A}_{21}) & \operatorname{Im}(\tilde{A}_{11} + \tilde{A}_{22}) & \operatorname{Re}(\tilde{A}_{22} - \tilde{A}_{11}) \\ \operatorname{Re}(\tilde{A}_{12} - \tilde{A}_{21}) & -\operatorname{Re}(\tilde{A}_{12} + \tilde{A}_{21}) & \operatorname{Re}(\tilde{A}_{11} - \tilde{A}_{22}) & \operatorname{Im}(\tilde{A}_{11} + \tilde{A}_{22}) \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Здесь, как и выше, \tilde{A}_{ij} – усредненные по ансамблю амплитуды рассеяния вперед. Комплексные амплитуды A_{ij} являются функциями показателя преломления, размеров, формы и ориентации частиц. Во многих практически важных случаях, когда отсутствует анизотропия показателя преломления и частицы ориентированы хаотически, усреднение приводит к тому, что матрица экстинкции обращается в произведение скаляра (коэффициента ослабления) на единичную матрицу. При наличии макроскопической анизотропии среды, как, например, преимущественная ориентация анизометричных частиц, элементы матрицы экстинкции зависят от направления распространения излучения. Трансформация излучения в элементарном объеме описывается уравнением (2), а распространение излучения в протяженной среде – уравнением переноса [6, 7]:

$$(\mathbf{k}\nabla)S_i(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) = -\sum_{j=1}^4 \alpha_{ij} S_j(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) + \sum_{j=1}^4 d\Omega'_{ij} D(\boldsymbol{\Omega}, \boldsymbol{\Omega}') S_j(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}'), \quad (5)$$

где $S_i(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega})$ – параметр Стокса излучения в точке, определяемой радиус-вектором \mathbf{r} , излучение распространяется в направлении $\boldsymbol{\Omega}$ с волновым числом k ; $\mathbf{k}\nabla$ – оператор, имеющий смысл производной по направлению \mathbf{k} ; α_{ij} – элементы матрицы $\boldsymbol{\alpha} = k\boldsymbol{\varepsilon}$; $D_{ij}(\boldsymbol{\Omega}, \boldsymbol{\Omega}')$ – элементы матрицы рассеяния, которые известным образом выражаются через амплитуды рассеяния $A_{ij}(\boldsymbol{\Omega}, \boldsymbol{\Omega}')$ из направления $\boldsymbol{\Omega}'$ в направление $\boldsymbol{\Omega}$. Если рассматривать только когерентную составляющую излучения, распространяющегося в малом телесном угле $d\boldsymbol{\Omega}$, например, если ставить задачу определить трансформацию лазерного излучения при его прохождении через анизотропную среду, то вторым членом в правой части уравнения (5) можно пренебречь. Заметим, что не учитывается только некогерентная часть многократного рассеяния. Что касается рассеяния вперед, то оно когерентно, и именно интерференция первичной волны с рассеянным вперед излучением определяет трансформацию проходящего излучения. Пусть излучение распространяется вдоль оси z . Полагая $\mathbf{k}\nabla = k \frac{d}{dz}$, $\mathbf{S}(z=0) = \mathbf{S}_0$ и исключая второй член в (5), перепишем его в векторной форме

$$\frac{d\mathbf{S}(z)}{dz} = -\boldsymbol{\varepsilon}(z)\mathbf{S}(z). \quad (6)$$

Это уравнение представляет собой векторно-матричную запись однородной системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка для функций $I(z)$, $Q(z)$, $U(z)$, $V(z)$. Ее решение может быть найдено в виде итерационного ряда [8]

$$\mathbf{S}(z) = \left\{ \mathbf{I} - \int_{z_0}^z \boldsymbol{\varepsilon}(z_1) dz_1 + \int_{z_0}^z \boldsymbol{\varepsilon}(z_1) dz_1 \int_{z_0}^{z_1} \boldsymbol{\varepsilon}(z_2) dz_2 - \right.$$

$$- \left. \int_{z_0}^z \boldsymbol{\epsilon}(z_1) dz_1 \int_{z_0}^{z_1} \boldsymbol{\epsilon}(z_2) dz_2 \int_{z_0}^{z_2} \boldsymbol{\epsilon}(z_3) dz_3 + \dots \right\} \mathbf{S}_0. \quad (7)$$

