«Оптика атмосферы», **4**, № 12 (1991)

УДК 621.378.326

В.А. Трофимов

ОБ ИНВАРИАНТНЫХ СООТНОШЕНИЯХ ТЕПЛОВОГО САМОВОЗДЕЙСТВИЯ ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Получены некоторые инварианты и инвариантные соотношения теплового самовоздействия световых пучков в движущейся среде и световых импульсов в неподвижной среде. Инварианты целесообразно использовать для контроля результатов численного моделирования теплового самовоздействия оптического излучения.

Инварианты нелинейного взаимодействия оптического излучения, как известно, имеют большое значение для его анализа, для контроля результатов, получаемых в численных экспериментах, и для построения разностных схем. При решении задач атмосферной оптики представляет интерес изучение закономерностей теплового самовоздействия световых пучков, которое на протяжении многих лет моделируется на ЭВМ (см., например, [1–5]). Для таких задач инвариантной является начальная мощность (либо энергия) оптического излучения. В случае стационарного теплового самовоздействия получены также другие не изменяющиеся в процессе взаимодействия величины [6], законы сохранения которых были обобщены для процессов взаимодействия встречных пучков [7]. В настоящем сообщении в отличие от указанных работ представлены новые интегральные инвариантные соотношения теплового самовоздействия световых пучков в движущейся среде и импульсов в неподвижной среде.

Процесс теплового самовоздействия оптического излучения в прозрачной регулярной среде в квазиоптическом приближении описывается следующей системой безразмерных уравнений:

$$\frac{\partial A}{\partial z} + i\Delta_\perp A + i\alpha TA = 0,\ \ LT = |A|^2 , \tag{1}$$

где A — нормированная на пиковое значение комплексная амплитуда пучка; z — измеряемая в единицах дифракционной длины продольная координата ($t_д = 2\kappa a^2$); κ — волновое число; a — начальный радиус пучка; $\Delta_\perp = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ — поперечный оператор Лапласа; x, y — поперечные координаты, нормированные на a; α — отношение начальной мощности пучка к характерной мощности теплового самовоздействия; T — нормированное изменение температуры среды; L — линейный оператор, вид которого зависит от соотношения параметров среды и пучка

$$L = \frac{\partial}{\partial x}\ ,\ L = \frac{\partial}{\partial t} - \chi\Delta_\perp\ ,\ L = \frac{\partial}{\partial t} \tag{2}$$

соответственно для случая стационарного распространения оптического излучения в движущейся среде, нестационарного самовоздействия с учетом диффузии тепла и без нее. В (2) t — нормированное время; χ — характеризует диффузию тепла из области, занятой пучком.

Систему уравнений (2) необходимо дополнить начальными и граничными условиями для A и T, которые имеют вид

$$A = A_0(x,\ y,\ t),\ A\big|_{x=0,\ L_x} = A\big|_{y=0,\ L_y} = 0,\ A\big|_{t=0} = 0\ ; \tag{3}$$

для комплексной амплитуды пучка и для температуры

$$T_{x=0} = 0,\ T_{x=0,\ L_x} = T\big|_{y=0,\ L_y} = T\big|_{t=0} = 0,\ T\big|_{t=0} = 0 \tag{4}$$

соответственно операторам (2). В случае стационарного самовоздействия комплексная амплитуда не зависит от времени и последнее условие в (3) опускается. В (3, 4) L_x, L_y — границы рассматриваемой области по координатам x, y.

Для простоты рассмотрим сначала стационарное распространение щелевого пучка в движущейся среде (координаты (x, z)). Домножим квазиоптическое уравнение на TA^*, а сопряженное к нему уравнение на TA и проинтегрируем по поперечной координате. В результате получим

$$\int\limits_0^{L_x} T\,\frac{\partial|A|2}{\partial z}\,\mathrm{d}x + 2\int\limits_0^{L_x} |A|^2\,\mathrm{Im}\!\left(A^*\,\frac{\partial A}{\partial x}\right)\mathrm{d}x = 0\ . \tag{5}$$

Далее, проинтегрировав уравнение для изменения температуры и взяв производную по z от его левой и правой части, с помощью уравнения квазиоптики нетрудно получить следующее соотношение:

$$\frac{\partial T}{\partial z} = 2\ \mathrm{Im}\left(A^* \frac{\partial A}{\partial x} \right) \tag{6}$$

или

$$T(z,\ x) = T(0,\ x) + 2\int_0^z \mathrm{Im}\left(A^* \frac{\partial A}{\partial x} \right) d\xi\ . \tag{7}$$

Тогда (5) можно переписать в виде

$$\int_0^{L_x} \left(T(0,\ x) + 2\ \mathrm{Im} \int_0^z A^* \frac{\partial A}{\partial x}\, d\eta \right) \frac{\partial |A|^2}{\partial z}\, dx + \int_0^{L_x} |A|^2 \frac{\partial}{\partial z} \left(T(0,\ x) + 2\ \mathrm{Im} \int_0^z A^* \frac{\partial A}{\partial x}\, d\eta \right) dx = 0. \tag{8}$$

