«Оптика атмосферы и океана», **10**, N 12 (1997)

УДК 534.2

Н.В. Ильин, И.И. Орлов

К ТЕОРИИ ЗОНДИРОВАНИЯ ЛЧМ-СИГНАЛАМИ

На основе теории линейных систем проводится анализ метода зондирования подводного акустического канала широкополосными сигналами с линейной частотной модуляцией с первичной обработкой методом сжатия по частоте. Получена зависимость регистрируемого спектра от групповых задержек в канале и текущей частоты зондирующего сигнала. Показано, что результат обработки отдельной выборки принимаемого сигнала при некоторых обычно используемых приближениях математически эквивалентен зондированию узкополосным комплексным сигналом, задержки которого определяют максимумы модуля регистрируемого спектра.

Сигналы с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ) широко используются при акустическом и радиозондировании естественных сред – подводного звукового канала [1], верхней атмосферы, ионосферы Земли [2]. Широкое распространение их обусловлено тем, что такие сигналы имеют большую базу (произведение длительности на ширину полосы), что позволяет повысить диагностические возможности систем зондирования. Существуют разные способы обработки таких сигналов либо во временной, либо в частотной области.

В данной статье приводится последовательное описание одного из распространенных способов обработки ЛЧМ-сигналов большой длительности, обычно называемого «методом сжатия по частоте».

Необходимость специального рассмотрения этой методики вызвана тем, что обычно анализ ЛЧМ-сигналов большой длительности (с большой девиацией частоты) проводится на основе рассмотрения импульсных ЛЧМ-сигналов с относительно небольшой шириной полосы. При этом излученный ЛЧМ-сигнал с большой девиацией частоты рассматривается как совокупность отдельных узкополосных сигналов, прохождение каждого из которых и анализируется методами, применяемыми для узкополосных сигналов.

Суть метода сжатия по частоте заключается в том, что в приемнике принятый сигнал умножается на опорный частотно модулированный сигнал, с такой же скоростью изменения частоты с некоторой задержкой во времени. После перемножения опорного сигнала с принятым фильтр нижних частот выделяет сигнал разностной частоты, который содержит информацию о канале распространения. Так как разность частот принятого и опорного сигналов пропорциональна времени распространения, то спектральный анализ результата фильтрации после стробирования временным окном позволяет получить «спектр задержек» принятого сигнала на частоте опорного сигнала, соответствующей центру интервала стробирования.

В приемник при этом могут попадать части сигнала, излученные в разное время, пришедшие с разными частотами одновременно. Они разнесены по спектру, но регистрируемый спектр, фактически, является результатом действия разных отрезков излученного сигнала, поэтому полезно провести детальный анализ регистрируемого спектра с учетом канала распространения и реальной схемы обработки.

Рассмотрим детально схему метода сжатия по частоте. Пусть излучаемый ЛЧМ-сигнал имеет вид

$$u(t) = a(t)\cos\varphi(t) = a(t)\cos\varphi(\omega_0 t + \beta t^2/2), \qquad (1)$$

где $a(t)$ – огибающая длительностью несколько секунд или минут; ω_0 – начальная частота заполнения; β – скорость изменения круговой частоты. При этом девиация частоты $\Delta\omega = \beta T$, где T – длительность сигнала. Как правило, используемые сигналы имеют большую базу, произведение длительности на полную ширину полосы $\beta T > \omega_0$, и полная база сигнала составляет примерно 10^5–10^6.

В приемном устройстве сигнал $u_1(t)$, прошедший канал с импульсной характеристикой $h(x)$

$$u_1(t) = \int_0^\infty h(x)\, u(t - x)\, dx, \tag{2}$$

перемножается с опорным (сдвинутым на время t_0 относительно излучаемого) $u(t - t_0)$ сигналом. Полученный при этом сигнал, после прохождения через фильтр нижних частот (с импульсной характеристикой $h_f(t)$), даст на выходе фильтра сигнал вида

$$u_2(t) = \int_0^\infty h(x)\, r(t, x)\, dx, \tag{3}$$

где

$$r(t, x) = \int_0^\infty h_f(z)\, u(t - t_0 - z)\, u(t - x - z)\, dz. \tag{4}$$

Функция $r(t, x)$ описывает результат низкочастотной фильтрации произведения двух ЛЧМ-сигналов, которое содержит как разностные, так и суммарные частоты. Полоса пропускания фильтра нижних частот F_t обычно выбирается существенно меньше ω_0, так что суммарные частоты практически полностью отсекаются.