Легко убедиться, что при $\boldsymbol{\epsilon}$ не зависящей от z , ряд (7) совпадает с определением экспоненциальной функции, аргументом которой является матрица

$$\exp(-\mathbf{A}) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\mathbf{A})^n}{n!}. \quad (8)$$

Учитывая это, решение уравнения можно записать в следующем виде:

$$\mathbf{S}(z) = \exp\{-\boldsymbol{\epsilon}(z - z_0)\} \mathbf{S}_0. \quad (9)$$

По форме (9) совпадает с законом Бугера и может рассматриваться как обобщение последнего на случай распространения излучения в однородной анизотропной среде. В изотропной среде матрица экстинкции принимает вид единичной матрицы, умноженной на скаляр, и уравнение (9) переходит в обычный закон Бугера, записанный для каждого параметра Стокса.

В оптически тонкой анизотропной среде, если выполняется

$$\epsilon_{ii}(z - z_0) \ll 1, \quad (10)$$

можно ограничиться первым членом разложения (8) и записать уравнение для вектора Стокса в следующем виде:

$$\mathbf{S}(z) = [\mathbf{I} - (z - z_0)\boldsymbol{\epsilon}] \mathbf{S}_0, \quad (11)$$

что по форме совпадает с (2) для трансформации излучения в элементарном объеме. В общем случае однородной среды нужно пользоваться разложением в ряд по степеням аргумента экспоненты (9), а для неоднородной среды вычислять итерационный ряд (7).

2. Анализ численных оценок для различных модельных сред

Для оценки влияния ориентированности частиц облаков на ослабление и трансформацию поляризации проходящего излучения рассчитывались матрицы экстинкции для ансамблей круговых цилиндров льда. Расчеты проводились для трех логнормальных распределений по размерам, отличающимся модальными радиусами ($r_m = 1; 10; 125$ мкм). Во всех трех случаях принимались: параметр распределения $\sigma = 0,15$, длина цилиндра $l = 4a$ (a – радиус цилиндра), длина волны излучения $\lambda = 0,53$ мкм, комплексный показатель преломления $m = 1,3 - i 2,5 \cdot 10^{-9}$, двойное лучепреломление льда не учитывалось.

Взяты два типа ориентации: в первом оси цилиндров распределены равномерно в горизонтальной плоскости (значения параметров расчета перечислены выше), во втором оси ориентированы около некоторого направления, лежащего в горизонтальной плоскости (значения расчетных параметров: $a_m = 1$ мкм, $\sigma = 0,5$, $l = 9a$, $\lambda = 1,06$, $m = 1,299 - i 2 \cdot 10^{-4}$). Способ расчета амплитуд рассеяния и их усреднения по статистическим параметрам ансамбля частиц описан ранее в [9]. Во всех случаях концентрация частиц $N = 10^3$ л⁻¹.

На рис. 1 и 2 приведены примеры расчета элементов матрицы экстинкции для ансамблей с первым типом ориентации. Полярный угол γ и азимутальный φ характеризуют положение нормали к плоскости, в которой расположены оси цилиндров в системе координат $\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_2 = \mathbf{e}_3 = \mathbf{k}/k$, или, иными словами, положение оси симметрии ансамбля частиц по отношению к поляризационному базису, в котором определяются параметры Стокса падающего и проходящего излучения.

Наблюдаемое на рис. 1, б, в монотонное уменьшение элемента ϵ_{11} по мере возрастания угла падения γ имеет простое физическое толкование. Элемент ϵ_{11} имеет смысл коэффициента ослабления для неполяризованного света. Для непоглощающих частиц ослабление происходит за счет рассеяния. Для крупных частиц велика доля дифракционной части индикатрисы рассеяния, которая определяется площадью проекции частиц на плоскость, перпендикулярную распространению света. Эта площадь уменьшается по мере увеличения угла падения, что и приводит к уменьшению коэффициента ослабления. Для мелких частиц дифракция играет меньшую роль, и в зависи-

мости ϵ_{11} от γ возможны резонансы, как это и видно вблизи углов $\gamma = 45^\circ$ на рис. 1,а. Зависимость от угла ϕ отсутствует, так как отсутствует поляризация естественного света.

