

А.С. Медовиков, Н.Е. Кондратьева, Т.В. Скоробогатова

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРТИКАЛЬНОЙ РЕФРАКЦИИ ПРИ ИЗМЕРЕНИИ ЗЕНИТНЫХ РАССТОЯНИЙ

Предлагается метод определения угловой рефракции при измерении зенитных расстояний, основанный на статистической взаимосвязи углов рефракции и решении уравнений, связывающих углы рефракции, методом регуляризации А.Н. Тихонова. Показано, что изменения зенитных расстояний в начальной и конечной точках горизонтальных трасс статистически связаны жесткой корреляционной связью. Применение метода регуляризации для решения уравнений рефракции позволяет определять углы вертикальной рефракции в период их монотонных изменений с точностью не более 1–2 с дуги.

Угловое положение объектов при наблюдении через атмосферу искажено влиянием вертикальной рефракции. Поэтому для эффективной работы средств оптической локации для обнаружения и опознавания объектов, удаленных на большие расстояния от приемных систем, необходимы точные и оперативные методы определения и исключения рефракции [1].

В настоящее время можно выделить три основных направления в методах определения рефракции: расчетное, инструментальное и методическое. Обзор работ по указанным направлениям дан в [1, 2, 3]. В ряде задач геодезии, геодинамики, дальнометрии, лазерного зондирования и практической астрономии измеряются зенитные расстояния до объектов, находящихся вблизи земной поверхности. При этом учет рефракции может быть произведен различными методами. Однако расчетные и методические способы учета рефракции имеют низкую точность, а инструментальные — сложны в технической реализации и подвержены сильному влиянию турбулентности атмосферы. Ниже предлагается новый метод определения угловой рефракции при измерении зенитных расстояний, основанный на статистической взаимосвязи углов рефракции [4] и решении уравнений, связывающих углы рефракции, методом регуляризации А.Н. Тихонова [5].

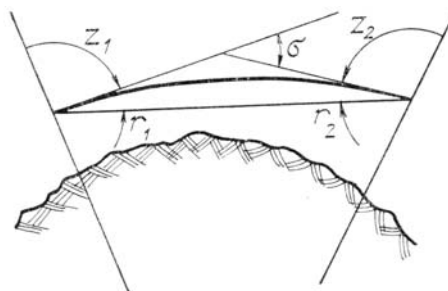


Рис. 1. Схема распространения оптического луча в атмосфере

Траекторию светового луча в атмосфере на горизонтальных трассах характеризуют тремя углами рефракции: σ — угол полной рефракции в начальной точке траектории, r_2 — угол рефракции в конечной точке траектории (см. рис. 1). Угол полной рефракции можно определить из измерений зенитных расстояний z_1 и z_2 , тогда

$$\sigma = \pi - z_1 - z_2 + L/R, \quad (1)$$

где L — длина трассы; R — радиус Земли. При этом предполагается, что уклонение отвесных линий в точках 1 и 2 мало по сравнению с точностью измерения зенитных расстояний. Из геометрии траектории светового луча в атмосфере следует точная связь между углами рефракции

$$r_1 + r_2 = \sigma. \quad (2)$$

Экспериментально установлено, что практически при всех зенитных расстояниях существует жесткая корреляционная связь между величиной угла рефракции и приземным значением индекса преломления воздуха [8, с. 22, 23]. Известно также, что для пунктов наблюдений, находящихся на расстояниях в сотни километров, приземные значения индекса преломления хорошо коррелированы. Например, среднечасовые значения индексов преломления в пунктах, разнесенных на 200 км, имеют коэффициент корреляции 0,87 при усреднении за сутки. При усреднении за месяц коэффициент кор-

реляции равен 0,95 для пунктов, разнесенных на 400 км [9, с. 111]. Таким образом, из существования корреляционных связей между изменениями индексов преломления воздуха в пространственно разнесенных пунктах наблюдений и корреляционных связей между индексами преломления и углами рефракции следует возможность существования корреляционных связей и между соответствующими углами рефракции.