В результате низкочастотной фильтрации вместо выражения (4) получаем следующую (упрощенную) формулу:

$$r(t, x) = \frac{1}{2}\int_0^\infty h_f(z)\, a(t - z;\, t_0, x)\, \cos\varphi(t - z, x)\, dz, \tag{5}$$

в которой использованы обозначения $a(t - z; t_0, x) = a(t - z - x)\, a(t - z - t_0)$ а аргумент косинуса $\varphi(t, x)$ дается выражением

$$\varphi(t, x) = \psi(x) + t\gamma(x) = [\omega_0\, (x - t_0) + \beta\, (t_0^2 - x^2)] + t\beta\, (x - t_0). \tag{6}$$

При условии $x - t_0 \ll T$ под интегралом в (5) стоит узкополосный «сигнал» (как функция $(t - z)$) с частотой заполнения, равной $\beta(x - t_0)$, и огибающей, равной произведению огибающих ЛЧМ-сигналов. Фактически это условие является определяющим для выбора t_0. Поскольку диапазон изменения x (задержек) зависит от канала распространения и известен заранее, t_0 выбирается таким образом, чтобы величина $\beta(x - t_0)$ – разностные частоты, – попадала в полосу пропускания фильтра, которая существенно меньше как начальной частоты, так и полной полосы сигнала. Последнее означает, что длительность $a(t - z; t_0, x)$, равная $T - (x - t_0)$, мало отличается от T, т.е. сигнал разностной частоты на входе фильтра нижних частот действительно узкополосный. В некоторых ситуациях, когда анализируются очень маленькие задержки, t_0 может выбираться меньше нуля, при этом в приемник попадают не только отстающие частоты, но и опережающие. Эта ситуация, хотя и экзотическая в акустическом диапазоне, может быть рассмотрена отдельно, но в данной статье не рассматривается.

После временного стробирования сигнала $u_2(t)$ окном $w_k(t) = w(t - t_k)$, где t_k – центр временного окна (протяженностью Δ), и перехода к спектру получаем формулу

$$S_k(\Omega) = \frac{1}{2\pi}\int_0^\infty h(x)\, dx \int_0^\infty e^{-i\Omega t}\, w_k(t)\, r(t, x)\, dt = \int_0^\infty h(x)\, S_k(\Omega, x)\, dx, \tag{7}$$

которая описывает конечный результат рассматриваемого метода обработки – «сжатия по частоте». Положение строба $w(t)$ на временной оси определяет выборки длительностью Δ с центрами в точках $t_k = t_0 + (k - 1/2)\Delta$, $k = 1, ..., n$. Длительность строба выбирается из условий стационарности канала и его дисперсионных свойств. Хотя материальная дисперсия в воде практически отсутствует, наличие волновода приводит к появлению волноводной дисперсии. Это, в свою очередь, приводит к появлению полосы когерентности, т.е. полосы частот, в которой можно пренебречь дисперсионными искажениями. Поэтому окно стробирования выбирают так, чтобы набег частоты в окне не превосходил полосу когерентности. Мы также будем использовать это условие. Поскольку полная длительность сигнала может составлять десятки минут, это время превосходит периоды стационарности среды, поэтому длительность окна стробирования выбирается так, чтобы можно было пренебречь изменениями в среде за эти промежутки времени. Спектральная функция $S_k(\Omega)$ фрагмента сигнала, «вырезанного» окном стробирования, характеризует свойства канала распространения, которые относятся к моменту времени t_k.

