

В.А. Банах, И.Н. Смалихо

РЕФРАКЦИЯ ЛАЗЕРНОГО ПУЧКА НА ПРИЗЕМНЫХ ТРАССАХ

Анализируется влияние термической стратификации воздуха на рефракцию лазерных пучков на горизонтальных трассах в приземном слое атмосферы. Показано, что при неустойчивой стратификации вследствие вертикальной фокусировки возможно распространение излучения под двумя углами. Начиная с определенного критического значения турбулентного потока тепла, дальнейшее усиление атмосферной неустойчивости приводит к тому, что высота луча в приемной плоскости при заданной длине горизонтальной трассы всегда будет превышать высоту приемника. Приведены оценки предельной длины горизонтальных трасс, обеспечивающих оптическую связь при неустойчивой стратификации, в зависимости от высоты трассы над подстилающей поверхностью и турбулентного потока тепла.

1. Введение

Исследование оптической рефракции в земной атмосфере является традиционным направлением атмосферной оптики, и многие принципиальные и интересные результаты в этой области нашли отражение и обобщение в целом ряде опубликованных монографий (см., например, [1–4]). Особо следует выделить работы [1, 5], где впервые для оценки оптической рефракции на приземных трассах привлекается теория подобия Монина–Обухова и дается объяснение некоторых оптических явлений, наблюдаемых в атмосфере.

В то же время непосредственного анализа рефракции лазерных пучков, распространяющихся в приземном слое атмосферы, и исследования особенностей этого явления для узких пучков света в зависимости от термической стратификации воздуха не проводилось.

2. Формулировка задачи

При распространении лазерного пучка в атмосфере происходит его боковое смещение вследствие рефракции на неоднородностях показателя преломления воздуха. Уравнение для вектора «центра тяжести» распределения интенсивности лазерного пучка $\rho_c(x) = \{z_c, y_c\}$ в плоскости наблюдения $\rho = \{z', y'\}$, на расстоянии x от источника, характеризующего «уход» пучка от заданного направления распространения, имеет вид [6]

$$\frac{d^2 \rho_c(x)}{dx^2} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} d^2 \rho I(x, \rho) \nabla_{\rho} n(x, \rho)}{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} d^2 \rho I(x, \rho)}, \tag{1}$$

где $I(x, \rho)$ – распределение интенсивности лазерного пучка; $\nabla_{\rho} = \{d/dz, d/dy\}$; n – показатель преломления воздуха. Граничное условие в (1) задается соотноше-

нием $\rho_c(0) = \{0, 0\}$ и $d\rho_c(0)/dx = \{\alpha, 0\}$, где α – угол (в радианах), под которым направлен пучок, по отношению к оси x .

Основной вклад в смещение пучка вносит регулярное изменение показателя преломления по вертикальной координате z' . Поэтому в (1) турбулентными флуктуациями показателя преломления и смещением пучка по горизонтали будем пренебрегать. Далее учтем, что характерные масштабы изменения вертикального градиента средней величины показателя преломления значительно больше размеров лазерного пучка, и положим в (1) $dn(x, z')/dz' \approx dn(x, z_c)/dz_c$. Анализ рефракции пучка проведем для случая ровной подстилающей поверхности в предположении однородности показателя преломления на сфере, так что $n(x, z_c) = n(z(x, z_c))$, где z – высота. Для рассматриваемых здесь горизонтальных трасс, когда источник и приемник находятся на одной и той же высоте h_s , $z(x, z_c) = [(R_3 + h_s)^2 - x(L - x) + z_c^2 + z_c \sqrt{4(R_3 + h_s)^2 - L^2}]^{1/2} - R_3$, где R_3 – радиус Земли; L – длина трассы. В результате уравнение (1) принимает вид

$$\frac{d^2 z_c}{dx^2} = m \frac{dn(z(x, z_c))}{dz}, \tag{2}$$

где $m = dz(x, z_c)/dz_c$. С учетом условий $R_3 \gg h_s$ и $R_3 \gg L$ в (2) можно положить $z(x, z_c) = h_s - x(L - x)/(2R_3) + z_c$ и $m = 1$. Будем находить такие значения угла α , при которых луч приходил бы в точку приема, т.е. $z_c(L) = 0$.

