

**В.С. Комаров, Ю.Б. Попов**

## **ПРОСТРАНСТВЕННАЯ СТАТИСТИЧЕСКАЯ СТРУКТУРА МЕЗОМАСШТАБНЫХ ПОЛЕЙ ТЕМПЕРАТУРЫ И ВЕТРА**

Обсуждаются результаты статистического анализа пространственной структуры мезомасштабных полей температуры, зонального и меридионального ветра, проводимого по данным типичного мезометеорологического полигона для приземного слоя и тропосферных уровней.

Наряду с рассмотрением особенностей пространственных корреляционных функций температуры, зонального и меридионального ветра дается анализ результатов их аппроксимации до расстояния 560 км с помощью найденных аналитических выражений.

### **1. Введение**

Среди многочисленных проблем современной мезометеорологии, требующих своего скорейшего решения, одно из важнейших мест занимает проблема статистического анализа пространственной структуры мезометеорологических полей и, в первую очередь, анализа и аналитической аппроксимации эмпирических корреляционных функций, полученных до расстояния 300–500 км, т.е. для области, где велика роль мезомасштабных процессов. Это обусловлено тем, что данные о статистической мезоструктуре метеорологических полей и особенно сведения о пространственных корреляционных функциях необходимы для решения ряда прикладных задач, связанных, например:

– с объективным анализом мезометеорологических полей, основанным на использовании метода оптимальной интерполяции (экстраполяции) и получившим широкое распространение в численных схемах локального прогноза погоды и мезомасштабного прогнозирования эволюции и распространения атмосферных загрязнений [1–5];

– с рациональным размещением локальной сети аэрологических станций, данные измерений которых обычно применяются для экологического мониторинга ограниченного воздушного бассейна, имеющего горизонтальные размеры от десятков до сотен километров.

Здесь необходимо подчеркнуть, что в численных схемах оптимальной интерполяции (экстраполяции) полей метеорологических величин обычно используются не сами пространственные корреляционные функции, а результаты их аппроксимации различными аналитическими выражениями (см., например, [2, 6]).

Другой причиной, требующей скорейшего решения поставленной проблемы, является то, что до сих пор еще статистические исследования мезоструктуры метеорологических полей, в отличие от хорошо изученной крупномасштабной структуры этих полей [2, 7], не получили своего должного развития. Можно лишь указать на работы [8, 9], где рассматриваются пространственные корреляционные функции средней суточной температуры и скорости ветра, рассчитанные по данным наземных наблюдений.

Все это говорит о необходимости проведения специальных исследований по проблемам статистического анализа пространственной структуры мезометеорологических полей с целью получения надежной информации об ее особенностях в пределах ограниченных территорий, где велико влияние мезомасштабных процессов (т.е. процессов с характерным масштабом от десятков до сотен километров [10]), и достоверных сведений о пространственной корреляционной связи того или иного метеорологического параметра, а также для нахождения ответа на возникающий в последнем случае вопрос, как найденная связь выражается аналитически.

В настоящей статье и сделан такой анализ применительно к мезомасштабным полям температуры и ветра, поскольку эти метеорологические величины играют важную роль при оценке пространственного распространения атмосферных загрязняющих веществ в ограниченном воздушном бассейне (например, большого города, промышленного района или региона в целом), а также при решении специальных задач военной геофизики.

### **2. Некоторые методические вопросы и характеристики исходного материала**

Хорошо известно, что атмосфера является турбулентной средой и, следовательно, метеорологические поля весьма изменчивы в пространстве, а их вариации носят случайный характер. Поэтому для описания особенностей каждого из таких полей можно с успехом использовать статистический подход, который требует полного отказа от рассмотрения их индивидуальных свойств и базируется на изучении лишь общих закономерностей, типичных для всей совокупности возможных реализаций исследуемого поля.

