

С.Е. Скипетров, С.С. Чесноков

## ВОЗМОЖНОСТИ ЛОКАЛИЗАЦИИ И ДИАГНОСТИКИ ДИНАМИЧЕСКИХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ В СИЛЬНО РАССЕИВАЮЩИХ СВЕТ МУТНЫХ СРЕДАХ

Исследуются возможности локализации и диагностики динамических неоднородностей в сильно рассеивающих свет мутных средах, основанные на анализе временных автокорреляционных функций многократно рассеянного излучения, измеренных на границе среды. Определены условия, при которых локализация оказывается возможной. Произведена оценка точности рассматриваемого метода локализации.

### Введение

Сильно рассеивающие свет мутные среды, размер неоднородностей диэлектрической проницаемости в которых сравним с длиной волны  $\lambda$  распространяющегося излучения, являются непрозрачными даже тогда, когда поглощение света в них на рассматриваемой длине волны пренебрежимо мало [1]. Это связано, во-первых, с многократным характером рассеяния света в таких средах и, во-вторых, с достаточно большой вероятностью рассеяния на большие углы в каждом элементарном акте рассеяния. Поэтому для построения изображения объекта, находящегося в толще мутной среды, традиционные оптические методы оказываются неэффективными.

В то же время одной из важных прикладных задач в настоящее время являются локализация и диагностика чисто динамических неоднородностей, находящихся в толще мутной среды [2]. Динамическая неоднородность характеризуется такими же коэффициентами поглощения и рассеяния света, что и окружающая среда, однако частицы, находящиеся внутри нее, движутся иначе, чем в окружающей среде. Это позволяет использовать измеренные в разных точках  $\mathbf{r}$  на границе среды значения временной автокорреляционной функции

$$G_1(\mathbf{r}, \tau) = \langle E(\mathbf{r}, t) E^*(\mathbf{r}, t + \tau) \rangle$$

деполяризованного многократно рассеянного света для локализации динамической неоднородности в толще мутной среды, а также определять характер и интенсивность движения рассеивающих свет частиц внутри нее [3–5].

В настоящей статье рассматриваются основы теоретического подхода к расчету временной корреляционной функции излучения, многократно рассеянного в динамически неоднородной мутной среде, и подробно анализируется возможность локализации динамических неоднородностей в таких средах.

### 1. Основы теоретического подхода

Одним из наиболее широко известных подходов к задаче рассеяния света в мутных средах является использование диффузионного приближения уравнения переноса [1]. При этом, как показано в [6, 7], временная корреляционная функция поля  $G_1(\mathbf{r}, \tau)$ , измеренная в точке  $\mathbf{r}$  на границе образца, в стационарном случае может быть найдена как решение уравнения диффузии

$$[\nabla^2 - \alpha^2(\tau)] G_1(\mathbf{r}, \tau) = \frac{F(\mathbf{r})}{D_p}, \quad (1)$$

где  $D_p = cl^*/3$  – коэффициент диффузии для света;  $l^*$  – транспортная длина свободного пробега фотонов;  $c$  – скорость света в среде;  $F(\mathbf{r})$  описывает распределение источников света в среде, а конкретный вид функции  $\alpha(\tau)$  зависит от характера движения рассеивателей в среде. Как пока-

зано в [8, 9], в случае броуновского движения частиц среды, характеризуемого коэффициентом диффузии  $D_B$ ,  $\alpha^2(\tau) = 3\tau/(2\tau_0 l^{*2})$ , где  $\tau_0 = (4k^2 D_B)^{-1}$  и  $k = 2\pi/\lambda$ . Для ламинарного течения рассеивателей  $\alpha^2(\tau) = 6(\tau/(\tau_f l^*))^2$ , где характеристическое время  $\tau_f$  зависит от геометрии течения [10, 11].