3. Вертикальный градиент показателя преломления

Для сухого воздуха показатель преломления света при нормальных атмосферных условиях определяется формулой [4]

$$n(z) = 1 + \nu \rho(z), \tag{3}$$

где $\nu = 10^{-6} \cdot 222 (1 + 0,0075/\lambda^2) \approx 2,22 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{кг}$; ρ – плотность воздуха, $\text{кг}/\text{м}^3$. Из основного уравнения статики атмосферы: $dP/dz = -\rho g$, где P – давле-

ние; g – ускорение свободного падения, и уравнения состояния сухого воздуха: $P = R_c \rho T$, где T – абсолютная температура; $R_c = 287 \text{ м}^2/(\text{с}^2 \cdot \text{град})$ – газовая постоянная, можно получить формулу для высотного профиля плотности в виде

$$\rho(z) = \rho_0 \frac{T_0}{T(z)} \exp \left\{ -\gamma_A \int_{z_0}^z \frac{dz'}{T(z')} \right\}, \quad (4)$$

где ρ_0 и T_0 – плотность и абсолютная температура на высоте z_0 ; $\gamma_A = g/R_c = 3,42 \cdot 10^{-2}$ град/м – градиент температуры в однородной атмосфере ($\rho = \text{const}$, $d\rho/dz = 0$). Тогда для вертикального градиента плотности воздуха $d\rho(z)/dz$ находим

$$\frac{d\rho(z)}{dz} = \frac{\rho_0 T_0}{T^2(z)} [\gamma(z) - \gamma_A] \exp \left\{ -\gamma_A \int_{z_0}^z \frac{dz'}{T(z')} \right\}, \quad (5)$$

где $\gamma(z) = -\frac{dT(z)}{dz}$ – градиент температуры, который можно представить в виде [7]

$$\gamma(z) = \gamma_a - \frac{d\theta(z)}{dz}. \quad (6)$$

В (6) $\gamma_a = g/c_p = 0,98 \cdot 10^{-2}$ град/м – адиабатический градиент температуры; $c_p = 10^3$ Дж/(кг · град) – удельная теплоемкость; $\theta(z)$ – потенциальная температура.

Для приземного слоя атмосферы (до высот ~ 50 м) в (5) мы можем положить $T(z) \approx T_0$ и $\exp \left\{ -\gamma_A \int_{z_0}^z \frac{dz'}{T(z')} \right\} \approx 1$. Тогда из (1), (5) и (6) для вер-

тикального градиента показателя преломления в (2) имеем

$$\frac{dn(z)}{dz} = v \frac{\rho_0}{T_0} \left[\gamma_a - \gamma_A - \frac{d\theta(z)}{dz} \right]. \quad (7)$$

Согласно термодинамической теории приземного слоя атмосферы [8–10], для потенциальной температуры θ можно записать следующее уравнение:

$$\frac{d\theta(z)}{dz} = -\frac{1}{\kappa U_*} \frac{H}{c_p \rho_0 z} \Phi_\theta(\zeta), \quad (8)$$

где $\kappa \approx 0,4$ – постоянная Кармана; $U_* = \sqrt{-\langle w' u' \rangle}$ – скорость трения (угловые скобки означают статистическое усреднение); w' и u' – флуктуации, соответственно, вертикальной и продольной компонент скорости ветра; $H = c_p \rho_0 \langle w' \theta' \rangle$ – турбулентный поток тепла; θ' – флуктуации температуры; $\Phi_\theta(\zeta)$ – универсальная безразмерная функция температуры от безразмерного аргумента $\zeta = z/L_h$, $L_h = -U_*^3 / \left(\kappa \frac{g}{T_0} \frac{H}{c_p \rho_0} \right)$ – масштаб Монина–Обухова. В свою очередь, ско-

рость трения в (8) также может быть выражена через универсальную функцию $\Phi_U(\zeta)$ для скорости ветра

$$\frac{dU(z)}{dz} = \frac{U_*}{\kappa z} \Phi_U(\zeta). \quad (9)$$

Основываясь на известных экспериментальных данных [8–11], в качестве моделей универсальных функций $\Phi_U(\zeta)$ и $\Phi_\theta(\zeta)$ в дальнейшем будем использовать следующие зависимости:

$$\Phi_U(\zeta) = \begin{cases} 1 + 5\zeta, & \zeta \geq 0, \\ (1 - 15\zeta)^{-1/3}, & \zeta < 0 \end{cases} \quad (10)$$