Следует отметить, что из всего комплекса статистических характеристик, используемых при таком подходе, главное внимание в статье будет уделено изучению свойств пространственных корреляционных функций, что стимулируется необходимостью решения задачи численной экстраполяции мезометеорологических полей на неосвещенную данными наблюдений территорию (о методике и результатах

реализации подобной задачи идет речь в [11]). К тому же изучение подобных корреляционных функций заметно облегчено из-за сравнительной однородности мезометеорологических полей [2], в силу которой эти функции являются более репрезентативными, чем соответствующие характеристики, рассчитанные для крупномасштабных метеорологических полей.

Остановимся теперь коротко на некоторых методических аспектах определения пространственных корреляционных функций метеорологических величин (в нашем случае температуры, зональной и меридиональной составляющих вектора ветра).

Пусть  $\xi^j(\mathbf{r})$  есть  $j$ -я реализация случайного поля (здесь  $\mathbf{r}$  – радиус-вектор точки, а среди координат поля могут быть пространственные координаты и время), а всего таких реализаций  $N$ , тогда статистическая оценка нормированной корреляционной функции для любой пары точек  $\mathbf{r}_i$  и  $\mathbf{r}_k$ , являющейся простейшей характеристикой корреляционной связи метеорологической величины, может быть проведена с помощью выражения вида

$$\mu_{\xi}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_k) = \frac{1}{N} \frac{\sum_{j=1}^N [\xi^j(\mathbf{r}_i) - \bar{\xi}(\mathbf{r}_i)] [\xi^j(\mathbf{r}_k) - \bar{\xi}(\mathbf{r}_k)]}{\sigma_{\xi}(\mathbf{r}_i) \sigma_{\xi}(\mathbf{r}_k)}, \quad (1)$$

где  $\bar{\xi}(\mathbf{r}_i)$  и  $\bar{\xi}(\mathbf{r}_k)$  – среднее значение метеорологической величины  $\xi$  для  $i$ -й и  $k$ -й точек (в нашем случае станций);  $\sigma_{\xi}(\mathbf{r}_i)$  и  $\sigma_{\xi}(\mathbf{r}_k)$  – среднее квадратическое отклонение той же метеорологической величины для тех же точек.

Выражение (1) и было использовано нами для вычисления пространственных корреляционных функций температуры и составляющих вектора ветра. При этом расчет корреляционных функций для каждой пары станций мезометеорологического полигона проводился по тем срокам, по которым данные аэрологических наблюдений имелись на всех взятых станциях.

Вполне понятно, что такой подход заметно сократил объем исходной информации, однако, как показал ее анализ, общее число оставшихся синхронных (для всех станций) наблюдений  $N$  составляет для каждого сезона, т.е. зимы и лета, не менее 220. Поэтому подобное число наблюдений вполне достаточно (со статистической точки зрения) для получения достоверных оценок пространственных корреляционных функций, поскольку, согласно [2], для качественного расчета этих параметров необходимо иметь не менее 50–60 реализаций поля.

Что касается самой процедуры определения пространственных корреляционных функций  $\mu_{\xi}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_k)$  по формуле (1), то она реализована не только для тропосферных уровней, но и для уровней пограничного слоя атмосферы, для которого подобные функции до сих пор еще не рассчитывались.

Для аппроксимации полученных корреляционных функций, характеризующих корреляцию мезомасштабных полей температуры и ветра, и выбора

наилучших аналитических функций нами использованы аппроксимационные выражения следующих типов [2, 6, 12]:

$$\mu_{\xi}(\rho) = \exp(-\alpha\rho), \quad (2)$$

$$\mu_{\xi}(\rho) = \exp(-\alpha\rho^{\beta}), \quad (3)$$

$$\mu_{\xi}(\rho) = \{\exp(-\alpha\rho)\} \cos(\beta\rho), \quad (4)$$

$$\mu_{\xi}(\rho) = \{\exp(-\alpha\rho^{\beta})\} I_0(\beta\rho), \quad (5)$$

$$\mu_{\xi}(\rho) = 1 - (\rho/\rho_0), \quad (6)$$

$$\mu_{\xi}(\rho) = (1 - \alpha\rho) \exp(-\alpha\rho), \quad (7)$$

где  $\rho = |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k|$  – расстояние между точками (станциями) в тысячах километров,  $\rho_0 = 750$  км;  $\alpha$  и  $\beta$  – эмпирические коэффициенты;  $I_0(\beta\rho)$  – бесселева функция нулевого порядка.