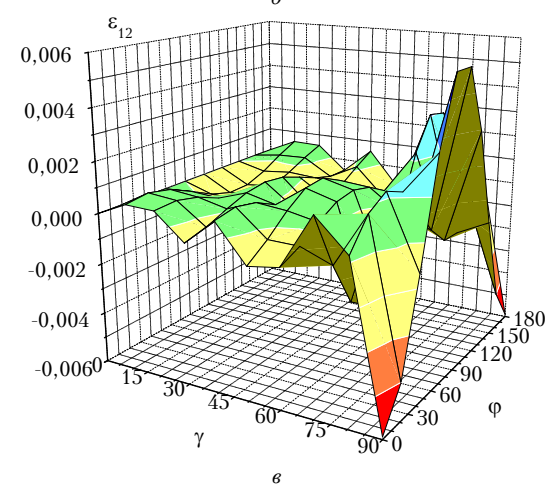
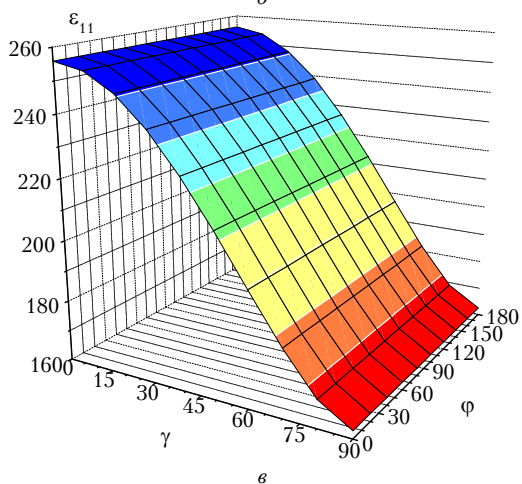
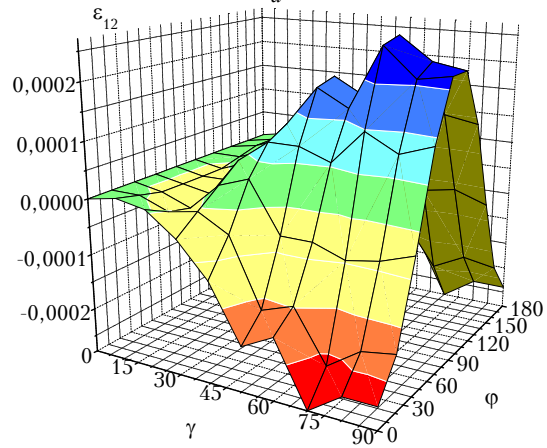
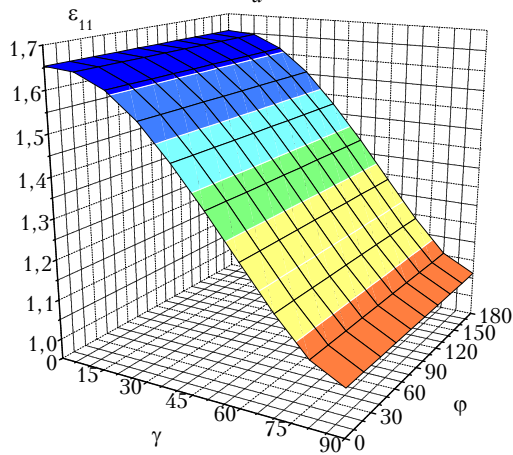
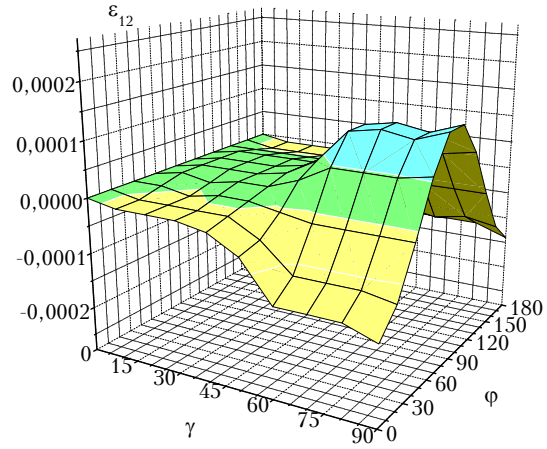
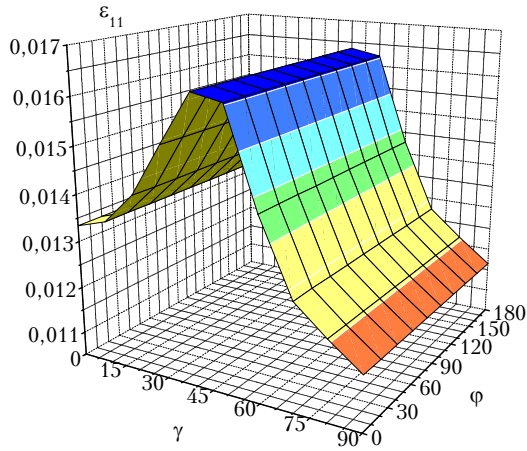