и

$$\Phi_\theta(\zeta) = \begin{cases} 0,7 + 7,75\zeta, & 0,2 \leq \zeta, \\ 0,95 + 5,24\zeta + 6,3\zeta^2, & 0 \leq \zeta < 0,2, \\ 0,95 + 5,24\zeta + 16,36\zeta^2, & -0,1 \leq \zeta < 0, \\ 0,274(-\zeta)^{-1/3}, & \zeta < -0,1. \end{cases} \quad (11)$$

Из измерений скорости ветра и температуры на различных высотах приземного слоя можно, воспользовавшись (8) – (11), рассчитать скорость трения U_* и турбулентный поток тепла H (градиентный метод). Согласно известным экспериментальным данным [8–11], величина H изменяется от -40 до $+400$ Вт/м². Скорость трения U_* зависит от скорости геострофического ветра G , параметра шероховатости z_0 , параметра Кориолиса f и турбулентного потока тепла H . В [10] показано, что отношение U_*/G может изменяться от 0,01 до 0,1.

Знак и величина градиента потенциальной температуры определяют тип температурной стратификации, реализующейся в пограничном слое атмосферы. При $d\theta(z)/dz < 0$ имеет место неустойчивая температурная стратификация, при $d\theta(z)/dz = 0$ – нейтральная (безразличная) и при $d\theta(z)/dz > 0$ – устойчивая.

Следовательно, при нейтральной стратификации ($d\theta/dz = 0$) вертикальный градиент показателя преломления в приземном слое вообще не зависит от градиента потенциальной температуры и высоты над подстилающей поверхностью z и определяется разностью градиентов температуры адиабатического γ_a и в однородной атмосфере γ_A :

$$\frac{dn(z)}{dz} = v \frac{\rho_0}{T_0} (\gamma_a - \gamma_A). \quad (12)$$

Анализ (8) и (11) показывает, что при достаточно больших отрицательных значениях потока тепла H (устойчивая стратификация), когда $\zeta \geq 1$, градиент $d\theta(z)/dz$ не зависит от высоты z и для градиента показателя преломления имеем аналогичную (12) формулу

$$\frac{dn(z)}{dz} = v \frac{\rho_0}{T_0} (\gamma_a - \gamma_A - \gamma_B), \quad (13)$$

где

$$\gamma_B = \frac{7,75}{\kappa} \frac{g}{T_0} \frac{1}{U_*^2} \frac{H^2}{(c_p \rho_0)^2} \quad (14)$$

В случае неустойчивой стратификации ($H > 0$), при условии $\zeta < -0,1$, из (8) и (11) следует, что градиент потенциальной температуры определяется выражением

$$\frac{d\theta(z)}{dz} = -\frac{0,274}{\kappa^{7/3}} \left(\frac{T_0}{g} \right)^{1/3} \frac{H^{2/3}}{(c_p \rho_0)^{2/3}} \frac{1}{z^{4/3}} \quad (15)$$

и не зависит от скорости трения U_* . При этом с изменением высоты z над подстилающей поверхностью (величины $d\theta/dz$ (15)) градиент показателя преломления (7) может становиться как положительным, так и отрицательным в силу отрицательности $d\theta(z)/dz$. Полагая в (15) $T_0 = 288$ град, $\rho_0 = 1,225$ кг/м³, для градиента потенциальной температуры при $H = 40$ Вт/м² получаем $d\theta/dz = -0,29$ град/м на высоте 2 м и $d\theta/dz = -0,034$ град/м на высоте 10 м. При $H = 400$ Вт/м² на тех же высотах градиент $d\theta/dz$ принимает значения $d\theta/dz = -1,34$ град/м и $d\theta/dz = -0,158$ град/м.

Из формул (7), (12)–(15) следует, что основным атмосферным параметром, характеризующим динамику вертикального градиента показателя преломления, а следовательно, и диапазон углов регулярной рефракции в приземном слое атмосферы, является турбулентный поток тепла H . Скорость трения U_* оказывает существенное влияние на величину α лишь при устойчивой стратификации. В соответствии с экспериментальными данными [10] при устойчивой стратификации отношение $U_*/G \approx 0,02$. Так что для типичных значений скорости геострофического ветра $G = 10$ м/с величина $U_* = 0,2$ м/с. Именно это значение скорости трения использовалось нами для представленных здесь расчетов. Параметры $T_0 = 288$ град и $\rho_0 = 1,225$ кг/м³ задавались в соответствии со стандартной моделью атмосферы (ГОСТ 4401-64) [1].