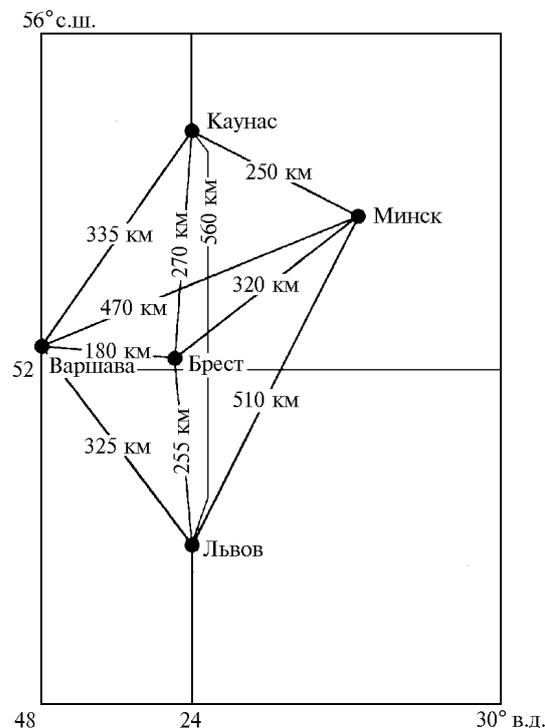


Рис. 1. Схема типичного мезометеорологического полигона, использованного для пространственной экстраполяции полей температуры и ветра

После выбора с помощью выражений (2)–(7) наилучших аппроксимаций пространственных корреляционных функций температуры, зонального и меридионального ветра полученные аналитические функции сравнивались с результатами аналогичных исследований, проведенных ранее [2, 6, 12] для макромасштабных полей тех же метеорологических величин.

В заключение остановимся коротко на характеристике исходного материала.

Для статистической оценки пространственных корреляционных функций температуры, зонального и меридионального ветра были использованы массивы многолетних (1971–1975 гг.) радиозондовых на-

блюдений пяти аэрологических станций: Варшава (52°11' с.ш., 20°58' в.д.), Каунас (54°53' с.ш., 23°53' в.д.), Брест (52°07' с.ш., 23°41' в.д.), Минск (53°11' с.ш., 27°32' в.д.) и Львов (49°48' с.ш., 23°57' в.д.), представляющих типичный мезометеорологический полигон (его схема приведена на рис. 1).

Все использованные данные характеризуют два сезона (зиму и лето) и слой атмосферы до высоты 8 км. При этом они приведены к системе геометрических высот, включающей такие уровни, как: 0 (уровень земли); 0,2; 0,4; 0,8; 1,2; 1,6; 2,0; 2,4; 3,0; 4,0; 5,0; 6,0 и 8,0 км. Процедура подобного приведения исходных данных к выбранной системе геометрических высот осуществлялась путем линейной интерполяции индивидуальных значений рассматриваемых метеорологических величин с уровней особых точек и основных изобарических поверхностей на указанные высоты.

### 3. Особенности пространственной мезоструктуры полей температуры и ветра в тропосфере

В данном разделе основное внимание уделено рассмотрению результатов статистического анализа пространственной мезоструктуры полей температуры и ветра, проведенного для типичного мезометеорологического полигона. При этом мы исходили из того, что:

– во-первых, проведенные ранее статистические исследования пространственной структуры метеорологических полей (см., например, [2, 7–9]) касались главным образом изучения горизонтальной корреляции этих полей на уровне 500 гПа, заметно реже в приземном слое и на других уровнях тропосферы (850, 700, 300 гПа) и совсем не затрагивали пограничный слой атмосферы;

– во-вторых, до настоящего времени практически не изучена пространственная мезомасштабная структура полей температуры, зонального и меридионального ветра.

