<Оптика атмосферы и океана>, **6**, N 12 (1993)

УДК 681.513.5:535

С.В. Буцев

АЛГОРИТМ АДАПТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ КОРРЕКТОРОМ ВОЛНОВОГО ФРОНТА

Рассматривается функционирование адаптивной оптической системы в условиях наличия неопределенности параметров корректора волнового фронта и воздействия стохастических внешних возмущений. На основе методов параметрической идентификации и оптимального управления произведен синтез адаптивного алгоритма управления корректором волнового фронта, позволяющий в рамках формализованных показателей качества минимизировать вредное влияние неопределенности параметров корректора и стохастических внешних взмущений.

В [1 – 4] произведен синтез алгоритмов функционирования адаптивных оптических систем (АОС). Синтез данных алгоритмов включает в себя синтез алгоритмов обработки (фильтрации) входных сигналов АОС и синтез алгоритмов управления ее исполнительным элементом – корректором волнового фронта (КВФ).

В [4] синтезирован алгоритм оптимального управления КВФ АОС. Однако он не учитывает ряд вредных (мешающих) факторов, таких как вибрации, шумы приводов, весовые и тепловые разъюстировки, и ряд других факторов, отрицательно влияющих на функционирование оптико-механического тракта оптической системы. Поэтому представляет интерес синтезировать алгоритм адаптивного управления исполнительным элементом АОС по возмущениям, позволяющий уменьшить вредное влияние отмеченных выше факторов.

Процесс функционирования КВФ АОС в [4] описывался стохастическими дифференциальными уравнениями вида

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = A(t)\,\mathbf{z}(t) + B(t)\,u_\alpha(t)\,, \qquad (1)$$

$$\tilde{\alpha}(t) = C\,\mathbf{z}(t)\,, \qquad (2)$$

где $\mathbf{z}(t)$ – n-мерный вектор состояния объекта управления; $A(t)$ – матрица размерности ($n\times n$); $B(t)$ – вектор-столбец размерности ($n\times 1$); C – вектор-строка размерности ($1\times n$); $\tilde{\alpha}(t)$ – управляемая величина, соответствующая углам наклона корректора относительно плоскости входного зрачка оптической системы в двух ортогональных направлениях; $u_\alpha(t)$ – напряжение, подаваемое на приводы корректора.

Полагалось, что элементы матриц A, B, C известны, выбираются в соответствии с характеристиками приводов КВФ АОС и считаются заданными. Однако в реальных условиях возникают различные возмущающие факторы, которые модель (1), (2) не учитывает. Поэтому на практике отдельные элементы матриц A и B могут быть неизвестны и, кроме того, необходимо учитывать шумы возмущений. В данном случае процесс функционирования исполнительного элемента АОС необходимо описывать стохастическим дифференциальным уравнением вида

$$\dot{\mathbf{z}}_1(t) = A'(t)\,\mathbf{z}_1(t) + B'(t)\,u_{\alpha_1}(t) + \boldsymbol{\omega}(t),$$

$$\tilde{\alpha}_1(t) = C\,\mathbf{z}_1(t)\,, \qquad (3)$$

где $\mathbf{z}_1(t)$, $A'(t)$, $B'(t)$, $u_{\alpha_1}(t)$, C, $\tilde{\alpha}_1(t)$ имеют размерность и смысл, аналогичные $\mathbf{z}(t)$, $A(t)$, $B(t)$, $u_\alpha(t)$, C, $\tilde{\alpha}(t)$ в (1) и (2), однако ряд элементов матриц $A'(t)$, $B'(t)$ неизвестны; $\boldsymbol{\omega}(t)$ – случайный процесс с нулевым математическим ожиданием и матрицей спектральных плотностей S_ω.

Для синтеза алгоритма адаптивного управления КВФ АОС воспользуемся идентификационным подходом, позволяющим в условиях неопределенности получать оценки неизвестных параметров системы и возмущений и использовать их для компенсации вредного влияния данных неопределенностей.

