«Оптика атмосферы», **4**, № 12 (1991)

УДК 621.378.3

С.С. Чесноков

ГРАДИЕНТНЫЙ МЕТОД В ЗАДАЧЕ МИНИМИЗАЦИИ УГЛОВОЙ РАСХОДИМОСТИ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ

Предлагается алгоритм оптимизации распространения световых пучков в нелинейной среде по критерию угловой расходимости в дальней зоне. Получена система уравнений относительно двух вспомогательных функций, позволяющая построить итерационную процедуру поиска оптимальной фазы методом условного градиента. Эффективность алгоритма продемонстрирована на примере задачи о компенсации стационарной ветровой рефракции.

В реальных условиях распространение световых пучков в атмосфере сопровождается самыми разнообразными эффектами, связанными с нелинейной рефракцией, флуктуациями оптических параметров и т. п. Эти эффекты вызывают амплитудно-фазовые искажения пучка на трассе и, как следствие, дополнительную угловую расходимость пучка, которая, вообще говоря, не аддитивна дифракционной. Для ряда задач атмосферной оптики представляет интерес исследование возможностей уменьшения угловой расходимости пучка в дальней зоне путем управления его фазовым фронтом на передающей апертуре.

По-видимому, наиболее перспективным является определение начального фазового профиля пучка в процессе численного решения задачи оптимизации с использованием градиентных методов, которые в настоящее время хорошо развиты для максимизации плотности мощности излучения на объекте заданного радиуса [1, 2].

Задача оптимального управления состоит в том, чтобы определить такие параметры системы, которые обеспечивают требуемые условия взаимодействия излучения с веществом. При постановке задачи управления параметрами светового пучка необходимо вначале сформулировать критерий качества (целевую функцию), который определяет цель управления.

Минимизацию угловой расходимости в дальней зоне можно обеспечить путем максимизации на достаточно удаленной мишени относительной доли световой мощности, сконцентрированной в заданном телесном угле. Последнее условие удобно сформулировать как максимизацию спектрального критерия

$$J_\Omega = \int \tilde{\rho}(\mathbf{k}) \left| \tilde{A}(\mathbf{k}) \right|^2_{z=z_0} d^2\mathbf{k} \tag{1}$$

где $\mathbf{k} = \{k_x, k_y\}$, k_x, k_y — проекции волнового вектора в плоскости, перпендикулярной направлению распространения пучка; $\tilde{A}(\mathbf{k})\Big|_{z=z_0}$ — спектр комплексной амплитуды электрического поля волны на объекте ($z = z_0$); $\rho(\mathbf{k})$ — функция, задающая телесный угол, в котором концентрируется энергия излучения.

Распространение квазистационарного светового излучения в движущейся слабопоглощающей среде описывается системой уравнений, которую приведем в безразмерном виде

$$2i\frac{\partial A}{\partial z} = \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} + R_V T A, \tag{2}$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = AA^*. \tag{3}$$

На входе в нелинейную среду ($z = 0$) задано «начальное» условие

$$A(x, y, 0) = A_0(x, y)\ \exp\ [iU(x, y)]. \tag{4}$$

Найдем приращение ΔJ_Ω функционала (1), обусловленное вариацией начального фазового профиля ΔU излученной волны:

$$\Delta J_\Omega = \int \tilde{\rho}(\mathbf{k})\, \Delta \left| \tilde{A}(\mathbf{k}) \right|^2_{z=z_0} d^2\mathbf{k} = 2\mathrm{Re} \int \tilde{\rho}(\mathbf{k}) \left[\tilde{A}^*(\mathbf{k})\, \Delta\tilde{A}(\mathbf{k}) \right] \Big|_{z=z_0} d^2\mathbf{k}. \tag{5}$$

Переходя от спектров к оригиналам, преобразуем ΔJ_Ω к виду

$$\Delta J_\Omega = (1/\sqrt{2\pi})^3\, 2\mathrm{Re} \int (\psi \Delta A)\,|_{z=0}\, d^2\mathbf{r} + J_1, \tag{6}$$

где

$$J_1 = (1/\sqrt{2\pi})^3\, 2\mathrm{Re} \int_0^{z_0} dz \int \left[\Delta A\, \frac{\partial \psi}{\partial z} + \psi\, \frac{\partial A}{\partial z}\right] d^2\mathbf{r},$$