Учитывая оба этих обстоятельства, нами и рассматриваются особенности пространственной мезоструктуры полей температуры и составляющих вектора ветра как в пограничном слое, так и в свободной атмосфере (до уровня 8 км), причем с большим разрешением по высоте.

На рис. 2–4 приводятся в качестве примера пространственные корреляционные функции температуры, зонального и меридионального ветра, полученные для шести стандартных высот: 0 (уровень земли); 0,8; 1,6; 3,0; 5,0 и 8,0 км, представляющих приземный и пограничный слой, а также свободную атмосферу.

Анализ этих рисунков, а также других полученных данных показывает, что:

– пространственная корреляция температуры, зонального и меридионального ветра на всех взятых высотах и независимо от сезона заметно затухает с увеличением расстояния между точками, однако она даже на наибольшем рассматриваемом расстоянии  $\rho = 560$  км остается положительной;

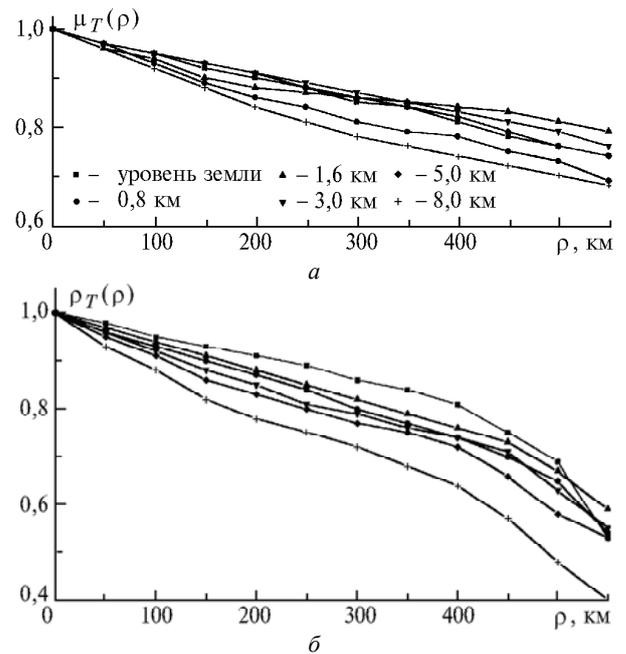


Рис. 2. Пространственные корреляционные функции температуры на разных высотах: а – зима, б – лето