Рис. 1. Зависимость элемента матрицы экстинкции $\epsilon_{11}(\text{км}^{-1})$ для ансамблей равномерно ориентированных в горизонтальной плоскости ледяных цилиндров от угловых координат γ (полярный угол) и ϕ (азимутальный) оси симметрии ансамбля частиц по отношению к поляризационному базису, в котором определяются параметры Стокса падающего и проходящего излучения с различными модальными радиусами r_m , мкм: а – 1, б – 10, в – 125

Рис. 2. Зависимость элемента матрицы экстинкции $\epsilon_{12}(\text{км}^{-1})$. Значения радиуса см. на рис. 1

Проекции длины цилиндров на плоскость, перпендикулярную волновому вектору, имеют разные величины для цилиндров, расположенных параллельно плоскости падения и перпендикулярно ей, так что модуль средней длины проекций образует сплюснутый вдоль направления оси симметрии ансамбль частиц эллипс. Это приводит к разным условиям прохождения для света, поляризованного в плоскости падения и перпендикулярно ей. С точки зрения описания в терминах матрицы экстинкции появляется зависимость от того, как расположен поляризационный базис, в котором определены параметры Стокса, по отношению к осям упомянутого эллипса. В данном случае это приводит к зависимости от угла φ недиагональных элементов матрицы экстинкции.

На рис. 2 приведены результаты расчетов элемента ε_{12} для тех же ансамблей частиц, что и на рис. 1. Подобные расчеты имеются для всех независимых элементов матрицы экстинкции, но их представление в виде аналогичных рисунков заняло бы слишком много места. Поэтому мы запишем вид матрицы экстинкции для одной специально выбранной системы координат и на ее основе покажем следствия, которые от выбора системы координат не зависят.

Определим поляризационный базис при условии, что вектор \mathbf{e}_1 лежит в плоскости падения. Это соответствует случаю $\varphi = 0$. На рис. 2 можно видеть, что сечение плоскостью $\varphi = 0$ дает зависимость $\varepsilon_{12}(\gamma, \varphi = 0)$ такую, что при малых γ его значения равны или близки к нулю, а при возрастании γ он принимает отрицательные значения. Эту тенденцию мы запишем как $\varepsilon_{12} = -|\varepsilon_{12}|$. Подразумевая это правило для других элементов матрицы, можно записать вид матрицы экстинкции для всех трех распределений по размерам следующим образом:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \varepsilon_{11} \begin{pmatrix} 1 & -|\bar{\varepsilon}_{12}| & 0 & 0 \\ -|\bar{\varepsilon}_{12}| & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & |\bar{\varepsilon}_{34}| \\ 0 & 0 & -|\bar{\varepsilon}_{34}| & 1 \end{pmatrix}, \quad (12)$$

где $\bar{\varepsilon}_{ij} = \varepsilon_{ij} / \varepsilon_{11}$, $\varepsilon_{11} > 0$.

Подставляя эту матрицу в уравнение (11), определим состояние поляризации излучения, прошедшего в слое путь $z - z_0$, если первоначально на слой падал свет с состоянием поляризации, описываемым вектором Стокса \mathbf{S}_0 .