Вычитая из (3) уравнение (2), получаем линеаризованную модель возмущений для рассматриваемого типа управлений

$$d\dot{\mathbf{z}}(t) = \Delta A(t)\, \delta\, \mathbf{z}(t) + \Delta B(t)\, \delta\, u_\alpha(t) + \boldsymbol{\omega}(t),$$

$$\varepsilon = \tilde{\alpha}(t) - \tilde{\alpha}_1(t) = C\, \delta\mathbf{z}(t)\,, \tag{4}$$

где

$$\Delta A(t) = A'(t) - A(t)\,;\ \Delta B(t) = B'(t) - B(t)\,;\ \delta\mathbf{z}(t) = \mathbf{z}(t) - \mathbf{z}_1(t)\,;$$
$$\delta\, u_\alpha(t) = u_\alpha(t) - u_{\alpha_1}(t)\,.$$

Построение закона управления с обратной связью для уравнения возмущения требует, чтобы параметры системы в уравнении (4) были известны в каждый момент времени управления КВФ АОС. Для определения элементов матриц ΔA и ΔB может быть использован метод параметрической идентификации. Задача управления корректором в такой постановке сводится к определению $\delta\, u_\alpha(t)$, которое устремляет $\delta\, \mathbf{z}(t)$ к нулю в течение всего времени управления КВФ. Определение $\delta\, u_\alpha(t)$, компенсирующего возмущения, может быть произведено с помощью одношагового закона оптимального управления [5].

Решим поставленную задачу в дискретном времени. С этой целью дискретизируем уравнение (4) для получения дискретных уравнений при определении требуемых параметров

$$\delta\mathbf{z}(\,kT + T\,) = F(kT)\, \delta\mathbf{z}(kT) + G(kT)\, \delta\, u_\alpha(kT) + \boldsymbol{\omega}(kT)\,, \tag{5}$$

где T – период дискретизации; $k = 0,\ 1,\ .\ .\ .\ ,\ m - 1$; $\delta\, u_\alpha(kT)$ – кусочно-постоянный входной вектор управления на интервале времени между двумя любыми последовательными моментами дискретизации $kT \le t \le (k + 1)T$; $\delta\mathbf{z}(kT)$ – n-мерный возмущенный вектор состояния, который определяется выражением

$$\delta\mathbf{z}(kT) = \Gamma(kT,\, t_0)\, \mathbf{z}(t_0) + \int_{t_0}^{kT} \Gamma(kT,\, t)\, \Delta B(t)\, \delta\, u_\alpha(t)\, dt + \boldsymbol{\omega}(kT)\,.$$

Здесь $\Gamma(kT,\ t_0)$ – переходная матрица состояния системы; $F(kT)$, $G(kT)$ – соответственно матрицы размерностью $(n\times n)$ и $(n\times 1)$, которые определяются следующим образом:

$$F(kT) = \Gamma[(k + 1)\ T,\ kT]\,;$$

$$G(kT)\, \delta\, u_\alpha(kT) = \int_{kT}^{(k+1)T} \Gamma[(k + 1)\ T,\ t]\, \Delta B(t)\, \delta\, u_\alpha(t)\, dt\,;$$

$\boldsymbol{\omega}(kT)$ – n-мерный вектор дискретных белых последовательностей с нулевым средним и матрицей дисперсий D_ω.

Задача определения параметров может быть решена с помощью различных алгоритмов, таких как метод наименьших квадратов, максимума, вариационных методов или методов стохастической аппроксимации. Для определения параметров системы в матрицах $F(kT)$ и $G(kT)$ целесообразно использовать рекуррентную схему определения параметров по наименьшим квадратам в реальном времени, благодаря ее простоте в реализации. При этом необходимо сделать следующие предположения: 1) параметры системы медленно меняются, но при этом скорость их изменения меньше, чем скорость адаптации; 2) погрешности измерений пренебрежимо малы; 3) переменные состояния $\mathbf{z}(kT)$ в уравнении (5) поддаются измерению.