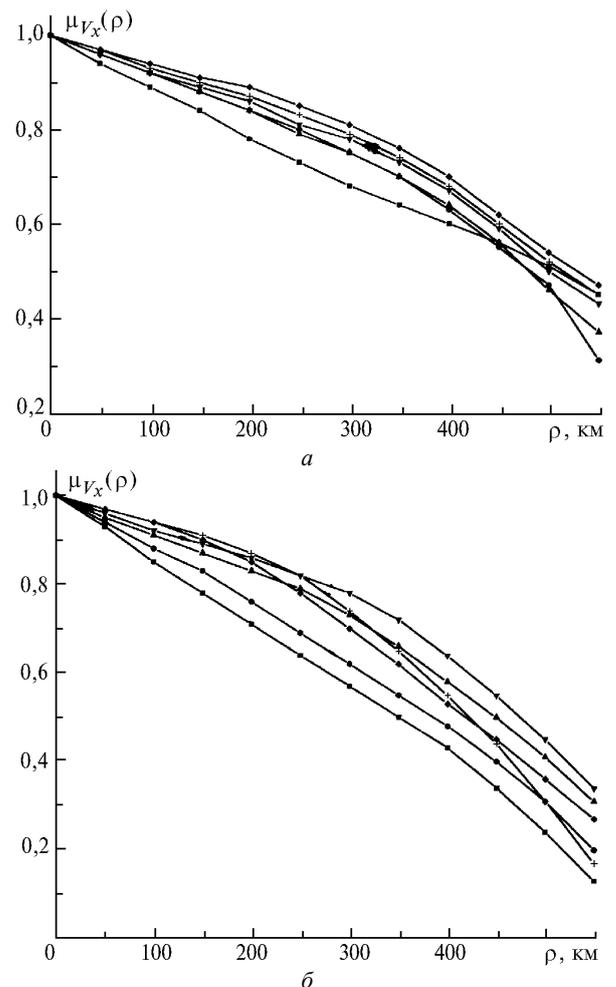


Рис. 3. Пространственные корреляционные функции зонального ветра на разных высотах. Условные обозначения см. рис. 2

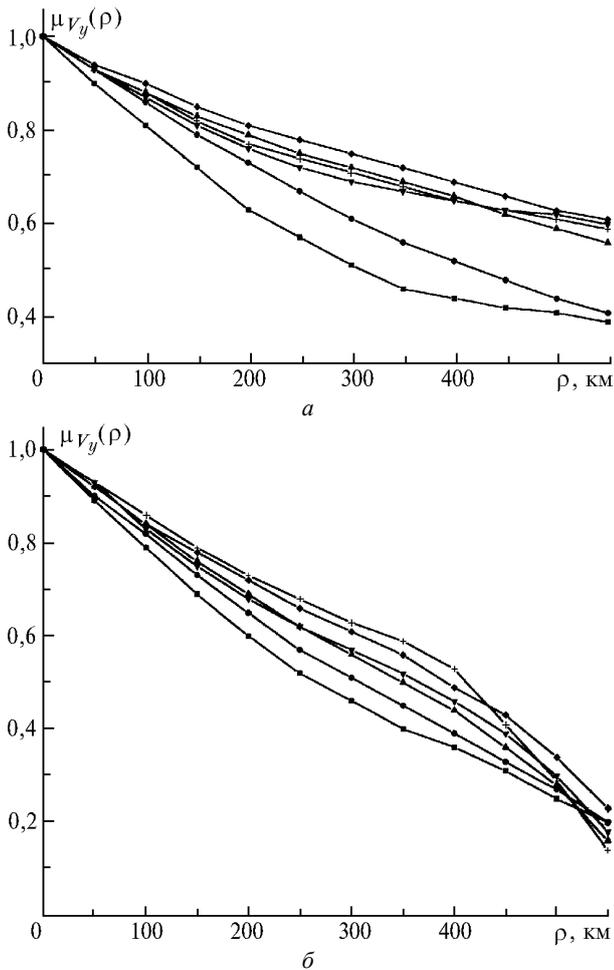


Рис. 4. Пространственные корреляционные функции меридионального ветра на разных высотах. Условные обозначения см. рис. 2

– наиболее быстрое затухание корреляции с расстоянием, причем независимо от взятого уровня, отмечается у меридионального ветра летом, когда значению корреляционной функции 0,6 соответствует величина  $\rho = 200\text{--}350$  км, а наиболее медленное затухание этой корреляции характерно для температуры, причем также летом (даже на наибольшем взятом расстоянии 560 км ее пространственная корреляционная функция  $\mu_T(\rho) > 0,6$ );

– пространственная корреляция приземного зонального и меридионального ветра независимо от сезона затухает с расстоянием значительно быстрее, чем корреляция тех же параметров в свободной атмосфере, однако для температуры такой зависимости не наблюдается;

– для пространственной корреляции исследуемых метеорологических величин характерен определенный годовой ход, причем для температуры, зонального и меридионального ветра более быстрое затухание корреляции с расстоянием отмечается в летние месяцы, исключая лишь корреляцию зонального ветра на уровнях, находящихся в пограничном слое атмосферы.

Таковы некоторые особенности поведения пространственной корреляции температуры, зонального

и меридионального ветра, которые были выявлены при статистическом анализе мезомасштабной структуры полей этих метеорологических величин.