Если в формуле (5) перейти к спектральной функции низкочастотного фильтра и спектру функции $a(t;\, t_0, x)$ (по переменной t), то после ряда стандартных преобразований получаем следующее выражение:

$$r(t, x) = \frac{\pi}{2}\int\limits_{-\infty}^{\infty} \mathrm{e}^{-i\omega t} A(\omega, x)\, [H_f(\omega + \gamma)\, \mathrm{e}^{i\psi + i\gamma t} + H_f\,(\omega - \gamma)\, \mathrm{e}^{-i\psi - i\gamma t}]\, \omega. \qquad (8)$$

Заметим, что здесь в соответствии с формулой (6) ψ и γ являются функциями переменной x. Функция $A(\omega, x)$–преобразование Фурье $a(t;\, t_0, x)$ по переменной t.

Подставляя (8) в выражение для функции $S_k(\Omega, x)$, которая определена в соответствии с формулой (7), имеем

$$S_k(\Omega, x) = \frac{1}{4}\int\limits_{-\infty}^{\infty} \mathrm{e}^{it_k(\omega-\Omega)} A(\omega, x)\, [F_+(\Omega - \gamma, \omega) + F_-(\Omega + \gamma, \omega)]\, d\omega. \qquad (9)$$

Здесь, в целях удобства, использовано обозначение

$$F_\pm(\Omega \mp \gamma, \omega) = W(\Omega - \omega \mp \gamma)\, H_f(\omega \pm \gamma)\, \mathrm{e}^{\pm i\phi \pm it_k\gamma},$$

где через $W(\omega)$ обозначено преобразование Фурье функции $w(t)$ – временного окна.

Основное выражение, которое будет теперь анализироваться, дается формулой (7). Так как импульсный отклик $h(x)$ фактически имеет ограниченный носитель, то при этом условии функция $a(t;\, t_0, x)$ отлична от нуля на достаточно большом интервале по переменной t для всех тех x, по которым ведется интегрирование в (7). В этом случае $A(\omega, x)$ как Фурье-образ $a(t;\, t_0, x)$ имеет весьма узкий спектр по сравнению с полосой пропускания фильтра нижних частот и со спектральной полосой окна стробирования. Если воспользоваться этим свойством, то, вынося спектральную функцию временного окна W и низкочастотного фильтра H_f за знак интеграла в (8) (полагая в них $\omega = 0$), получаем более обозримую формулу

$$S_k(\Omega, x) = \frac{1}{4}\, a(t_k, t_0, x)\, \mathrm{e}^{-it_k\Omega}\, [F_+(\Omega - \gamma) + F_-(\Omega + \gamma)]. \qquad (10)$$

Здесь функции $F_\pm(\Omega)$ определяются теми же формулами при $\omega = 0$. Отметим, что при получении формулы (10) в фазовых множителях под интегралом в (8) пренебрегать зависимостью от ω нельзя, так как из-за множителя t_k при ω, изменяющегося в пределах всей длительности излучаемого импульса, значения фаз могут быть сравнимы с π.

Используемые в практике окна имеют обычно узкую полосу порядка единиц или долей герц. При этом $F(\Omega \pm \gamma)$ локализованы вблизи нуля аргумента, поэтому в выражении (10) для $S_k(\Omega, x)$ одно из слагаемых сосредоточено в области положительных значений Ω, второе – в области отрицательных Ω, и при этом выполняется условие $S_k(-\Omega, x) = S_k^*(\Omega, x)$, поскольку $S_k(\Omega, x)$ – Фурье-образ вещественной функции. Ограничимся рассмотрением $S_k(\Omega, x)$ для положительных значений Ω, оставив только одно слагаемое в (10).