Для того чтобы применить рекуррентный алгоритм идентификации по методу наименьших квадратов к уравнению (5), необходимо трансформировать систему уравнений к удобному для вычисления виду. Записывая i-ю строку неизвестных параметров $\Theta_i^{\text{т}}$ адаптивной системы через k-й момент времени в виде $(n + 1)$-мерного вектора, получим

$$\Theta_i^{\text{т}}(kT) = [\, f_{i1}(kT), ..., f_{in}(kT), g_i(kT)] \,, \quad i = 1, ..., n \,. \tag{6}$$

Аналогично определяем выходы и входы возмущенной системы по уравнению (5) в k-момент времени $(n + 1)$-мерным вектором:

$$\mathbf{x}^{\text{т}}(kT) = [\delta\, z_1(kT), ..., \delta\, z_n(kT), \delta\, u_{\text{д}}(kT)] \,, \tag{7}$$

и состояние в k-й момент времени n-мерным вектором

$$\delta\mathbf{z}^{\text{т}}(kT) = [\delta\, z_1(kT), ..., \delta\, z_n(kT)] \,. \tag{8}$$

В результате система, соответствующая уравнению (5), может быть записана в виде

$$\delta\mathbf{z}_i(kT + T) = \mathbf{x}^{\text{т}}(kT)\, \Theta_i(kT) + \omega_i(kT) \,, \tag{9}$$

$i = 1, ..., n$.

В такой формулировке задачи требуется оценить параметры каждого столбца $\Theta_i(kT)$, основываясь на измерениях $\mathbf{x}^{\text{т}}(kT)$. Наилучшая оценка получится при минимизации критерия предсказания

$$J_{\text{пр}}(\Theta_i) = M\left\{\sum_{k=0}^{m-1} [\delta\mathbf{z}_i(kT + T\,) - \mathbf{x}^{\text{т}}(kT)\, \hat{\Theta}_i(kT)]^2\right\} \to \min_{\theta} \,, \tag{10}$$

где $M\{\cdot\}$ – оператор математического ожидания.

Минимизируя критерий предсказания (10) относительно неизвестных параметров вектора Θ_i на основе адаптивного подхода, получаем рекуррентную схему идентификации по методу наименьших квадратов в реальном времени [6]:

$$\hat{\Theta}_i(kT + T) = \hat{\Theta}_i(kT) + P(kT)\, \mathbf{x}(kT)[\delta\mathbf{z}_i(kT + T) - \mathbf{x}^{\text{т}}(kT)\, \hat{\Theta}_i(kT)] \,;$$

$$\hat{\Theta}(0) = \Theta_0 \,;$$

$$P(kT + T) = P(kT) - \gamma(kT)\, P(kT)\, \mathbf{x}(kT)\, \mathbf{x}^{\text{т}}(kT)\, P(kT) \,; \tag{11}$$

$$\gamma(kT) = [\mathbf{x}^{\text{т}}(kT)\, P(kT)\, \mathbf{x}(kT) + 1]^{-1} \,;$$

$$P(0) = \beta I \,, \ \beta \gg 1.$$

Из приведенных рекуррентных уравнений (11) видно, что оценка параметров $\hat{\Theta}_i(kT{+}T)$ в $(kT{+}T)$-й дискретный период времени равна предыдущей оценке $\hat{\Theta}_i(kT)$, скорректированной на величину, пропорциональную $[\delta\mathbf{z}_i(kT + T) - \mathbf{x}^{\text{т}}(kT)\hat{\Theta}_i(kT)]$. Член $\mathbf{x}^{\text{т}}(kT)\hat{\Theta}_i(kT)$ представляет собой прогнозируемую величину $\delta\mathbf{z}_i(kT + T)$, основанную на оценке параметров $\Theta_i(kT)$ и вектора измерения $\mathbf{x}(kT)$. Компоненты вектора $P(kT)\mathbf{x}(kT)$ являются весомыми коэффициентами, которые определяют величину коррекции предыдущей оценки для получения новой оценки $\hat{\Theta}_i(kT + T)$.

Теперь после определения оценок параметров матриц $F(kT)$ и $G(kT)$ может быть сформирован закон оптимального управления корректором АОС с учетом возмущающих факторов, удовлетворяющий требованиям уравнений (3), (5) и минимизирующий рабочий критерий вида

$$J(kT) = 1/2\, M\left\{\sum_{k=0}^{m-1}[\delta\alpha_1^{\mathrm{т}}(kT+T)\, Q\, \delta\alpha_1(kT+T) + u_{\alpha_1}^{\mathrm{т}}(kT)\, R\, u_{\alpha_1}(kT)]\right\}, \tag{12}$$

где $\delta\alpha_1(kT) = \alpha(kT) - \tilde{\alpha}_1(kT)$ – ошибка коррекции искажений волнового фронта с учетом возмущений; Q– полуположительно определенная весовая матрица; R – положительно определенная весовая матрица.