Рассмотрим полубесконечную среду, занимающую полупространство  $x > 0$ , в которой имеется скрытое включение (объект) объема  $V_1$ , ограниченного поверхностью  $S_1$ , причем поперечный размер этого объекта в любом направлении много больше  $l^*$ . Нас будет интересовать случай, когда динамика рассеивателей внутри объема  $V_1$  отлична от их динамики в окружающей среде. Чтобы описать это отличие, введем дополнительную пространственную зависимость члена  $\alpha^2(\tau)$  в уравнении (1) в виде

$$\alpha^2(\tau) = \begin{cases} \alpha_{in}^2(\tau), & \mathbf{r} \in V_1, \\ \alpha_{out}^2(\tau), & \mathbf{r} \notin V_1. \end{cases} \quad (2)$$

Такой подход корректен только для достаточно больших динамических неоднородностей, когда диффузионное приближение применимо внутри самого включения. В этом случае внутри объекта достаточно далеко от его границ  $G_1(\mathbf{r}, \tau)$  описывается уравнением (1) с  $\alpha^2(\tau) = \alpha_{in}^2(\tau)$ , а в остальной среде – уравнением (1) с  $\alpha^2(\tau) = \alpha_{out}^2(\tau)$ . Для получения решения во всей среде требуется решить уравнение (1) внутри и вне объекта с учетом следующих граничных условий на границе среды  $S$  и границе неоднородности  $S_1$  [1, 2]:

$$G_1^{out}(\mathbf{r}, \tau) - \frac{2}{3} l^* (\mathbf{n} \nabla G_1^{out}(\mathbf{r}, \tau)) = 0, \quad \mathbf{r} \in S; \quad (3)$$

$$G_1^{in}(\mathbf{r}, \tau) = G_1^{out}(\mathbf{r}, \tau), \quad \mathbf{r} \in S_1; \quad (4)$$

$$D_p^{in}(\mathbf{n} \nabla G_1^{in}(\mathbf{r}, t)) = D_p^{out}(\mathbf{n} \nabla G_1^{out}(\mathbf{r}, t)), \quad \mathbf{r} \in S_1. \quad (5)$$

Здесь  $\mathbf{n}$  – единичный вектор, нормальный к соответствующей поверхности и направленный внутрь нее;  $G_1^{in,out}(\mathbf{r}, \tau)$  и  $D_p^{in,out}$  – решения уравнения (1) и коэффициенты диффузии света внутри и вне объема  $V_1$  соответственно. Поскольку мы интересуемся только динамическими неоднородностями, то  $D_p^{in} = D_p^{out}$  и условие (5) упрощается. Условие (3) можно приближенно заменить нулевым граничным условием для  $G_1^{out}(\mathbf{r}, \tau)$  на так называемой экстраполированной границе  $x = -x_1 = -\Delta l^*$  [1, 12], где  $\Delta$  зависит от условий рассеяния вблизи границы [1, 11]. Для изотропного рассеяния и при условии равенства показателей преломления рассеивающей и окружающей ее сред из теории Милна было найдено  $\Delta = 0,7104$  [1]. Различие показателей преломления можно учесть путем изменения положения экстраполированной границы, т.е. путем изменения значения  $\Delta$ .

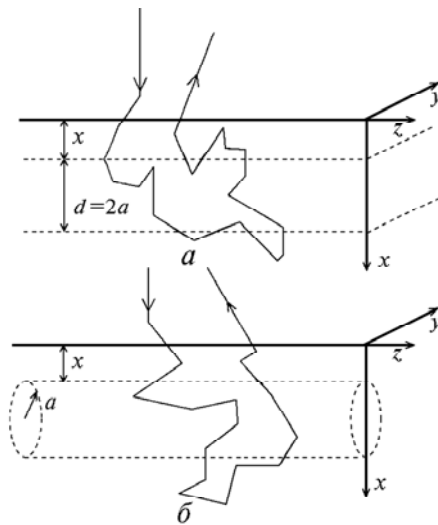


Рис. 1. Схемы рассматриваемых динамически неоднородных сред. Показаны две случайные траектории многократно рассеянных фотонов