Перейдем в (7) от импульсного отклика канала к передаточной функции, сделав преобразование Фурье по x и заменив во внутреннем интеграле переменную интегрирования x на

$$y = \Omega/\beta - (x - t_0).$$

Полагая $x - t_0 > 0$, выражение для $S_k(\Omega)$ запишем в виде

$$S_k(\Omega) = \frac{1}{4}\int\limits_{-\infty}^{\infty} H(\omega) \int\limits_{-\infty}^{y_0} a(t_k, y)\, F(\beta y)\, \mathrm{e}^{(i\Omega t_k + i\omega(\Omega/\beta - y + t_0))}\, dy\, d\omega, \tag{11}$$

где $y_0 = \Omega/\beta + t_0$. Носитель $F(\beta y)$ (область значений аргумента, где функция существенно отлична от нуля) совпадает с носителем спектра $W(\beta y)$, который, как уже отмечалось выше, сосредоточен вблизи нулевых значений аргумента. При этом нижний предел диапазона частот Ω, измеряемых анализатором, превышает ширину полосы спектра окна. Поэтому пределы интегрирования по y в выражении (11) охватывают носитель функции $F(\beta y)$, т. е. интеграл по y есть прямое преобразование Фурье, так как верхний предел интегрирования можно продолжить до ∞. После преобразования получаем

$$S_k(\Omega) = \frac{\pi}{2}\,\mathrm{e}^{i\varphi} \int\limits_{-\infty}^{\infty} H(\omega)\, B(\beta\,(t_k - y_0) + \omega + \omega_0)\, \mathrm{e}^{-i\omega y_0}\, d\omega, \tag{12}$$

где $B(x)$ – результат преобразования Фурье по y подынтегрального выражения в (11).

В этих обозначениях вид выражения для $S_k(\Omega)$ после обработки k-й выборки аналогичен выражению для отклика канала связи на прохождение сигнала со спектром B, но с тем отличием, что зависимость от Ω входит не только в показатель экспоненты, но и в B. При этом спектр B существенно отличен от нуля в узкой полосе по ω.

Известно, что при акустическом зондировании возможна регистрация нескольких откликов канала связи на воздействие квазимонохроматического сигнала. Это означает, что $H(\omega)$ может быть представлена в виде суммы передаточных функций $H_l(\omega)$, соответствующих различным модам распространения.

Перейдем к вычислению интеграла (12), воспользовавшись теми же преобразованиями, которые обычно используются для импульсных квазимонохроматических сигналов. Во-первых, сделаем замену переменной ω на $-\omega$ и воспользуемся свойством передаточной функции канала связи

$$H(-\omega) = H^{*}(\omega) = \Sigma H_l^{*}(\omega).$$

Во-вторых, сопряженную передаточную функцию приведем к спектральной полосе $B(\beta(t_k - y_0) + \omega + \omega_0)$.

Для этого разложим $H(\omega)$ в окрестности частоты

$$\omega_k = \omega_0 + \beta\,(t_k - y_0), \tag{13}$$

которая является центром носителя $B(\beta(t_k - y_0) + \omega + \omega_0)$. Фаза передаточной функции является быстроменяющейся величиной, тогда как амплитуда $H_l^{*}(\omega)$ слабо зависит от ω. Поэтому в пределах рассматриваемой полосы ограничимся разложением фазы до линейного члена, а $|H_l^{*}(\omega)|$ считаем постоянным. В результате получим

$$S_k(\Omega) = \frac{\pi}{2}\,\mathrm{e}^{-i(\psi + \omega_k y_0)} \sum_l H_l^{*}(\omega_k) \int\limits_{-\infty}^{\infty} B(\omega_k - \omega)\, \mathrm{e}^{-i(\omega_k - \omega)(y_0 - \tau_l)}\, d\omega, \tag{14}$$

где τ_l – групповая задержка, определяемая как производная фазы передаточной функции $H_l(\omega)$ на частоте ω_k. Интеграл в (14) есть обратное преобразование Фурье, т.е.

$$S_k(\Omega) = \frac{\pi}{2}\,\mathrm{e}^{i(\psi + \omega_k y_0)} \sum_l H_l^{*}(\omega_k)\, b(\Omega/\beta + t_0 - t_l), \tag{15}$$

здесь $b(x) = a(t_k, x)F(\beta x)$.

