УДК 551.52, 551.46

М.Ю. Катаев, А.А. Мицель

НОВЫЙ ПОДХОД К РЕШЕНИЮ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ТЕРМИЧЕСКОГО ЗОНДИРОВАНИЯ АТМОСФЕРЫ СО СПУТНИКОВ

Рассмотрен новый подход к решению обратной задачи термического зондирования атмосферы, основанный на применении функции Грина к регуляризованному интегродифференциальному уравнению Тихонова. Предложенный подход проверен на решении замкнутой численной модельной задачи в сравнении с классическим методом Тихонова. Отмечено, что подход позволяет повысить устойчивость регуляризованного решения. Обработаны реальные данные, полученные прибором HIRS/2 (спутник NOAA).

Постановка обратной задачи

Основным соотношением, позволяющим связать измеряемую величину (интенсивность уходящего излучения (УИ)) с распределением температуры в атмосфере, является уравнение переноса излучения. Выражение для УИ на верхней границе атмосферы (будем считать, что на пути от верхней границы атмосферы до спутника ослабление и трасформация излучения не происходят) можно представить в следующем виде [1–14]:

$$I_{\nu}(\mu) = \delta_{\nu} B_{\nu}(T(h_0)) P(h_0, H, \mu) + \int_{h_0}^{H} B_{\nu}(T(z)) \frac{dP_{\nu}(z, H, \mu)}{dz} dz +$$

$$+(1-\delta_{v})I_{v}^{\downarrow},$$
 (1)

где v — центр канала; $\delta_{\rm v}$ — излучательная способность поверхности (для АЧТ $\delta_{\rm v}=1$); $\mu=1/\cos(\phi)$, ϕ — угол, отсчитываемый от надира; P — пропускание атмосферы слоя (z-H) в направлении ϕ ; $B_{\rm v}$ — функция Планка на данной частоте канала при температуре T; h_0 — нижняя высота (уровень Земли $h_0=0$ или облака); H — высота верхней границы атмосферы (в нашей задаче мы полагаем, что H=100 км); $I_{\rm v}^{\dagger}$ — интенсивность излучения, отраженного от поверхности Земли.

Функция Планка для частоты ν и температуры T определяется выражением

$$B_{\nu}(T) = 1,1910659 \cdot 10^{-5} \text{ v}^3 / [\exp(1,438833 \text{ v}/T) - 1], (2)$$

где V — волновое число, см⁻¹.

Пропускание атмосферного слоя от уровня z до уровня H есть выражение

$$P(z,H,\mu) = \exp\left(-\int_{z}^{H} dz' \sum_{j=1}^{M} K_{j}(v,T(z')) \rho_{j}(z') Q(z',\mu)\right). (3)$$

Здесь K_j — коэффициент поглощения, определяемый поглощением атмосферными газами с концентрации-

ей ρ_j и континуальным поглощением H_2O ; Q — функция трассы, учитывающая кривизну Земли при угловых измерениях,

$$Q(z',\mu) = \frac{\mu(R+z')}{\sqrt{(R+z')^2\mu^2 - (R+H_c)^2(\mu^2-1)}}, H_c \le z' \le 0,$$

 H_c – высота спутника над Землей.

Атмосферное поглощение определяется поглощением таких газов, как H_2O , CO_2 , O_3 и др. Спектры пропускания указанных газов приведены на рис. 1 и 2.

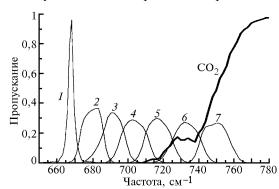


Рис. 1. Спектральные каналы радиометров HIRS/2 и спектр пропускания CO₂ для метеомодели – лето средних широт

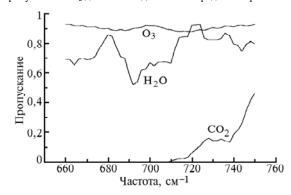


Рис. 2. Спектр пропускания атмосферы для метеомодели — лето средних широт в области спектральных каналов I-7 радиометра HIRS/2