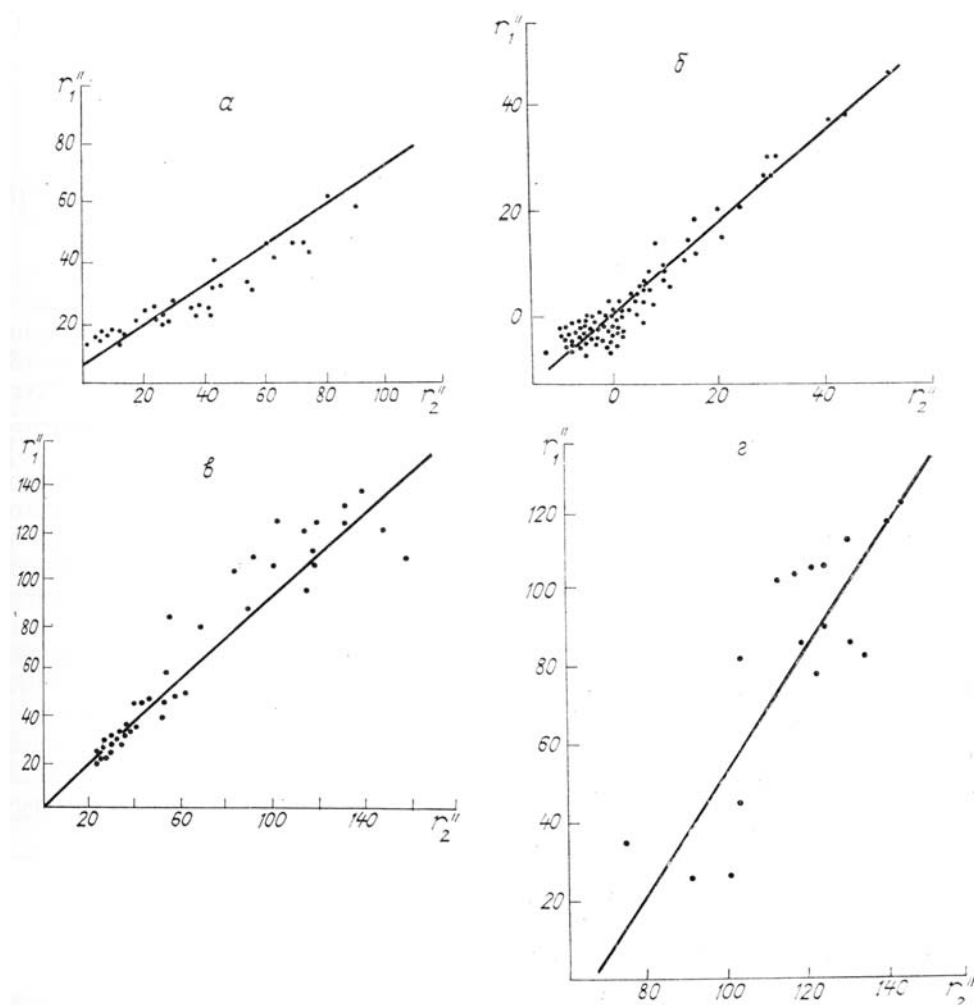


Рис. 2. Сопоставление углов рефракции r_1'' и r_2'' : (а) $L = 11,9$ км; $\rho = 0,968$; (б) $L = 16,9$ км; $\rho = 0,889$; (в) $L = 2,0$ км; $\rho = 0,993$; (г) $L = 44,4$ км; $\rho = 0,871$

Заметим, что возможны ситуации, когда сложная метеорологическая обстановка приводит к нарушению корреляционных связей между углами рефракции, однако анализ экспериментальных данных показывает, что в подавляющем большинстве случаев корреляционные связи существуют, так как высокоточные угловые измерения, как правило, выполняют в устойчивых атмосферных условиях.

Сопоставление измеренных значений r_1 и r_2 (рис. 2, а, б, в, г) для различных длин трасс (от 44 до 1 км) при разных метеорологических условиях свидетельствует, что между r_1 и r_2 существуют также и неоднозначные статистические связи, которые можно представить в виде уравнений регрессии

$$r_1 = K_1 r_2 + b_1; \quad (3)$$

$$r_2 = K_2 r_1 + b_2. \quad (4)$$

Коэффициенты связи K_1 и K_2 можно найти путем стандартной корреляционной обработки массивов измерений z_1 и z_2

$$K_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (z_{1i} - \bar{z}_1) (z_{2i} - \bar{z}_2)}{\sum_{i=1}^n (z_{2i} - \bar{z}_2)^2}; \quad (5)$$

$$K_2 = \frac{\sum_{i=1}^n (z_{1i} - \bar{z}_1)(z_{2i} - \bar{z}_2)}{\sum_{i=1}^n (z_{1i} - \bar{z}_1)^2}, \quad (6)$$

где $i = \overline{1, n}$; n – число измерений (объем статистических массивов).