4. Результаты расчетов рефракции

4.1. Нейтральная стратификация

Положив в (7) $d\theta(z)/dz = 0$ и подставив это выражение в (2), после интегрирования получаем

$$z_c(L) = -\frac{1}{2} \nu \frac{\rho_0}{T_0} (\gamma_A - \gamma_a) L^2 + \alpha L, \quad (16)$$

откуда угол рефракции определяется формулой

$$\alpha = \frac{1}{2} \nu \frac{\rho_0}{T_0} (\gamma_A - \gamma_a) L. \quad (17)$$

Из (17) следует, что при нейтральной температурной стратификации угол α положителен, не зависит от высоты (в пределах приземного слоя) и линейно растет с увеличением длины трассы L .

4.2. Устойчивая стратификация

Из (2), (13) следует, что в предельном случае значительной устойчивости температурной стратификации угол рефракции может оцениваться по асимптотической формуле

$$\alpha = \frac{1}{2} \nu \frac{\rho_0}{T_0} (\gamma_A - \gamma_a + \gamma_B) L. \quad (18)$$

В этих условиях он так же, как и при нейтральной стратификации, положителен, не зависит от высоты и линейно растет с L .

4.3. Неустойчивая стратификация

В случае сильной неустойчивости температурной стратификации при расчетах угла рефракции по формуле (2) может использоваться приближенное выражение (15) для градиента потенциальной температуры. Откуда следует, что при существенно неустойчивой стратификации угол рефракции α зависит от высоты z и может быть как положительным, так и отрицательным.

В общем случае уравнение (2) с правой частью, определяемой формулами (7), (8) и (11), рассчитывалось численно методом Рунге–Кутты. С помощью итерационной процедуры находился угол $\alpha = dz_c(0)/dx$, удовлетворяющий условию $z_c(L) = 0$.

На рис. 1 показаны результаты расчетов зависимости угла рефракции α (в угловых минутах) от турбулентного потока тепла H на трассе длиной $L = 10$ км при $h_s = 10$ м. Из рис. 1 следует, что при устойчивой стратификации ($H < 0$), когда $H = -20$ Вт/м², угол α на этой трассе может достигать значений $\sim 3'$. При неустойчивой стратификации ($H > 0$) уравнение (2) с $z_c(L) = 0$ имеет решение при двух различных углах рефракции α_1 и α_2 (α_1 – кривая 1 и α_2 – кривая 2). Анализ уравнения (2) при произвольных значениях $z_c(L)$ показал, что при $\alpha_2 < \alpha < \alpha_1$ координата луча $z_c(L) < 0$. В противном случае ($\alpha_2 > \alpha > \alpha_1$) $z_c(L) > 0$. С увеличением потока H различие в значениях α_1 и α_2 уменьшается, полностью исчезая при некотором $H = H_{кр}$. В данном случае $H_{кр} \approx 330$ Вт/м². Для потока $H > H_{кр}$ уравнение (2) при условии $z_c(L) = 0$ не имеет решения. Таким образом, $H_{кр}$ является критическим значением турбулентного потока тепла для данной трассы, начиная с которого дальнейшее увеличение потока H препятствует попаданию луча на приемник $z_c(L) = 0$ (высота луча в плоскости наблюдения всегда будет превышать h_s).

Наличие двух решений α_1 и α_2 уравнения (2) при $0 < H < H_{кр}$ связано с фокусирующим (по вертикали) воздействием среды на излучение. На практике, одна-

ко, эффект вертикальной фокусировки пучка, по-видимому, трудно заметить на фоне «размытия» пучка

в плоскости приема из-за турбулентных вариаций показателя преломления.