В заключение остановимся на сопоставлении полученных нами корреляционных функций температуры, зонального и меридионального ветра с аналогичными функциями, построенными ранее авторами [13] (для температуры) и [14] (для составляющих вектора ветра) при исследовании пространственной макроструктуры соответствующих метеорологических полей. Рассмотрим рис. 5, на котором приведены в качестве примера пространственные корреляционные функции температуры, зонального и меридионального ветра для уровня 500 гПа ( $\sim 5,5$  км), рассчитанные по данным аэрологических станций, представляющих типичный мезометеорологический полигон, и построенные ранее авторами [13, 14].

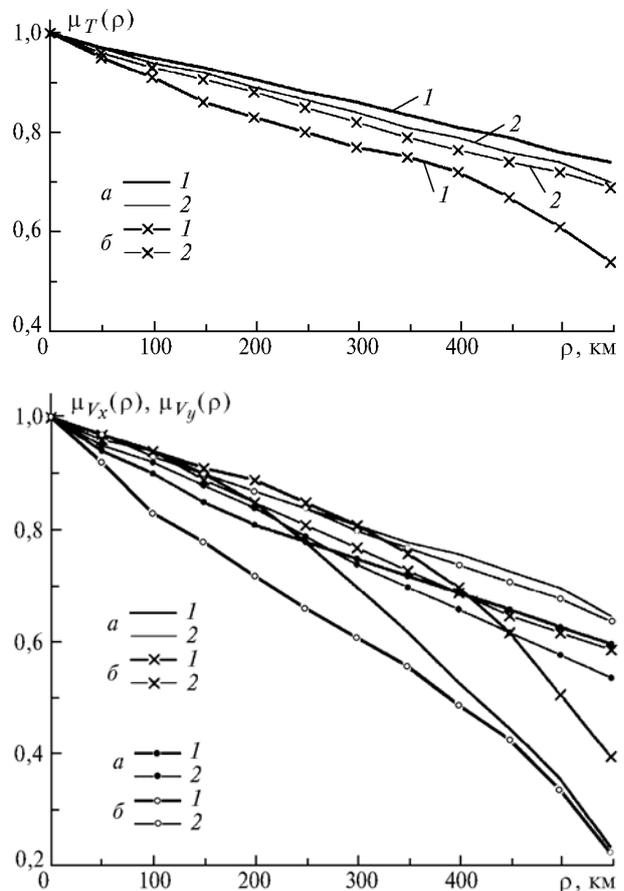


Рис. 5. Пространственные корреляционные функции температуры ( $\mu_T$ ), зонального ( $\mu_{V_x}$ ) и меридионального ( $\mu_{V_y}$ ) ветра на уровне 500 гПа, рассчитанные авторами (1) и построенные ранее [13, 14] (2): а – зима, б – лето

Из рис. 5 хорошо видно, что, если зимой пространственные корреляционные функции температуры, зонального и меридионального ветра на уровне 500 гПа, полученные нами (по данным мезометеорологического полигона) и авторами [13, 14], мало различаются между собой, исключая

лишь коэффициенты корреляции зонального ветра на расстояниях более 400 км, то летом эти функции заметно отличаются друг от друга. При этом летом пространственная корреляция температуры, зонального и меридионального ветра, оцененная с учетом особенностей мезоструктуры соответствующих полей, характеризуется более быстрым затуханием с расстоянием, чем при оценке той же корреляции по данным макромасштабных полей исследуемых метеорологических величин.

Например, в нашем случае коэффициенту корреляции 0,6 соответствуют расстояния 510 км (для температуры), 360 (для зонального ветра) и 300 км (для меридионального ветра), а у авторов [13, 14], исследовавших пространственную макроструктуру полей этих метеорологических величин, тот же коэффициент корреляции до расстояния  $\rho = 560$  км либо не достигает вовсе данного значения (это имеет место у температуры и зонального ветра), либо имеет место на расстоянии 525 км, что характерно для меридионального ветра. Все это указывает на то, что летом, когда отмечается быстрое затухание корреляционных связей (по сравнению с зимой), при построении пространственных корреляционных функций до расстояния менее 500–600 км необходимо учитывать особенности мезоструктуры метеорологических полей.