Ограничимся случаями, когда динамическая неоднородность имеет форму либо плоско-параллельного слоя шириной  $d$  (рис. 1,а), либо цилиндрического капилляра диаметром  $d$  (рис. 1,б), параллельных поверхности полубесконечной среды  $x = 0$ , и рассмотрим ламинарное течение рассеивающих частиц с пуазейлевским профилем скорости внутри неоднородности. В случае капилляра направим ось  $z$  вдоль его оси. Будем считать, что коэффициенты диффузии частиц среды внутри и вне объема динамической неоднородности одинаковы, что в совокупности с наложенным ранее требованием постоянства коэффициента диффузии света  $D_p$  во всем объеме означает, что через неоднородную область прокачивается тот же самый раствор, каким заполнен весь остальной объем образца. Различные типы движения рассеивателей (направленное и хаотическое) внутри рассматриваемых динамических неоднородностей можно считать независимыми: скорость отдельного рассеивателя принимаем равной сумме скоростей его направленного и хаотического движений. Тогда, поскольку рассеиватели в окружающей среде участвуют только в броуновском движении, имеем [5]

$$\alpha_{in}^2(\tau) = \frac{3\tau}{2\tau_0 l^{*2}} + 6 \left( \frac{\tau}{\tau_f l^*} \right)^2, \quad (6)$$

$$\alpha_{out}^2(\tau) = \frac{3\tau}{2\tau_0 l^{*2}}. \quad (7)$$

Следуя [10, 11], будем считать, что  $\tau_f$  определяется среднеквадратическим значением  $\Gamma_1$  градиента скорости внутри включения:

$$\tau_f = \sqrt{30} / (k l^* \Gamma_1). \quad (8)$$

Для пуазейлевского профиля скорости течения  $\Gamma_1$  легко рассчитывается.

Такая постановка задачи означает, что мы считаем дополнительную потерю корреляции фотонов в области локализации потока зависящей только от общей длины их траекторий внутри объема  $V_1$ , а не от конкретных форм их траекторий. Это верно только при  $d \gg l^*$  и только для тех фотонов, которые имеют достаточно длинные траектории. Поэтому, в соответствии с результатами [11], рассматриваемая здесь теория будет верна только при достаточно коротких временах  $\tau$ , а именно при  $\tau < \tau_0, \tau_f$ .

Наконец, предположим, что на описанную выше среду падает плоская монохроматическая волна единичной амплитуды. Считая, что падающее на среду излучение претерпевает первый акт рассеяния после прохождения в среде расстояния порядка  $l^*$ , функцию источника в (1) записываем как  $F(\mathbf{r}) = \delta(x - x_0)$ , где  $x_0 \sim l^*$ .

## 2. Решения для конкретных геометрий

Найдем сначала выражение для нормированной корреляционной функции  $g_1(\mathbf{r}, \tau) = G_1(\mathbf{r}, \tau) / G_1(\mathbf{r}, 0)$  деполаризованного света, рассеянного назад от макроскопически однородной полубесконечной среды ( $\tau_f \rightarrow \infty$ ). В этом случае решение уравнения (1) с граничным условием (3), взятое при  $x = x_0$  (плоскость, где рассеянное излучение покидает среду), в пределе  $\tau \ll \tau_0$  имеет вид

$$g_1^0(\tau) \equiv \frac{G_1(\tau)}{G_1(0)} = \exp \left\{ -\gamma \sqrt{\frac{3\tau}{2\tau_0}} \right\}, \quad (9)$$

где  $\gamma = 1 + \Delta$  – численная константа порядка двух, а индекс «0» корреляционной функции  $g_1^0(\tau)$  введен для обозначения ее соответствия макроскопически однородному случаю. Результат (9) был получен ранее другими методами [7, 9] и хорошо согласуется с экспериментальными данными [6, 7].