Отсюда находим интегральное соотношение

$$I_1 = \int_0^{L_x} |A|^2 \left(T(0,\ x) + 2\ \mathrm{Im} \int_0^z A^* \frac{\partial A}{\partial x}\, d\eta \right) dx = \mathrm{const}, \tag{9}$$

которое эквивалентно также равенству

$$I_2 = T^2(z,\ L_x) = \mathrm{const}\ . \tag{10}$$

Замечу, что, используя (5), легко записать еще одно интегральное соотношение

$$I_3 = \int_0^{L_x} \left| \frac{\partial A}{\partial x} \right|^2 dx + 2\alpha \int_0^z \int_0^{L_x} |A|^2 \mathrm{Im} \left(A^* \frac{\partial A}{\partial x} \right) = dx d\eta = \mathrm{const}\ . \tag{11}$$

При анализе закономерностей распространения двумерного пучка (координат $(x,\ y,\ z)$) система (5—11) принимает иной вид. Так, вместо (5) получим

$$\int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \left\{ \mathrm{T} \frac{\partial |A|^2}{\partial z} + 2 \left(\frac{\partial T}{\partial x} \mathrm{Im} \left(A^* \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial T}{\partial y} \mathrm{Im} \left(A^* \frac{\partial A}{\partial y} \right) \right) \right\} dxdy = 0\ . \tag{12}$$

Тогда I_3 преобразуется к следующему выражению:

$$I_3 = \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \left\{ |\nabla_\perp A|^2 + 2\alpha \int_0^z \left(\frac{\partial T}{\partial x} \mathrm{Im} \left(A^* \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial T}{\partial y} \mathrm{Im} \left(A^* \frac{\partial A}{\partial y} \right) \right) d\eta \right\} dxdy\ ,\ \nabla_\perp = \left\{ \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} \right\}, \tag{13}$$

а для I_2 имеем более сложное, чем (10), соотношение

$$I_2 = \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} T\ |A|^2\, dxdy + 2 \int_0^z \int_0^{L_y} \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{x=L_x} \int_0^{L_x} \mathrm{Im} \left(A^* \frac{\partial A}{\partial x} \right) dx\, dy\, d\eta \tag{14}$$

Аналогичным образом преобразуется и I_1.

В случае нестационарного теплового самовоздействия (в (2) $L = \frac{\partial}{\partial t}$, либо $L = \frac{\partial}{\partial t} - \chi\Delta_\perp$) соотношение (13) также остается справедливым как для любого момента времени, так и в интегральном смысле. Однако другие интегральные инвариантные соотношения записать не удается.

В заключение отмечу, что для нелинейной симметричней схемы [8] были проведены численные эксперименты с целью исследования сохранения величины I_3 (см. (13)) в процессе распространения пучка в движущейся среде. В частности для $|\alpha| = 20$, $z = 0.5$, числа точек сетки по поперечным координатам $N_x = N_y = 32$ и по оси z $N_z = 10$, относительной точности итерационного процесса $\varepsilon = 0{,}01$ изменение I_3 не превышало 1% от первоначального значения при $z = 0$. Профиль пучка на входе в нелинейную дефокусирующую среду задавался в виде гауссовской функции

$$A_0(x, y) = \exp\left(- 2(x - L_x/2)^2 - 2(y - L_y/2)^2 \right), \qquad (15)$$

где $L_x = L_y = 8$. Результаты расчетов свидетельствуют о хорошем сохранении инвариантного соотношения (13) симметричной разностной схемой.

1. Зуев В.Е., Землянов А.А., Копытин Ю.Д. Нелинейная оптика атмосферы. Л.: Гидрометеоиздат, 1989. 256 с.
2. Распространение лазерного пучка в атмосфере /Под. ред. Д. Стробена. М.: Мир, 1981. 414 с.
3. Ахманов С.А. и др. //Изв. вузов. Сер. Радиофизика. 1980. Т. 23. № 1. С. 3.
4. Лукин В.П. Атмосферная адаптивная оптика. Новосибирск: Наука, 1986. 284 с.
5. Воробьев В.В. Тепловое самовоздействие лазерного излучения в атмосфере. Теория и модельный эксперимент. М.: Наука, 1987. 200 с.
6. Карамзин Ю.Н., Сухоруков А.П., Чернега П.И. Подобие и вопросы оптимального управления параметрами световых пучков. М., 1979. (Препринт / ИПМ им. М. В. Келдыша АН СССР, № 52).
7. Сухоруков А.П., Трофимов В.А. //Изв. вузов. Сер. Радиофизика. 1983. Т. 26. № 1. С. 12.
8. Карамзин Ю.Н., Сухоруков А.П., Трофимов В.А. Математическое моделирование в нелинейной оптике. М.: Изд-во Московского ун-та, 1989. 154 с.

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

Поступила в редакцию
16 апреля 1991 г.

V.A. Trofimov. **Invariant Relationships for Describing Thermal Blooming of the Optical Radiation.**

Some invariants and invariant relationships are derived in this paper for describing thermal blooming of both light beams propagating through moving media and light pulses propagating through stationary media. These invariants and invariant relationships can be useful when checking the results of numerical simulations on the optical radiation thermal blooming.