Из формулы (15) следует, что на выходе анализатора регистрируются сигналы, соответствующие модам распространения при зондировании квазимонохроматическом импульсом с комплексной огибающей $b(\Omega/\beta)$. Таким образом, форма их при пренебрежении дисперсионными искажениями определяется только видом окна $w(t)$ анализатора спектра и коэффициентом передачи фильтра нижних частот. Положение центра l-го сигнала на оси Ω определяется из условия $y_0 = \tau_l$ и соответствует частоте

$$\Omega_l = \beta\,(\tau_l - t_0). \tag{16}$$

Выражение (16) устанавливает связь между задержкой регистрируемого сигнала мода l и переменной анализатора Ω, а также позволяет привести интересуемый интервал групповых задержек сигналов к рабочему диапазону анализатора соответствующим выбором t_0. Кроме того, проведенный анализ показывает, что максимумы регистрируемого спектра связаны с групповыми задержками в канале не при всех значениях Ω и не при всех задержках, а при выполнении условий $2\pi F_w < \beta(\tau_l - t_0) < 2\pi F_f$, где F_w – ширина полосы окна стробирования, а F_f – полоса пропускания фильтра нижних частот.

Индекс k в формуле (13) определяет текущую частоту ω_k, на которой рассчитываются характеристики ЛЧМ-сигнала мода l. Отличие от импульсного зондирования состоит в том, что за время анализа отдельной k-й выборки ω_k меняется на величину рабочего диапазона анализатора спектра $\Delta\Omega$. Значение $\Delta\Omega$ обычно пренебрежимо мало по сравнению с величиной ω_k. Поэтому можно считать, что для всех l характеристики сигналов относятся к частоте $\omega_k = \omega_0 + \beta t_k$. При необходимости можно для каждого мода с задержкой τ_l определить его несущую частоту по формулам (16) и (13). Изменение k от 1 до N соответствует пробегу частоты ЛЧМ-сигнала по всему диапазону зондирования.

Таким образом, $S_k(\Omega)$ представляет зависимость уровня сигнала от задержки τ_l и несущей частоты ω_k. Результатом работы при рассматриваемом методе зондирования является регистрация модуля $S_k(\Omega)$. Зависимость $S_k(\Omega)$ (от τ_l) в момент времени t_k представляет собой амплитудный рельеф сигнала на текущей частоте ω_k.

В заключение сделаем несколько выводов.

1) Результат обработки отдельной временной выборки принятого сигнала формально похож на зондирование канала узкополосным импульсным сигналом, характеристики которого определяются временным окном, выделяющим выборки. Групповые задержки эффективного импульсного сигнала b определяют максимумы в регистрируемом спектре.

2) Предложенная методика описания обработки позволяет проводить моделирование амплитудного рельефа и фазовой структуры регистрируемого спектра при зондировании реальной среды широкополосным ЛЧМ-сигналом методом сжатия по частоте.

3) При необходимости рассмотренная методика позволяет учесть дисперсионные искажения в канале, в частности возникающие из-за дисперсии поглощения, которые также приводят к искажениям формы сигнала [3].

1. Козельский А.П., Мазанников А.А. и. др. // Акустический журнал. 1993. Т. 39. Вып. 5. С. 854–858.
2. Филипп Н.Д., Блаунштейн Н.Ш., Ерухимов Л.Д. и др. Современные методы исследования динамических процессов в ионосфере. Кишинев: Штиинца, 1991.
3. Ильин Н.В., Орлов И.И. // Оптика атмосферы и океана. 1994. **7**. N 11–12. С. 1585–1591.

Институт солнечно-земной физики СО РАН,
г. Иркутск

Поступила в редакцию
6 августа 1997 г.

N.V. Ilyin, I.I. Orlov. **To the Theory of Chirp-Sounding.**

Based on the theory of linear systems this paper seeks to make theoretical analysis of generalized scheme by the sounding method using a continuous signal with linear frequency modulation and pretreatment of the received signal by the frequency compression method. A dependence of the recorded spectral level on group delays and carrier frequency of received sounding signals is obtained. It is shown that the result of processing of an individual time sample is mathematically equivalent to sounding by complex narrowband pulsed signal, whose group delays determine maxima in recorded spectrum.