$\mathbf{r} = \{x, y\}$, $\psi(\mathbf{r}, z)$ — некоторая вспомогательная функция. Выберем ψ так, чтобы обратить в нуль слагаемое J_1 в выражении (6). В [3] показано, что $J_1 = 0$, если $\psi(\mathbf{r}, z)$ и вторая вспомогательная функция $G(\mathbf{r}, z)$ удовлетворяют сопряженной системе уравнений

$$-2i\, \frac{\partial \psi}{\partial z} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + R_V T \psi + 2iR_V A^* G, \tag{7}$$

$$-\frac{\partial G}{\partial x} = \mathrm{Im}\,(A\psi). \tag{8}$$

В случае максимизации спектрального критерия (1) граничные условия для функций ψ и G будут иметь вид

$$\psi(\mathbf{r},\ z_0) = \int \rho(\mathbf{r}' - \mathbf{r})\, A^*(\mathbf{r}')\,|_{z=z_0}\, d^2\mathbf{r}',\quad G(\mathbf{r},\ z_0) = 0. \tag{9}$$

Таким образом, приращение функционала ΔJ_Ω выражается через вариацию поля на излучающей апертуре $\Delta A(\mathbf{r}, 0)$ следующим образом:

$$\Delta J_\Omega = (1/\sqrt{2\pi})^3\, 2\mathrm{Re} \int (\psi \Delta A)\,|_{z=0}\, d^2\mathbf{r}. \tag{10}$$

Выражение (10) используется для определения градиента функционала J_Ω. Как показано в [3], в случае управления фазовым фронтом пучке при фиксированном амплитудном профиле, $(n+1)$-е приближение для фазы связано с n-м приближением посредством итерационной процедуры:

$$U_{n+1}(\mathbf{r}) = U_n(\mathbf{r}) - \alpha[U_n(\mathbf{r}) + \arg\psi_n(\mathbf{r}, 0)],$$

где $0 < \alpha < 1$ — длина градиентного шага.

Непосредственная реализация граничного условия (9) требует больших вычислительных затрат. Вместе с тем нетрудно показать, что это условие может быть приведено к виду

$$\psi(\mathbf{r}) = 1/\sqrt{2\pi} \int \rho(\mathbf{k})\, A^*(\mathbf{k}) \exp(i\mathbf{kr})\, d^2\mathbf{k}, \tag{11}$$

что позволяет использовать для его реализации алгоритм быстрого преобразования Фурье.

Приведем некоторые результаты численного моделирования по спектральному критерию. Расчеты проводились для пучков гауссовского амплитудного профиля, распространяющегося на трассе длиной $z_0 = 0{,}5$. Параметр нелинейности R_v был выбран равным $R_v = -15$, для функции $\rho(\mathbf{k})$, описывающей область концентрации энергии в спектральном пространстве, использовалось выражение

$$\rho(\mathbf{k}) = \exp(-k^2/s^2), \tag{12}$$

где s — параметр, варьируемый в численном эксперименте.

Расчеты показали, что эффективность алгоритма оптимизации в сильной степени зависит от величины параметра s, причем доля энергии, сфокусированной в заданный телесный угол, и пиковая интенсивность на объекте меняются в итерационном процессе по-разному. Путем варьирования s удается повысить величину критерия J_Ω на 10—15%, а пиковую интенсивность на объекте — на 20—30%. Начальное приближение для фазы пучка и величина градиентного шага α влияют на сходимость итерационного процесса незначительно.

1. Воронцов М.А., Чесноков С.С. //Изв. вузов. Радиофизика. 1979. Т. 22. № 11. С. 1318—1323.
2. Воронцов М.А., Чесноков С.С. //Изв. вузов. Радиофизика. 1982. Т. 25. № 11. С. 1310—1318.
3. Васильев Ф.П., Воронцов М.А., Литвинова О.А. //ЖВМ и МФ. 1979. Т. 19. № 4. С. 1053—1058.

Московский госуниверситет им. М.В. Ломоносова

Поступила в редакцию
2 октября 1991 г.

S. S. Chesnokov. **Minimization of Light Beam Angular Divergence Using the Gradient Method.**

Optimization algorithm of light beam propagation through a nonlinear medium using far zone angular divergence criterion is proposed. Equation system relative to the auxiliary functions is derived to receive the iteration procedure of optimal phase search using the conditional gradient method. Efficiency of the algorithm is demonstrated using the solution of the problem on the stationary wind refraction compensation as an example.