Каждый спектральный канал прибора HIRS имеет свою спектральную аппаратную функцию A(v), поэтому измеряемой величиной в общем случае является

$$J_{\nu}(\mu) = \int_{0}^{\infty} A(\nu - \nu') I_{\nu}(\mu) d\nu.$$
 (4)

Для определения профиля температуры атмосферы наиболее подходящими каналами HIRS/2 являются каналы I-7 (14,95 – 13,34 мкм), совпадающие с 15-мкм полосой CO_2 . На рис. 3 и 4 приведены спектральная зависимость УИ, мВт/(м²-стер-см¹), I-7-го каналов и высотная зависимость ядра интегрального уравнения (1). При решении задачи термического зондирования углекислый газ принято считать равномерно перемешанным газом с известной концентрацией.

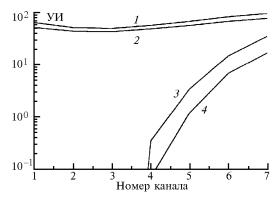


Рис. 3. Спектр уходящего излучения системы «подстилающая поверхность + атмосфера» для метеомоделей лета (I) и зимы (2) средних широт в сравнении с уходящим излучением Земли для лета (3) и зимы (4)

В уравнении (1) полагают $\delta_v = 1$, т.е. подстилающую поверхность считают АЧТ. В этом приближении третье слагаемое исчезает. Приближение $\delta_v = 1$ выполняется с высокой точностью для водной поверхности. Для суши это приближение нарушается, т.е. $\delta_v < 1$. Кроме того, спектральная зависимость излучательной способности δ_v для разных типов подстилающей поверхности различна. Все это значительно усложняет решение обратной задачи термического зондирования (ЗТЗ) над сушей. Фактически требуется решение отдельной задачи определения температуры подстилающей поверхности и излучательной способности δ_v . В данной статье эта задача не решалась. Поэтому в дальнейшем мы полагаем $\delta_v = 1$.

Таким образом, исходным уравнением для восстановления профиля температуры безоблачной атмосферы будет

$$I_{\nu}(\mu) = B_{\nu}(T(h_0))P(h_0, H, \mu) + \int_{h_0}^{H} B_{\nu}(T(z)) \frac{dP_{\nu}(z, H, \mu)}{dz} dz . (5)$$

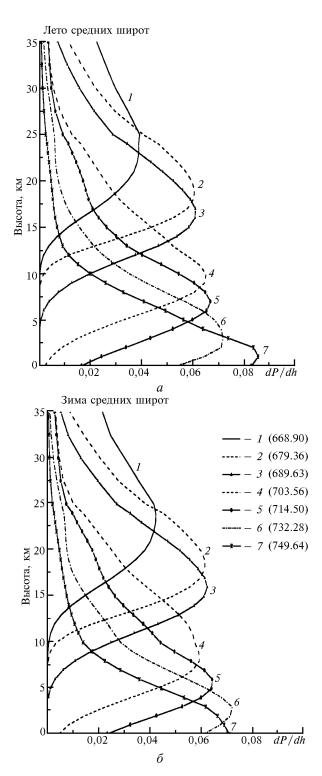


Рис. 4. Весовые функции радиометра HIRS/2 для спектральных каналов $I\!-\!7$ и двух метеомоделей

Уравнение (5) сводится к интегральному уравнению Фредгольма первого рода

$$\int_{-\infty}^{b} K(v, s) y(s) ds = f(v), \qquad (6)$$

где

$$f(v) = I_v(\mu) - B_v(T(h_0))P(h_0, H, \mu) \; ; \; h_0 = a = 0 \; ; b = H \; ;$$

$$K(v, s) = \frac{d}{ds} P(s, H, \mu) \; ; \; \; y(s) = B_v(T(s)) \; .$$

Опишем проблемы, возникающие при решении 3Т3.