#### 4. Некоторые результаты аналитической аппроксимации корреляционных функций температуры, зонального и меридионального ветра

Известно, что в практике объективного анализа метеорологических полей, базирующегося на использовании процедуры оптимальной интерполяции (экстраполяции), обычно применяются не сами пространственные корреляционные функции  $\mu_\xi(\rho)$ , а их аппроксимационные формулы (некоторые из таких формул приведены выше). Учитывая это, мы попытались найти наилучшие аналитические функции, которые позволили бы описать параметры пространственной корреляции  $\mu_\xi(\rho)$  до расстояния 560 км с минимальной погрешностью.

С этой целью были рассмотрены все вышеприведенные аппроксимационные выражения вида (2)–(7). После тщательного их сопоставления с эмпирическими корреляционными функциями  $\mu_\xi(\rho)$  было установлено следующее.

Во-первых, эмпирические пространственные корреляционные функции температуры до расстояния 560 км могут быть аппроксимированы во всем слое 0–8 км и независимо от сезона аналитической формулой вида

$$\mu_T(\rho) = \{\exp(-\alpha\rho)\} \cos(\beta\rho), \quad (8)$$

причем параметры этой аппроксимационной формулы зависят от высоты и могут быть найдены из следующих выражений:

$$\alpha(h) = 0,436 + 0,051h; \quad (9)$$

$$\beta(h) = 0,864 + 0,005h, \quad (10)$$

где  $\rho$  – расстояние, тыс. км, а  $h$  – высота, м.

Во-вторых, эмпирические корреляционные функции зональной и меридиональной составляющих вектора ветра до указанного расстояния могут быть хорошо описаны на всех взятых уровнях и в оба сезона одним и тем же выражением

$$\mu_{V_x}(\rho) = \mu_{V_y}(\rho) = (1 - \alpha\rho) \exp(-\rho)^2. \quad (11)$$

При этом, как и в случае с температурой, параметры аппроксимационной формулы (11), описывающей эмпирические корреляционные функции зонального и меридионального ветра, зависят от высоты и могут быть определены из выражения вида

$$\alpha(h) = 1,162 \exp(-0,125h). \quad (12)$$

**Величины абсолютных отклонений значений аналитических функций вида (8) и (11) от значений эмпирических корреляционных функций температуры, зонального и меридионального ветра на различных расстояниях**

Высота, км	Расстояние $\rho$ , км									
	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500
Зима										
Температура										
0,0	0,00	0,01	0,00	0,01	0,00	0,00	0,02	0,02	0,02	0,03
0,8	0,00	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,00
5,0	0,00	0,00	0,01	0,02	0,03	0,05	0,07	0,07	0,07	0,09
Зональный ветер										
0,0	0,00	0,00	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,06	0,06	0,05
0,8	0,01	0,02	0,03	0,03	0,05	0,05	0,06	0,05	0,03	0,00
5,0	0,00	0,01	0,02	0,02	0,00	0,04	0,07	0,09	0,10	0,13
Меридиональный ветер										
0,0	0,01	0,02	0,03	0,03	0,04	0,05	0,05	0,02	0,03	0,05
0,8	0,02	0,03	0,03	0,03	0,02	0,01	0,01	0,01	0,03	0,05
5,0	0,01	0,02	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,04	0,05
Лето										
Температура										
0,0	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,01	0,02	0,02	0,01	0,01
0,8	0,02	0,02	0,02	0,02	0,03	0,03	0,04	0,04	0,06	0,07
5,0	0,02	0,02	0,03	0,03	0,02	0,01	0,00	0,01	0,02	0,03
Зональный ветер										
0,0	0,01	0,02	0,02	0,03	0,03	0,03	0,02	0,03	0,03	0,06
0,8	0,00	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,03	0,05
5,0	0,00	0,01	0,02	0,03	0,03	0,03	0,05	0,04	0,02	0,03
Меридиональный ветер										
0,0	0,00	0,01	0,01	0,03	0,03	0,05	0,06	0,06	0,07	0,07
0,8	0,00	0,01	0,01	0,02	0,03	0,03	0,03	0,05	0,05	0,05
5,0	0,01	0,01	0,02	0,02	0,03	0,03	0,03	0,02	0,07	0,18