Если помещенный в среду объект имеет форму плоскопараллельного слоя шириной  $d$ , расположенного на глубине  $x$  внутри полубесконечной среды, то решение уравнения (1) с граничными условиями (3)–(5) дает [4]

$$g_1(\tau) \equiv \frac{P(\xi_1)}{P(\xi_2)}, \quad (10)$$

где

$$P(\xi) = \alpha_{in} \alpha_{out} \exp(\alpha_{out} \xi) + th(\alpha_{in} d) [\alpha_{out}^2 ch(\alpha_{out} \xi) + \alpha_{in}^2 sh(\alpha_{out} \xi)], \quad \xi_1 = x - x_0, \quad \xi_2 = x + x_1.$$

Наконец, для объекта, имеющего форму цилиндрического капилляра с радиусом  $a$  и бесконечной длиной, расположенного параллельно оси  $z$  на расстоянии  $x$  от поверхности полубесконечной среды, решение можно записать в виде  $g_1(\mathbf{r}, \tau) = g_1^0(\tau) + g_1^{scatt}(\mathbf{r}, \tau)$ , где  $g_1^0(\tau)$  дается выражением (9), а последний член описывает влияние объекта на корреляционную функцию. Считая, что  $y = 0$  соответствует точке, находящейся непосредственно перед осью капилляра, решим сначала уравнение (1) для описанной геометрии без учета граничного условия (3) на границе среды  $x = 0$  [4]:

$$g_1^{scatt}(x, y, \tau) = -\frac{h-x_0}{2\pi l^*} \sum_{n=1}^{\infty} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{d\theta_s}{\cos\theta_s} K_n\left(\alpha_{out} \frac{h-x_0}{\cos\theta_s}\right) K_n(\alpha_{out} \sqrt{h^2+y^2}) \cos(n(\theta_s - \theta)) \times$$

$$\times \left[ \frac{\alpha_{out} I_n'(\alpha_{out} a) I_n(\alpha_{in} a) - \alpha_{in} I_n(\alpha_{out} a) I_n'(\alpha_{in} a)}{\alpha_{out} K_n'(\alpha_{out} a) I_n(\alpha_{in} a) - \alpha_{in} K_n(\alpha_{out} a) I_n'(\alpha_{in} a)} \right]. \quad (11)$$

В этом выражении  $I_n, K_n$  – модифицированные функции Бесселя; штрих обозначает дифференцирование соответствующей функции по ее аргументу;  $h = x + a$  – координата  $x$  оси капилляра и  $\theta = \arctg(y/h)$ .

Чтобы удовлетворить нулевому граничному условию в плоскости  $x = -x_1$  и тем самым получить  $g_1^{scatt}$  для интересующей нас геометрии, применим метод изображений. Поместим точно такой же капилляр и источник излучения с обратным знаком по другую сторону от плоскости  $x = -x_1$ , чтобы геометрия задачи стала симметричной. Тогда искомое решение записывается в виде суммы членов типа (11), соответствующих двум различным капиллярам и источникам света. Этот результат, однако, является приближенным и удовлетворительно описывает происходящие процессы рассеяния света лишь в том случае, когда влияние динамической неоднородности на временную корреляционную функцию невелико.

Чтобы более наглядно представить влияние объекта на временную корреляционную функцию и оценить возможность регистрации этого влияния, введем величину максимального отклонения корреляционной функции  $g_1(\mathbf{r}, \tau)$ , измеренной в присутствии объекта, от  $g_1^0(\tau)$ , соответствующей макроскопически однородной среде:

$$\Delta g(\mathbf{r}) = \max_{0 < \tau < \infty} |g_1(\mathbf{r}, \tau) - g_1^0(\tau)|. \quad (12)$$