- 1. Учет внеинтегральных членов (1), которые отвечают за излучение подстилающей поверхности (ПП) (на рис. 3 приведено сравнение уходящего излучения системы «ПП+атмосфера» (1,2) и уходящего излучения ПП (3,4)), включая отраженное от Земли тепловое излучение.
- 2. Определение и учет наличия и типа облачности в поле зрения прибора. Необходимость этого обусловлена тем, что в присутствии облаков первый и третий члены в уравнении (1) будут уже определяться не излучением земли, а излучением облаков. А в этом случае необходимо знать высоту облака, его тип, излучательную способность и др.
- 3. Неадекватность оптической модели атмосферы реальной ситуации во время измерений. Ядро интегрального уравнения рассчитывается для некоторой модельной ситуации в атмосфере. Мы условно можем проводить некоторые уточнения ядра, связанные, например, с сезоном года, учитывая таким образом статистическую информацию о вариациях соответствующих параметров в данное время года. Конечно, учесть реальную ситуацию относительно стольких многих параметров, определяющих оптическую модель, не представляется возможным. Единственным здесь предположением, которое подтверждается во многих случаях [3], считается пространственно-временная стабильность содержания СО₂.

Заметим, что задача термического зондирования является некорректной задачей. Число обусловленности матрицы системы линейных алгебраических уравнений, к которой сводится интегральное уравнение, равно $\approx 10^{10}$. Столь большая величина говорит о том, что задача является плохо обусловленной, т.е. чрезвычайно чувствительной к малейшим погрешностям в правой части и ядре уравнения.

Решение уравнения (6) ввиду существенной некорректности проводится обычно методом регуляризации Тихонова. Поэтому рассмотрим кратко метод решения Тихонова и предлагаемый нами новый подход, основанный на применении функции Грина.

Метод регуляризации Тихонова

Рассмотрим метод регуляризации Тихонова применительно к интегральному уравнению Фредгольма первого рода [15]:

$$Ay = \int_{a}^{b} K(x, s) y(s) ds = f(x), \quad c \le x \le d$$
 (7)

(предполагается, что ядро уравнения (7) K(x, s) является вещественной и непрерывной функцией на прямоугольнике $\{a \le s \le b, c \le x \le d\}$).

Уравнение Эйлера для экстремальной задачи

$$\Phi_{\alpha}[y_{\alpha}, f] = \inf_{y \in Y}[y, f] ,$$

где

$$\Phi_{\alpha}[y_{\alpha_1}, f] = \rho(Ay, f) + \alpha \int_{a}^{b} \left[y^2(s) + q(s) \left(\frac{dy(s)}{ds} \right)^2 \right] ds,$$

имеет следующий вид:

$$\alpha[y_{\alpha}(t) - qy_{\alpha}''(t)] + \int_{a}^{b} R(t,s)y_{\alpha}(t)ds = F(t) ; a \le t \le b , \quad (8)$$

гле

$$R(t,s) = R(s, t) = \int_{c}^{d} K(x, t) K(x, s) dx;$$

$$F(t) = \int_{c}^{d} K(x, t) f(x) dx.$$

Таким образом, вместо некорректного уравнения первого рода (7) надо уже решать уравнение (8).

Основной проблемой в методе тихоновской регуляризации является выбор соответствующего параметра регуляризации, при котором получается наиболее оптимальное решение.

Самым простым способом вычисления параметра регуляризации является метод подбора (или перебора), когда сначала вычисляются невязки вида

$$\delta = \left(\int_{a}^{b} \{Ay_{a} - f\}^{2} dx\right)^{1/2} = \rho_{f}(Ay_{f}f)$$
 (9)

для монотонно убывающей последовательности параметров регуляризации $\alpha_1 > \alpha_2 > ... > \alpha_n$ (например, $\alpha_1 = 10^0$, $\alpha_2 = 10^{-1}$, $\alpha_3 = 10^{-2}$,....). Тот параметр, при котором выполняется условие минимума невязки (9), и выбирается как наилучший результат.

Существует множество других критериев выбора параметра регуляризации, алгоритмы которых описаны в [16, 17].