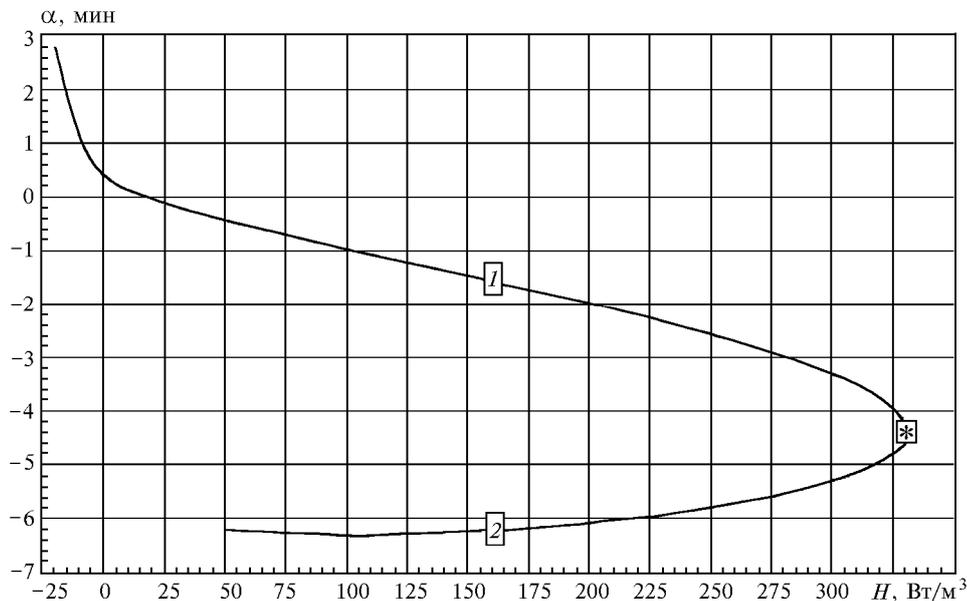


Рис. 1. Зависимость угла рефракции от турбулентного потока тепла при $h_s = 10$ м и $L = 10$ км

Рис. 2 иллюстрирует изменение высоты лучей вдоль трассы распространения при различных значениях турбулентного потока тепла H . Штриховая кривая – изменение высоты z без учета рефракции ($z_c(x) = 0$ при любых x). Кривые 2 и 2' рассчитаны при одном и том же значении $H = 200$ Вт/м². Видно, что если в первом случае на середине трассы луч опускается до высоты $z \approx 6,5$ м, то во втором – до $z \approx 2$ м.

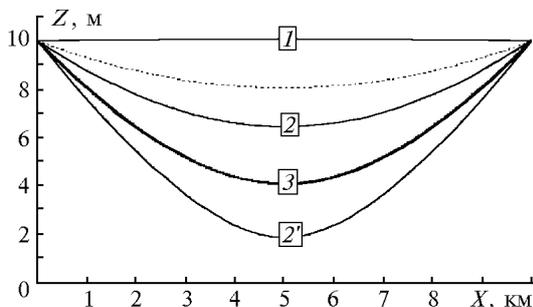


Рис. 2. Изменение высоты луча вдоль трассы распространения при $H = -20$ Вт/м² (1), $H = 200$ Вт/м² (2 и 2') и $H = H_{кр} = 330$ Вт/м² (3)

На рис. 3 показаны рассчитанные зависимости L_m от высоты h_s при $H = 40$ Вт/м² (кривая 1) и $H = 400$ Вт/м² (кривая 2). Длина трассы $L = L_m$ соответствует максимальному расстоянию при $H = H_{кр}$, на котором еще возможна устойчивая оптическая связь между источником и приемником на приземной горизонтальной трассе. Согласно данным этого рисунка, при сильно неустойчивой стратификации атмосферы ($H = 400$ Вт/м²) максимальное расстояние, на котором еще возможна связь между источником и приемником,

находящихся на высоте 2 м, $L_m \approx 1,7$ км, а на высоте 20 м – $L_m \approx 18$ км. Очевидно, что если бы рефракция отсутствовала ($dn/dz = 0$), то $L_m \approx L_g$, где $L_g = \sqrt{8R_3 h_s}$ – расстояние по прямой, связывающей точки источника и приемника, когда она касается в перигее поверхности Земли из-за сферичности последней.

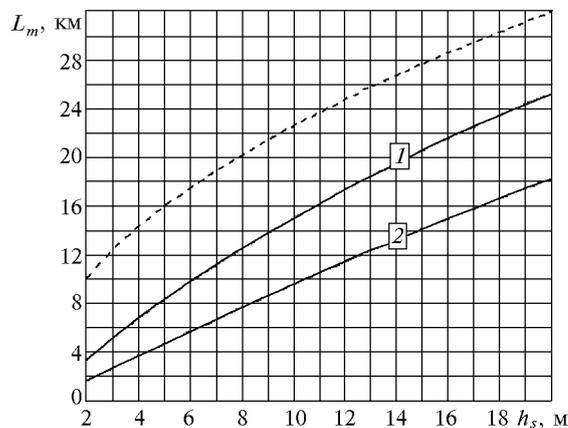


Рис. 3. Предельная длина трассы L_m в зависимости от высоты h_s при $H = 40$ Вт/м² (1) и 400 Вт/м² (2)