### 3. Основные результаты и их обсуждение

Корреляционные функции рассеянного назад света показаны на рис. 2 для цилиндрического капилляра при  $y = 0$  (сплошные линии) и плоскопараллельного слоя (штриховые линии). Приведенные кривые соответствуют различным значениям глубины  $x$  положения неоднородности внутри мутной среды. Как видно из рис. 2, влияние динамической неоднородности существенно только в пределах определенного диапазона временных задержек  $\tau$ . Как при достаточно малых, так и при больших  $\tau$  корреляционная функция определяется броуновским движением частиц, одинаковым как внутри, так и вне динамической неоднородности. При малых значениях  $\tau$  это связано с различным характером временной зависимости членов, описывающих декорреляцию, обусловленную броуновским и направленным движениями рассеивателей. Для броуновского движения декорреляция  $\sim \sqrt{\tau/\tau_0}$  (см. (9)), в то время как для направленного движения потеря корреляции составляет  $\sim \tau/\tau_f$ . Очевидно, что на достаточно коротких временах, а именно при  $\tau < \tau_f^2/\tau_0$ , первый вклад больше второго и влияние направленного движения рассеивателей на корреляционную функцию пренебрежимо мало.

При больших значениях  $\tau$  поведение корреляционной функции объясняется на основе соответствия между длинными временами корреляции и короткими длинами траекторий многократно рассеянных фотонов [7]. Действительно, поскольку потеря корреляции, приходящаяся на единичный акт рассеяния, растет с ростом  $\tau$  как для броуновского, так и для направленного движения рассеивателей, то при малых  $\tau$  заметный вклад в декорреляцию излучения вносят только фотоны, претерпевшие достаточно большое число актов рассеяния, а значит имеющие наиболее длинные траектории. При больших  $\tau$  эти фотоны уже полностью декоррелированы, и поведение корреляционной функции определяется фотонами, претерпевшими относительно небольшое число актов рассеяния и, следовательно, имеющими относительно короткие траектории. Таким образом, с ростом  $\tau$  поведение  $g_1(\tau)$  определяется фотонами, имеющими все более и более короткие траектории. Поэтому при больших  $\tau$  фотоны, определяющие поведение  $g_1(\tau)$ , просто не достигают объекта, помещенного на конечной глубине внутри среды. Вследствие этого его влияние на корреляционную функцию мало при больших  $\tau$ .

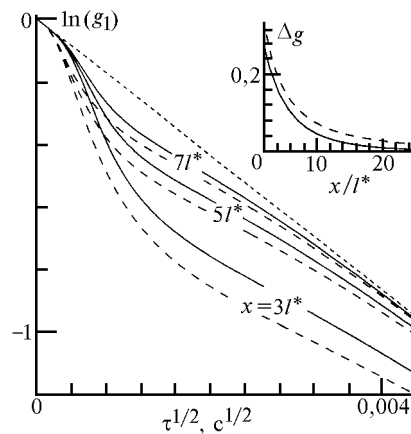


Рис. 2. Нормированные временные автокорреляционные функции рассеянного назад света для пуазейлевского течения в плоскопараллельном слое (штриховые линии) и цилиндрическом капилляре (сплошные линии), помещенном в полубесконечную среду ( $y=0$ ,  $d=22l^*$ ,  $\tau_0=2,66 \cdot 10^{-4}$  с,  $\tau_r=4,6 \cdot 10^{-6}$  с,  $\gamma=1+\Delta=2,8$ ). Глубины  $x$  положения объектов указаны в разрывах соответствующих кривых. Пунктирная прямая соответствует макроscopicки однородной полубесконечной среде. На вставке  $\Delta g$  показано в качестве функции  $x$

На рис. 2 также показана величина максимального отклонения  $\Delta g$ , определяемого формулой (12), как функция глубины  $x$  положения динамической неоднородности. При малых  $x$  эта величина достаточно велика, однако с ростом  $x$  она быстро убывает и при  $x > 15 \div 20l^*$  становится меньше 1% от значения  $g_1$ .