Метод функции Грина

Интегродифференциальное уравнение (8) в численной реализации вызывает определенные трудности, так как необходимо проводить алгебраизацию второй производной. Существует несколько схем, основанных на конечных разностях, однако это может приводить к неустойчивости в решении. Для преодоления указанного недостатка воспользуемся методом Грина

и решим это уравнение. В результате вместо (8) для решения задачи термического зондирования получим следующее уравнение:

$$\int_{0}^{1} K_{1}(t,t') y(t') dt' + \alpha y(t) = f_{1}(t,\alpha,C_{1},C_{2}), \qquad (10)$$

где

$$K_{1}(t, t') = \int_{0}^{1} \widetilde{K}(t'', t) G(t'', t') dt'';$$
(11)

$$f_1(t, \alpha, C_1, C_2) = \int_0^1 \widetilde{f}(t'') G(t'', t) dt'' + \alpha y_0(t, C_1, C_2),$$
 (12)

$$\widetilde{K}(t,z) = (d-c) (b-a) \int_{0}^{1} K(x(t'), s(t)) K(x(t'), s(z)) dt';$$

$$\widetilde{f}(t) = (d - c) \int_{0}^{1} K(x(t'), s(t)) f(x(t')) dt';$$

$$x(t) = c + (d - c)t$$
; $s(z) = a + (b - a)z$;

G(x, y) – функция Грина:

$$G(x,z) = \begin{cases} \frac{1}{2(1-e^2)} (e^z - e^{2-z}) (e^x - e^{-x}), 0 \le x \le z, \\ \frac{1}{2(1-e^2)} (e^z - e^{-z}) (e^x - e^{2-x}), z \le x \le 1. \end{cases}$$
(13)

Функция y_0 – решение однородного уравнения

$$y_0(t, \alpha, C_1, C_2) = C_1 e^t + C_2 e^{-t}$$
. (14)

Константы C_1 и C_2 находятся из граничных условий:

a)
$$y\big|_{t=0} = A_0;$$
 $y\big|_{t=1} = A_1$ либо
б) $y'\big|_{t=0} = B_0;$ $y'\big|_{t=1} = B_1$.

Уравнение (10) является интегральным уравнением Фредгольма 2-го рода. Численное решение этого уравнения не представляет затруднений [17]. Приближенно граничные условия можно выбирать по метеомодели, соответствующей данному сезону.

Численный эксперимент

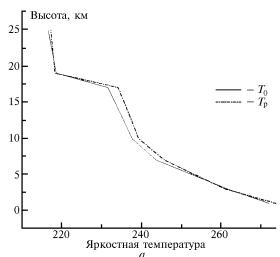
Существуют две схемы восстановления температуры атмосферы. Первая основана на разложении функции Планка в ряд по температуре относительно некоторого заданного (реперного) профиля. В этой схеме решением является отклонение температуры от реперного профиля. Во второй схеме неизвестной является сама функция Планка. По найденной функции Планка затем вычисляют температуру по формуле (2). Проведенные нами исследования, а

также результаты работ [1, 3, 4, 6–8] показывают, что вторая схема более предпочтительна.

Нами решалась модельная задача следующим образом. Сначала рассчитывалось «измеряемое» УИ $I_{\nu}(\mu)$ по выражению (5) и затем искажалось случайными числами $\varepsilon(\nu)$ для имитации шума измерений:

$$\int_{a}^{b} K(v,s) y(s) ds - f(v) = \varepsilon(v).$$

Далее решалась обратная задача с использованием нового подхода для нескольких типичных для реального эксперимента ошибок (0,5-3%).



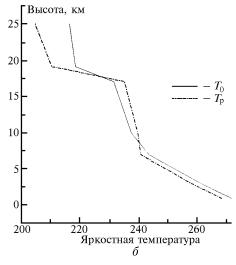


Рис. 5. Восстановленные профили температуры из решения модельной задачи: a — восстановленный профиль температуры $T_{\rm p}$ в сравнении с модельным профилем T_0 (лето средних широт) — при погрешности 0,5%; δ — восстановленный профиль температуры $T_{\rm p}$ в сравнении с модельным профилем T_0 при погрешности 3%

На рис. 5 приведены восстановленные профили температуры из решения модельной задачи. На рис. 5, a приведен восстановленный профиль температуры $T_{\rm p}$ в сравнении с модельным профилем $T_{\rm 0}$ (лето средних широт) при погрешности 0,5%, на

рис. 5, δ — восстановленный профиль температуры $T_{\rm p}$ в сравнении с модельным профилем T_0 (лето средних широт) при погрешности 3%.