О точности такой аппроксимации можно судить по таблице, в которой приведены абсолютные отклонения значений аналитических функций вида (8) и (11) от значений соответствующих эмпирических корреляционных функций, рассчитанные для уровня земли, 0,8 и 5,0 км и различных расстояний  $\rho$ .

Анализ данных таблицы показывает что величины расхождений аналитических и эмпирических корреляционных функций, независимо от взятой метеорологической величины, сезона и уровня атмосферы, не превышают, за редким исключением, значений порядка 0,05–0,07, а до расстояния  $\rho \leq 250$  км (т.е. расстояния, до которого решается задача пространственной экстраполяции мезометеорологических полей [11]), эти расхождения варьируют в основном в пределах 0,00–0,03.

Таким образом, полученные аппроксимационные формулы позволяют достаточно надежно описать эмпирические корреляционные функции до расстояния порядка 500–600 км и могут быть с успехом использованы в задачах объективного анализа и пространственной экстраполяции мезомасштабных полей температуры, зональной и меридиональной составляющих вектора ветра.

1. Белов П.Н. Пространственные методы численного прогноза погоды. Л.: Гидрометеиздат, 1967. 335 с.

Институт оптики атмосферы СО РАН,  
Томск

2. Гандин Л.С., Каган Р.Л. Статистические методы интерпретации метеорологических данных. Л.: Гидрометеиздат, 1976. 359 с.
3. Костюков В.В. Объективный анализ и согласование метеорологических полей. Л.: Гидрометеиздат, 1982. 295 с.
4. Гордин В.А. Математические задачи гидродинамического прогноза погоды. Л.: Гидрометеиздат, 1987. 264 с.
5. Комаров В.С., Солдатенко С.А., Соболевский О.М. // Оптика атмосферы и океана. 1996. Т. 9. № 4. С. 440–445.
6. Казакевич Д.И. Основы теории случайных функций и их применение в гидрометеорологии. Л.: Гидрометеиздат, 1977. 319 с.
7. Статистическая структура метеорологических полей / Под ред. Л.С. Гандина, В.И. Захариева, Р. Целнаи. Будапешт, 1976. 365 с.
8. Меццерская А.В. К учету нестационарности температуры в статистических разработках // Применение статистических методов в метеорологии. Л.: Гидрометеиздат, 1971. С. 164–170.
9. Коробов Р.М. // Труды ГГО. 1974. Вып. 336. С. 60–67.
10. Белов П.Н., Борисенков Е.П., Панин Б.Д. Численные методы прогноза погоды. Л.: Гидрометеиздат, 1989. 376 с.
11. Комаров В.С., Креминский А.В., Попов Ю.Б. // Оптика атмосферы и океана. 1998. Т. 11. № 8. С. 808–819.
12. Либерман Ю.М. // Применение статистических методов в метеорологии. Л.: Гидрометеиздат, 1978. С. 162–165.
13. Болтенков В.П. // Труды ГГО. 1964. Вып. 165. С. 16–26.
14. Кричак М.О. // Труды ГГО. 1967. Вып. 208. С. 32–40.

Поступила в редакцию  
27 декабря 1997 г.

*V.S. Komarov, Yu.B. Popov. Spatial Statistical Structure of Mesoscale Fields of Temperature and Wind.*

The results of statistical analysis of spatial structure of mesoscale fields of temperature, zonal and meridional winds, conducted by the data for atmospheric ground and tropospheric levels, are discussed. The results of the data approximation to 560 km distance using the found analytical expressions are analyzed.