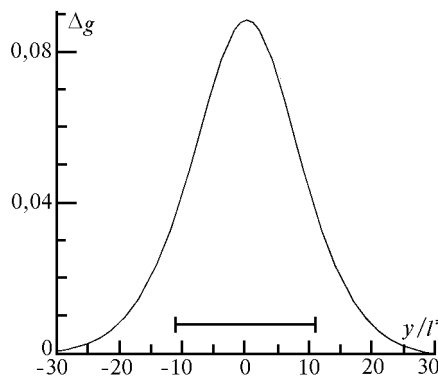


Рис. 3. При фиксированной глубине  $x=7l^*$  положения цилиндрического капилляра  $\Delta g$  показано в зависимости от координаты  $y$  при совпадающих с указанными в подписи к рис. 2 значениях остальных параметров. Горизонтальным отрезком показан диаметр капилляра

Наконец, для случая, когда динамическая неоднородность имеет форму капилляра, на рис. 3 показаны результаты расчета  $\Delta g$  как функции координаты  $y$  при фиксированном  $x$ . Ширина кривой  $\Delta g(y)$  по полувысоте с точностью  $1 \div 2l^*$  равна диаметру капилляра, изображенному на этом рисунке горизонтальным отрезком. Таким образом, использование временной корреляционной функции позволяет удовлетворительно оценить размер объекта внутри мутной среды.

## Заключение

В настоящей статье продемонстрирована возможность получения информации о динамических неоднородностях в толще среды путем анализа корреляционных свойств рассеянного излучения. На основе проведенного анализа можно сделать следующие выводы:

1. В мутных средах существует возможность определять характер (броуновский или направленный) движения рассеивателей внутри динамической неоднородности, а также его интенсивность, основываясь на виде временной корреляционной функции многократно рассеянного света, измеренной на границе среды.

2. Анализ временных корреляционных функций позволяет определять положение и размер динамических неоднородностей с точностью до  $1 \div 2$  транспортных длин свободного пробега  $l^*$ .

3. Динамическая неоднородность оказывает существенное влияние на временную автокорреляционную функцию рассеянного назад света в том случае, если расстояние до нее от границы среды не превышает  $x = 15 \div 20l^*$ .

1. Исигаму А. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах. Т. 2. М.: Мир, 1981. 319 с.
2. Voas D.A., Campbell L.E. and Yodh A.G. // Phys. Rev. Lett. 1995. V. 75. N 9. P. 1855–1858.
3. Heckmeier M. and Maret G. // Europhys. Lett. 1996. V. 34. N 3. P. 257–262.
4. Skipetrov S.E., Maynard R. // Phys. Lett. A. 1996. V. 217. N 2–3. P. 181–185.
5. Heckmeier M., Skipetrov S.E., Maret G., Maynard R. // J. Opt. Soc. Am. A. 1997. V. 14. N 1. P. 185–191.
6. Maret G. and Wolf P.E. // Z. Phys. B. 1987. V. 65. N 2–3. P. 409–413.
7. Pine D.J., Weitz D.A., Zhu J.X. and Herbolzheimer E. // J. Phys. France. 1990. V. 51. N 18. P. 2101–2127.
8. Голубенцев А.А. // ЖЭТФ. 1984. Т. 86. Вып. 1. С. 47–59.
9. Stephen M.J. // Phys. Rev. B. 1988. V. 37. N 1. P. 1–5.
10. Wu X.L., Pine D.J., Chaikin P.M., Huang J.S. and Weitz D.A. // J. Opt. Soc. Am. B. 1990. V. 7. N 1. P. 15–20.
11. Bicout D. and Maynard R. // Physica A. 1993. V. 199. N 3–4. P. 387–411.
12. Haskell R.C., Swaasand L.V., Tsay T., Feng T., McAdams M.S., and Tromberg B.J. // J. Opt. Soc. Am. A. 1994. V. 11. N 10. P. 2727–2741.

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

Поступила в редакцию  
1 августа 1997 г.

S.E. Skipetrov, S.S. Chesnokov. **Feasibility of Localization and Diagnostics of Dynamic Heterogeneities in Highly Scattering Turbid Media.**

The feasibility of localization and diagnostics of dynamic heterogeneities in highly scattering turbid media is studied on the base of theoretical analysis of temporal autocorrelation functions of multiply scattered light measured at a sample surface. Conditions are determined when the localization appears to be possible. The considered method accuracy for dynamic objects localization is estimated.