Анализ рис. 5 показывает, насколько неустойчива реальная модельная задача к погрешностям эксперимента. Уровень ошибки 0,5% уже приводит к искажениям восстанавливаемого профиля температуры ($\Delta_T = 2$ K), а уровень погрешности 3% приводит к существенному искажению профиля температуры (максимальная погрешность Δ_T достигает 13 K). Из литературных источников известно, что уровень погрешности измерения УИ не превышает 1%. Результаты моделирования показывают, что если максимально учтены физические неопределенности в задаче (внеинтегральные члены), то при данном уровне погрешности измерений можно рассчитывать на приемлемую точность восстановления профиля температуры.

Рассмотрим, к чему могут привести погрешности определения излучения суши.

На рис. 6 приведен пример восстановления профилей температуры при различных уровнях ошибок в определении температуры ПП. Видно, что занижение температуры ПП не приводит к значительным погрешностям, а ошибка в большую сторону может существенно изменить восстановленный профиль относительно точного. Однако этот результат не гарантирует полученную тенденцию (различная погрешность при отклонении температуры подстилающей поверхности в большую или в меньшую сторону). Поэтому в качестве погрешности следует принять максимальную погрешность.

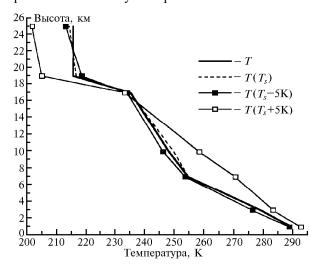


Рис. 6. Профили температуры, восстановленные при различных величинах отклонения значения температуры подстилающей поверхности (среднее значение 295 K)

Влияние погрешности ядра интегрального уравнения, обусловленной систематическими ошибками спектроскопических данных, на точность восстановления профиля температуры иллюстрируется на рис. 7. Видно, что погрешность восстановления профиля температуры не превосходит 1° (на высоте

7,5 км). И только на уровне поверхности земли она достигает 2° .

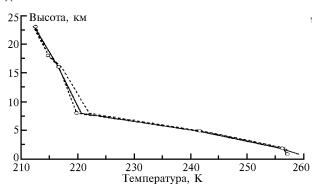


Рис. 7. Пример влияния спектроскопических погрешностей на восстановление профиля температуры в численном эксперименте: сплошная линия — точный профиль; пунктирная с кружочками линия — восстановленный профиль с искаженным на 5% ядром при точной правой части; пунктирная линия — восстановленный профиль при точном ядре и возмущенной равной части (0,5%)

Обработка реальных данных

Далее рассмотрим решение обратной задачи термического зондирования для реальных данных, полученных 1.06.98 в ИОА на станции СКАНЭКС. На рис. 8 приведено значение измеренных потоков УИ в надир для семи каналов 15-мкм полосы CO_2 и для нескольких линий при пролете спутника в направлении с севера на юг (измерения в районе г. Томска).

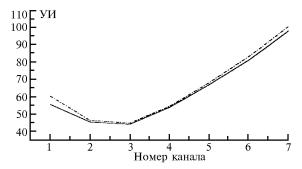


Рис. 8. Значения измеренных потоков УИ для нескольких линий сканирования при направлении движения спутника с севера на юг.

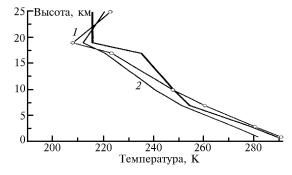


Рис. 9. Восстановленные профили температур для нескольких линий сканирования (1,2) в районе г. Томска в сравнении с модельным профилем температуры (лето средних широт)

Излучение суши моделировалось и удалялось по модельным данным. Из рис. 9 видно, что восстановленные значения температуры по крайней мере не противоречат здравому смыслу и согласуются с модельными представлениями о термическом состоянии атмосферы. Для более конкретных выводов необходимо сравнение с данными радиологического зондирования температуры.