Пусть падающий свет не поляризован, т.е.

$$\mathbf{S}_0 = I_0(1, 0, 0, 0)^T, \quad (13)$$

где T – знак транспонирования.

Подставляя (12) и (13) в (11), получим

$$\begin{aligned} I(z) &= [1 - (z - z_0) \varepsilon_{11}] I_0; \\ Q(z) &= (z - z_0) \varepsilon_{11} |\varepsilon_{12}| I_0, \quad U = V = 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Поскольку $Q(z) > 0$, полученный результат означает, что проходящий свет приобретает частичную линейную поляризацию в плоскости падения.

Если падающее излучение линейно поляризовано в плоскости падения так, что

$$\mathbf{S}_0 = I_0(1, 1, 0, 0)^T,$$

то, подставляя это значение вектора Стокса в (11), получим

$$\begin{aligned} I(z) &= [1 - (z - z_0) \varepsilon_{11} (1 - |\varepsilon_{12}|)] I_0 \\ Q(z) &= [1 - (z - z_0) \varepsilon_{11} (1 - |\varepsilon_{12}|)] I_0, \quad U = V = 0. \end{aligned} \quad (15)$$

Нормированный второй параметр Стокса $Q(z)/I(z) = 1$ остался без изменения, т.е. состояние поляризации не изменилось.

Сравнив $I(z)$ в (14) и (15), можно сделать вывод, что свет, линейно поляризованный в плоскости падения, ослабляется меньше, чем естественный свет. Аналогичным образом можно показать,

что свет, линейно поляризованный перпендикулярно плоскости падения, ослабляется больше, чем естественный свет, и остается линейно поляризованным. Свет, линейно поляризованный под углами $\pm 45^\circ$, приобретает соответственно левую и правую эллиптичность. Свет с круговой поляризацией становится эллиптически поляризованным.

Абсолютные значения недиагональных элементов матриц экстинкции составляют доли процентов от величины диагональных элементов и только в крайнем случае строгой ориентации осей цилиндров с поперечными размерами из резонансной области ($r_m \approx \lambda$) они могут достигать примерно 10% от значений диагональных элементов.

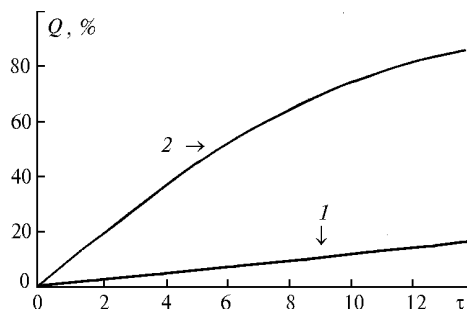


Рис. 3. Изменение степени линейной поляризации естественного света при наклонном падении на слой частиц в зависимости от пройденной оптической толщины τ : для цилиндров, равномерно ориентированных в горизонтальной плоскости (кривая 1); для цилиндров, строго ориентированных в горизонтальной плоскости и плоскости падения (кривая 2)

Представление о степени трансформации состояния поляризации по мере увеличения оптической толщины дает рис. 3, где показаны изменения параметра Q или, что в данном случае то же самое, степени поляризации естественного света, при наклонном падении на слой частиц, с двумя вышеуказанными типами ориентации. Как видно, для реально достижимых в цитусах оптических толщ, даже в крайнем случае полной ориентации, степень поляризации могла бы составить несколько процентов. Если учесть, что в реальном облаке степень ориентации далека от полной, а размеры частиц много больше длины волны (рис. 2, в), то можно прийти к выводу, что трансформацию состояния поляризации проходящего излучения можно не принимать во внимание. Этот вывод может быть пересмотрен, если расчеты будут проведены с учетом двулучепреломления льда, которое довольно значительно. Учет этого фактора еще предстоит провести, а результаты исследований, обсуждаемых в данной статье, показывают, что единственным существующим проявлением анизотропии, обусловленной ориентацией частиц, в поведении матрицы экстинкции является сильная зависимость диагональных элементов от угла падения γ для ансамблей первого типа, а для ансамблей второго типа еще и от азимутального положения плоскости падения α , как это видно на рис. 4.