Уравнения регрессии (3) и (4) не являются линейно-зависимыми, поскольку $K_1 K_2 \neq 1$. В противном случае, если $K_1 K_2 = 1$, уравнения (3) и (4) должны выражать функциональную связь, а не статистическую. В то же время произведение $K_1 K_2$ близко к единице, поэтому система уравнений (3) и (4) плохо обусловлена, т. е. определитель системы уравнений близок к нулю. Поэтому решение такой системы уравнений неустойчиво, что соответствует некорректно поставленной задаче [5]. Величины b_1 и b_2 невозможно определить из измерений z_1 и z_2 , следовательно, они являются неизвестными. Таким образом, имеется плохо обусловленная система трех уравнений с четырьмя неизвестными: r_1, r_2, b_1 и b_2 , которая является неопределенной поскольку имеет бесконечно много решений [5, 10]. Однако среди возможных решений существует единственное решение, при котором длина решения (т. е. сумма квадратов неизвестных) является минимальной. Такое решение системы уравнений называется нормальным. Метод решения подобных задач предложен А.Н. Тихоновым. При этом исходная неопределенная задача заменяется близкой к ней вспомогательной, содержащей некоторый положительный управляющий параметр α . Вспомогательная система оказывается однозначно разрешимой для любого выбора положительного параметра α .

Регуляризованная задача формулируется следующим образом: найти решение X_α , зависящее от α , при котором выражение

$$F\alpha(X) = (AX - B, AX - B) + \alpha(X, X), \quad (7)$$

где $\alpha > 0$, является минимальным, и отыскать процесс выбора параметров α такого, чтобы регуляризованное решение X_α было наиболее близким к нормальному решению X_n систем (2)–(4). В формуле (7): A – матрица системы исходных уравнений, X – вектор неизвестных, B – вектор свободных членов.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -K_1 & -1 & 0 \\ -K_2 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}; \quad X = [r_1, r_2, b_1, b_2]; \quad B = \begin{bmatrix} \sigma \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Необходимое условие минимума функции $F\alpha(X)$ приводит к следующей системе уравнений:

$$(A^T A + \alpha E) X = A^T B, \quad \alpha > 0, \quad (9)$$

где A^T – транспонированная матрица A ; E – единичная матрица. Доказано [10], что при каждом положительном α , $F\alpha(X)$ достигает своего минимума при единственно значении X_α , а предел $\lim_{\alpha \rightarrow 0} X_\alpha = X_n$, то есть даст нормальное решение исходной задачи. Решение поставленной задачи определения углов рефракции методом регуляции дает следующие выражения для углов рефракции:

$$r_1 = \sigma \frac{K_1^2 + K_1 + K_2 + 2}{K_1^2 + K_2^2 + 2(K_1 + K_2) + 4}; \quad (10)$$

$$r_2 = \sigma \frac{K_2^2 + K_1 + K_2 + 2}{K_1^2 + K_2^2 + 2(K_1 + K_2) + 4}. \quad (11)$$

Это решение относится к некоторым средним значениям измеренных зенитных расстояний и позволяет определить для них соответствующие углы рефракции.

Предложенный метод был проверен на результатах измерений зенитных расстояний, опубликованных в [6]. Для обработки выбирались по 11 пар z_1 и z_2 в периоды монотонных изменений зенитных расстояний во времени [7], то есть в утренние и вечерние часы наблюдений. Затем вычислялись коэффициенты связи по формулам (5) и (6) и определялись углы рефракции по формулам (10) и (11). Полученные углы рефракции прибавлялись к средним значениям соответствующих зенитных расстояний, что дает зенитные расстояния, свободные от влияния рефракции

$$z_1^0 = z_1 + r_1, \quad (12)$$

$$z_2^0 = z_2 + r_2. \quad (13)$$

Величины z_1^0 и z_2^0 позволяют получить углы рефракции на любой момент измерений данного массива, для чего достаточно взять разность z_1^0 и измеренное значение z_{1i} .