Выводы

- 1. Для численного решения регуляризованного по Тихонову интегродифференциального уравнения следует предварительно преобразовать его с помощью функции Грина. Эта процедура позволяет значительно повысить устойчивость регуляризованного решения.
- 2. Точность восстановления профиля температуры зависит от погрешности правой части. При погрешности измерения интенсивности УИ до 0,5% точность восстановления температурного профиля составляет 2°, что сравнимо с ранее полученными другими авторами результатами по решению обратной задачи термического зондирования.
- 3. Погрешности спектроскопических данных оказывают влияние на точность восстановления профиля температуры только при условии, если они дают систематический сдвиг ядра интегрального уравнения. Ошибка определения температуры достигает 2° при 5%-м сдвиге исходных спектроскопических данных.
- 4. Сильное влияние на точность восстановления температуры оказывает внеинтегральный член, отвечающий за вклад излучения подстилающей поверхности. Вариации ТПП в пределах 5° приводят

к погрешности определения температуры атмосферы на отдельных высотах до 10°.

- 1. Кондратьев К.Я., Тимофеев Ю.М. Термическое зондирование атмосферы со спутников. Л.: Гидрометеоиздат, 1970. 410 с.
- Матвеев Л.Т. Основы общей метеорологии. Физика атмосферы. Л.: Гидрометеоиздат, 1965. 445 с.
- 3. Кондратьев К.Я., Тимофеев Ю.М. Метеорологическое зондирование атмосферы из космоса. Л.: Гидрометеоиздат, 1978. 280 с.
- Wark D.Q., Fleming H.E. Indirect measurements of atmospheric temperature profiles from satellite. I. Introduction // Monthly Weather Rev. 1966. V. 94. N 6.
- House F.B., Florance E.T. Meteorological inferences from radiance measurements/ final report contract NO CNB-1137. Bedford. Sept. 1968.
- Chanine M.T. Determination of the temperature profile in an atmosphere from its outgoing radiation // J. Opt. Soc. Amer. 1968.
 V. 58. N 12.
- 7. Козлов В.П. О восстановлении высотного профиля температуры по спектру уходящей радиации // ФАО. 1966. Т. 2. N 2. C. 137–148.
- 8. *Малкевич М.С.* Оптические исследования атмосферы со спутников. М.: Наука, 1973. 305 с.
- Кондратьев К.Я., Григорьев А.А. и др. // Оптическая индикация малых газовых и аэрозольных компонент атмосферы. Л.: ЛГУ, 1974. 108 с.
- Гласко В.Б., Тимофеев Ю.М. Использование метода регуляризации для решения задачи термического зондирования атмосферы // Известия вузов. Сер. ФАО. 1968. Т. 4. N 3. C. 303–310.
- 11. Wark D.Q., Fleming H.E. Indirect Measurements of atmospheric temperature profiles from satellites: I. Introduction // Monthly Weather Rev. 1966. V. 94. N 6. P. 351–362.
- 12. Wang J.Y., Goulard R. Numerical solutions in remote sensing // Appl. Opt. 1975. V. 14. N 4. P. 862–871.
- 13. *Chahine M.T.* Remote sounding of cloudy atmospheres. I. The single cloud layer // J. Atmos. Sci. 1974. V. 31. N 1. P. 233–243.
- 14. Chanine M.T. Remote sounding of cloudy parameters // J. Atmos. Sci. 1982. V. 39. N 1. P. 159–170.
- 15. *Тихонов А.Н., Арсенин В.Я.* Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1979.
- 16. Тихонов А.Н., Гончарский А.В. и др. Численные методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1990. 232 с.
- 17. *Верлань А.Ф., Сизиков В.С.* Интегральные уравнения: Методы, алгоритмы и программы. Киев: Наукова думка, 1986. 545 с.

Институт оптики атмосферы СО РАН, Томск

Поступила в редакцию 10 июля 1998 г.

 $\it M.Yu.~Kataev,~A.A.~Mitsel.~$ New Approach to Solution of Inverse Problem of Thermal Sounding of the Atmosphere from Satellites.

New approach to solution of inverse problem of thermal sounding of the atmosphere based on application of Green function to integro-differential equation from the Tikhonov regularization method is treated in the paper. The proposed approach is tested in the solution of closed model problem in comparison with the Tikhonov classic method. It is noted that this approach allows one to increase a stability of the regularized solution. The realistic data obtained by HIRS/2 device (NOAA satellite) have been processed.