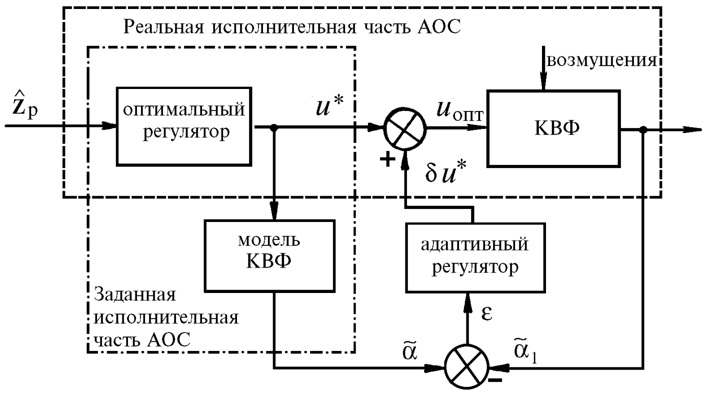
Применяя принцип максимума Л.С. Понтрягина [5], можно показать, что оптимальное управление, минимизирующее функционал (12), будет удовлетворять условию

$$u_{\text{опт}}(kT) = u^*(kT) + \delta\, u^*(kT) = -\,[R + B^{\mathrm{т}}(kT)\, QB(kT)]^{-1}B(kT)\, Q\, A(kT)\, \hat{\mathbf{z}}_{\mathrm{p}}(kT) -$$

$$-\,[R + \hat{G}^{\mathrm{т}}(kT)\, Q\, \hat{G}(kT)]^{-1}\, \hat{G}(kT)\, Q\, \hat{F}(kT)\, \delta\, z(kT),$$

где $u^*(kT)$ – оптимальное управление при отсутствии возмущений, синтез которого произведен в [4]; $\hat{\mathbf{z}}_{\mathrm{p}}(kT) = \begin{bmatrix}\hat{\alpha}(kT)\\ \mathbf{z}(kT)\end{bmatrix}$; $\hat{\alpha}(kT)$ – оценка состояния волнового фронта; $\delta\, u^*(kT)$ – оптимальное управление, минимизирующее ошибки коррекции по возмущениям; $\hat{F}(kT)$, $\hat{G}(kT)$ – параметры системы, полученные с помощью алгоритма идентификации (11).

Структурная схема рассмотренного алгоритма адаптивного управления КВФ АОС по возмущениям приведена на рисунке.



Предложенный подход позволяет формализовать задачу функционирования АОС в условиях наличия неопределенных параметров КВФ и воздействия стохастических внешних возмущений. Синтезированный алгоритм адаптивного управления КВФ обеспечивает наилучшее качество функционирования АОС в рамках формализованного описания качества, определенного функционалами (10) и (12).

1. Буцев С.В., Хисматулин В.Ш. // Оптика атмосферы. 1989. Т. 2. N 2. С. 222–224.
2. Буцев С.В. // Оптика атмосферы, 1990. Т. 3. N 12. С. 1300 – 1303.
3. Буцев С.В. // Оптика атмосферы, 1991. Т. 4. N 5. С. 501 – 505.
4. Буцев С.В. // Оптика атмосферы, 1991. Т. 4. N 7. С. 779 – 782.
5. Сейдж Э.П., Уайт Ч.С. Оптимальное управление системами / Пер. с англ. под ред. Б.Р. Левина. М.: Радио и связь, 1982, 392 с.
6. Цыпкин Л.З. // Автоматика и телемеханика. 1991. N 5. С. 96 – 124.

Поступила в редакцию
5 июля 1993 г.

S.V. Butsev. **Algorithm of the Adaptive Control for a Wave Front Corrector.**

This paper concerns with the problem on functioning of an adaptive optical system under conditions of the wave front corrector parameters uncertainty and influence of an external stochastic disturbance. An algorithm of adaptive control of the wave-front corrector which minimizes uncertainty of its parameters and the external stochastic disturbance is synthesized using methods of the parameter identification and optimum control.