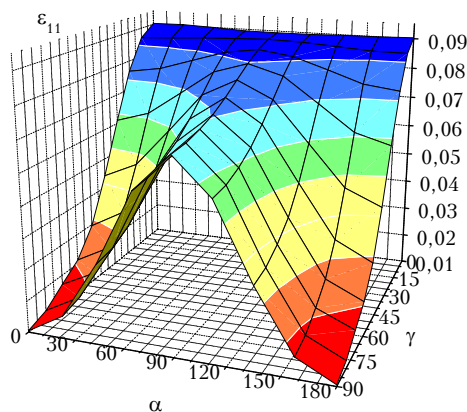


Рис. 4. Поведение элемента матрицы экстинкции $\epsilon_{11}(\text{км}^{-1})$ для ансамбля преимущественно ориентированных в горизонтальной плоскости ледяных цилиндров в зависимости от γ , угла падения излучения на слой, и α , угла преимущественной ориентации осей частиц, в горизонтальном слое относительно плоскости падения

В последнем случае, при ориентированности осей цилиндров около плоскости падения, коэффициент ослабления меняется почти на порядок по мере изменения угла падения от 0 до 90°, что в основном определяется степенью ориентированности и вытянутостью столбиков. Этот фактор может существенно проявиться, например, в зависимости коэффициента ослабления солнечного излучения от высоты и азимутального положения Солнца уже при тех степенях ориентированности частиц, которые были определены в экспериментах [10]. Учет угловой зависимости коэффициента ослабления должен привести к уточнению расчетов проходящей и рассеянной радиации и условий прохождения лазерного излучения через кристаллические облака.

1. Волковицкий О.П., Павлов Л.П., Петрушин А.Г. Оптические свойства кристаллических облаков. Л.: Гидрометеоздат, 1984. 198 с.
2. Takano Y., Jayaweera K. // Appl. Opt. 1985. V. 24. N 19. P. 3254–3263.
3. Rockwitz K. D. // Appl. Opt. 1989. V. 28. N 19. P. 4103–4110.
4. Takano Y., Liou K.N. // J. Atm. Sci. 1989. V. 46. N 1. P. 3–19.
5. Ван де Хюлст. Рассеяние света малыми частицами. М.: ИЛ, 1961. 536 с.
6. Пришивалко А.П., Бабенко Ю.Н., Кузьмин В.Н. Рассеяние и поглощение света неоднородными и анизотропными сферическими частицами. Минск: Наука и техника, 1984. 263 с.
7. Долгинов А.З., Гнедин Ю.Н., Силантьев Н.А. Распространение и поляризация излучения в космической среде. М.: Наука, 1979. 423 с.
8. Мышкис А.Д. Математика. Специальные курсы для вузов. М.: Наука, 1971. 632 с.
9. Ромашов Д.Н. // Оптика атмосферы и океана. 1997. Т. 10. N 1. С. 10–18.
10. Кауль Б.В., Краснов О.А., Кузнецов А.Л., Половцева Е.Р., Самохвалов И.В., Стыкон А.П. // Оптика атмосферы и океана. 1997. Т. 10. N 4. С. 191–201.

Институт оптики атмосферы СО РАН,
Томск

Поступила в редакцию
10 июня 1997 г.

B. V. Kaul, D. N. Romashov. Estimate of Influence of Ice Cylindrical Particles Orientation on Extinction Matrix.

Propagation of polarized and unpolarized light through optically anisotropic medium is treated in the paper. A dependence of the polarization state and energy losses of a beam on the primary radiation polarization state, direction of the beam incidence relative to the axes characterizing the anisotropy of the medium, and on the optimal thickness magnitude is studied. The extinction matrix elements were simulated for two type of stratified anisotropic media: the ice cylindrical particles which axes (a) are oriented randomly in horizontal plane; (b) are located in horizontal plane and besides are grouped near some direction of predominant orientation. It is shown that for the optical thicknesses actually achievable in cirri one may neglect the polarization state of the passing radiation.

Strong dependence of the extinction matrix diagonal elements on the angle of incidence was revealed for the ensembles of (a) type; for those of (b) type in addition on the azimuth position of the incidence plane.