Полученные по формулам (12) и (13) зенитные расстояния сравнивались с истинными, за которые были приняты зенитные расстояния, полученные по результатам геометрического нивелирования [6]. Отличие зенитных расстояний, полученных с исключением рефракции предложенным методом, от истинных позволяет оценить точность метода. Основные результаты статистической обработки даны в таблице.

Длина линии, км	Коэффициенты корреляции z_1, z_2	K_1	K_2	r_1''	r_2''	$z_1^0 - z_{1i}^0$ _{ист}	$z_2^0 - z_{2i}^0$ _{ист}
16,9							
1 период	0,876	0,844	1,030	97,6	107,1	+0,9''	-0,8''
2 период	0,889	0,846	0,935	45,5	47,5	+0,6''	-0,7''
3 период	0,985	0,832	1,165	41,5	49,5	+1,9''	-1,9''
11,9	0,968	0,784	1,196	45,3	45,2	+0,6''	-0,6''
2,0	0,993	0,851	1,159	14,6	17,0	-1,6''	+1,5''
1,0	0,976	0,499	1,909	1,0	1,9	+0,3''	-0,3''

Анализ данных, представленных в таблице, приводит к следующим выводам. Изменения зенитных расстояний в начальной и конечной точках трассы в большинстве случаев связаны жесткой корреляционной связью. Применение метода регуляции для решения уравнений рефракции позволяет определить углы вертикальной рефракции в периоды их монотонных изменений с точностью не более 1–2 с дуги. Разработанный метод определения вертикальной рефракции требует сравнительно небольшого объема измерений (11–15).

В заключение отметим, что в настоящее время разработаны методы определения угла полной рефракции из одной точки трассы (на другой достаточно установить отражатель). При этом согласно (1) из измерений z_1 и σ можно получить z_2 и иметь необходимый состав информации для определения рефракции предложенным методом.

1. Алексеев А. В., Кабанов М. В., Куштин И. Ф. Оптическая рефракция в земной атмосфере (горизонтальные трассы). Новосибирск: Наука, 1982. — 160 с.
2. Алексеев А. В., Кабанов М. В., Куштин И. Ф. Оптическая рефракция в земной атмосфере (наклонные трассы). Новосибирск: Наука, 1983. — 230 с.
3. Прилепин М. Т., Голубев А. Н. Инструментальные методы геодезической рефрактометрии. Итоги науки и техники. Геодезия и аэросъемка. М.: ВИНТИ, 1979, т. 15. — 89 с.
4. Медовиков А. С., Виноградов В. В. — В сб.: Рефракция электромагнитных волн в земной атмосфере. Томск: ТФСО АН СССР, 1983, с. 79–80.
5. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. — М.: Наука, 1986. — 288 с.
6. Изотов А. А., Пеллинен Л. П. — Тр. ЦНИИГАиК, 1956, вып. 102.
7. А. с. 1257230 (СССР). Медовиков А. С., Виноградов В. В. Способ определения угловой рефракции. Опубл. в БИ, 1986, № 40.
8. Колосов М. А., Арманд Н. А., Яковлев О. И. Распространение радиоволн при космической связи. — М.: Связь, 1969. — 156 с.
9. Казаков Л. Я., Ломакин А. Н. Неоднородности коэффициента преломления воздуха в тропосфере. — М.: 1976. — 156 с.
10. Крутицкая Н. И., Шишкин А. А. Линейная алгебра в вопросах и задачах. — М.: Высшая школа, 1985. — 120 с.

Владимирский политехнический институт, г. Владимир

Поступила в редакцию 29 февраля 1988 г.

A.S. Medovikov, N.E. Kondratieva, T.V. Skorobogatova. **Calculation of Vertical Refraction from Zenithal Distance Measurements.**

Computational procedure for calculating the angular refraction from zenithal distance measurements based on the statistical refraction angle correlation and the solution of the refraction equations by the Tikhonov's regularization method is proposed.

The proposed technique allows the monotonically varying vertical refraction angles to be calculated with an accuracy as high as 1–2 s of arc.