На рис. 3 зависимость L_g от h_s показана штриховой кривой. Видно, что при неустойчивой стратификации L_m может быть в несколько раз меньше L_g . При нейтральной и устойчивой стратификации траектория луча $z(x)$ проходит выше кривой $h_s - x(L - x)/(2R_3)$. Поэтому в этом случае ($H \leq 0$) оптическая связь возможна на больших, чем L_g , расстояниях.

Примеры оценок минимально возможных смещений энергетического центра тяжести пучка

вверх относительно приемника $\Delta h_m = \min\{z_c(L)\}$ при различных $H > H_{кр}$ приведены в таблице для трассы протяженностью $L = 5$ км и высоты $h_s = 3$ м. Величина $H_{кр}$ для такой трассы составляет $H_{кр} \approx 44$ Вт/м². Здесь же даны значения градиента температуры $\gamma = -dT/dz$ на высоте 3 м и оценки эффективного радиуса пучка $a_{эф}$ [6] в конце трассы при начальном радиусе 7 см и длине волны излучения $\lambda = 1,06$ мкм.

$H, \text{Вт/м}^2$	50	100	200	300	400
$\gamma, \text{град/м}$	0,206	0,321	0,503	0,655	0,792
$\Delta h_m, \text{м}$	0,23	1,52	3,26	4,55	5,59
$a_{эф}, \text{м}$	0,58	1,1	2,0	2,7	3,3

Из таблицы видно, что значения Δh_m при $H > H_{кр}$ соизмеримы и превышают эффективный радиус пучка в плоскости приема, что, конечно же, будет приводить к нарушению связи между источником и приемником, находящимися на одной высоте.

Приведенные выше результаты могут быть полезны при выборе геометрии оптической связи (высо-

та, длина трассы) в зависимости от состояния приземного слоя атмосферы.

1. Алексеев А.В., Кабанов М.В., Куштин И.Ф. Оптическая рефракция в земной атмосфере (горизонтальные трассы). Новосибирск: Наука, 1982. 159 с.
2. Виноградов В.В. Влияние атмосферы на геодезические измерения. М.: Недра, 1992. 253 с.
3. Учет атмосферных влияний на астрономо-геодезические измерения / А.Л. Островский, Б.М. Джуман, Ф.Д. Заблоцкий и др. М.: Недра, 1990.
4. Гурвич А.С., Соколовский С.В. Атмосферная рефракция при лимбовых наблюдениях // Труды ГОИ. 1989. Т.71. Вып. 205. С.18–49.
5. Голицын Г.С. // Изв. АН СССР. Сер. ФАО. 1982. Т. 18. № 5. С. 1282–1288.
6. Гурвич А.С., Кон А.И., Миронов В.Л., Хмелевцов С.С. Лазерное излучение в турбулентной атмосфере. М.: Наука. 1976. 227 с.
7. Матвеев Л.Т. Курс общей метеорологии. Л.: Гидрометеоздат, 1976. 639 с.
8. Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика. Ч. 2. М.: Наука, 1967. 720 с.
9. Ламли Дж., Пановский Г. Структура атмосферной турбулентности. М.: Мир, 1966. 264 с.
10. Зилитинкевич С.С. Динамика пограничного слоя атмосферы. Л.: Гидрометеоздат, 1970. 290 с.
11. Höglström U. // Boundary-Layer Meteorology. 1988. V. 42. P. 55–78.

Институт оптики атмосферы СО РАН,
Томск

Поступила в редакцию
12 марта 1998 г.

V.A. Banakh, I.N. Smalikho. Laser Beam Refraction in Ground Paths.

An influence of thermal stratification of the air on the refraction of laser beams in horizontal paths through the ground atmospheric layer is analyzed. It is shown that under condition of unstable stratification the radiation may propagate at two different angles due to the beam vertical focusing. Beginning with definite critical magnitude of the turbulent heat flow the further augmentation of the atmospheric instability results in steady elevation of the beam level in the receiving plane at the given length of the horizontal path over the receiver level. The estimates of the horizontal paths limiting length are presented which provide optical communication under unstable stratification depending on the path height over underlying surface and on the turbulent heat flow.