

УДК 621.373

Ф.Ю. Канев, В.П. Лукин, Л.Н. Лавринова

### ВЛИЯНИЕ ЛОКАЛЬНЫХ ЭКСТРЕМУМОВ НА ЭФФЕКТИВНОСТЬ ГРАДИЕНТНЫХ АЛГОРИТМОВ УПРАВЛЕНИЯ ЛАЗЕРНЫМ ПУЧКОМ

С привлечением методов численного эксперимента рассмотрено управление лазерным пучком высокой интенсивности на основе алгоритма апертурного зондирования и модификации этого алгоритма. Отмечена область параметров задачи, в которой в пространстве координат управления проявляются локальные экстремумы. Выполнена оценка снижения эффективности коррекции теплового самовоздействия, обусловленная наличием локальных экстремумов. Предложен метод поиска глобального (основного) максимума.

#### 1. Введение

Проводимое многими авторами сравнение алгоритмов фазового управления лазерным пучком в нелинейной среде показывает, что ни один из известных в настоящее время алгоритмов не свободен от серьезных недостатков [1–3]. Так, характерной чертой фазового сопряжения является развитие неустойчивости коррекции при увеличении мощности излучения [3, 4]. Более высокой стабильностью и, возможно, быстродействием [5] обладает апертурное зондирование. В то же время наблюдается снижение эффективности этого алгоритма (и других, построенных на основе градиентных методов поиска экстремума целевой функции), если в пространстве координат управления пучком присутствуют локальные экстремумы [1]. К настоящему времени исследование этой проблемы не проведено в достаточном объеме. В частности, не определена область параметров задачи, в которой проявляются локальные максимумы, не даны даже приблизительные оценки снижения эффективности, не рассмотрены возможности преодоления локальных экстремумов. Обсуждение этих проблем проводится в настоящей статье.

Исследование выполнено на основе методов численного эксперимента. Анализ пучков высокой интенсивности стал возможным благодаря увеличению производительности современных компьютеров и соответствующему увеличению размерности расчетной сетки.

#### II. Численная модель, программная реализация модели

Распространение пучка рассматривалось в однородной среде в приближении стационарной ветровой рефракции. В таких условиях для описания комплексной амплитуды поля  $E$  может быть использована следующая система уравнений [2]:

$$2ik \frac{\partial E}{\partial z} = \Delta_{\perp} E + 2 \frac{k^2}{n_0} \frac{\partial n}{\partial T} TE; \quad (1)$$

$$(\mathbf{V}_{\nabla}) T = \frac{\alpha}{\rho_0 C_p} I, \quad (2)$$

где  $k$  – волновое число;  $n_0$  – невозмущенное значение показателя преломления  $n$ ;  $z$  – ось координат, вдоль которой распространяется пучок;  $T$  – температура среды;  $\mathbf{V}$  – вектор скорости ветра;  $\alpha$  – коэффициент поглощения; обозначения остальных физических величин являются общепринятыми.

Взаимодействие пучка со средой характеризуется безразмерным параметром

$$R_v = \frac{2 k a_0^2 \alpha I}{n_0 \rho_0 C_p V \partial T},$$

пропорциональным интенсивности  $I$ , начальному радиусу пучка  $a_0$  и зависящим также от других параметров среды и излучения.

Нелинейные искажения в плоскости наблюдения  $z = z_0$  можно описывать критерием

$$J(t) = \frac{1}{P} \iint \exp(-x^2 - y^2/r_a^2) I(x, y, z_0, t) dx dy; \quad (3)$$

фактически  $J(t)$  – это мощность излучения в пределах заданной апертуры. В формуле (3)  $r_a$  – радиус приемной апертуры;  $P$  – полная мощность пучка.

Коррекция нелинейных искажений рассматривалась на основе двух алгоритмов: апертурного зондирования [1], согласно которому изменение координат управления адаптивного корректора  $\mathbf{F} = \{F_1, F_2, \dots, F_N\}$  выполняется по формуле

$$\mathbf{F}(t) = \mathbf{F}(t - \tau_d) + \beta(t - \tau_d) \mathbf{grad} J(t - \tau_d), \quad (4)$$

и модифицированного апертурного зондирования [6]

$$\mathbf{F}(t) = \mathbf{F}(t - \tau_d) + \beta(t - \tau_d) \mathbf{sign} \left( \frac{\Delta J(t - \tau_d)}{\Delta F_i(t - \tau_d)} \right), \quad (5)$$

где  $F_i$  –  $i$ -я компонента вектора координат управления (в качестве компонент могут быть использованы

коэффициенты полиномов Цернике или смещения приводов адаптивного зеркала);  $\beta(t - \tau_d)$  – коэффициент, значение которого уменьшается на итерациях, приведших к уменьшению целевой функции управления (в наших задачах это критерий  $J(t)$ , формула (3));  $\text{sign}$  – функция взятия знака. Алгоритмы (4) и (5) отличаются тем, что, согласно (4), в процессе пробных вариаций определяются величина и направление итерационного шага, в (5) находится только направление движения (направление на экстремум), величина шага полностью задается коэффициентом  $\beta(t - \tau_d)$ .

Программа, с помощью которой была реализована расчетная схема, построена с помощью методов объектно-ориентированного программирования (язык программирования – C++). Главная панель интерфейса программы приведена на рис. 1, где схе-

матично изображена адаптивная система, приведены основные входные физические параметры задачи, такие как длина трассы, длина нелинейного слоя (протяженность которого, в общем случае, может не совпадать с длиной трассы), параметр нелинейности. Здесь же указаны и характеристики расчетной модели: размерность сетки и число фазовых экранов на пути распространения пучка. Таким образом, на главной панели содержатся все данные, характеризующие выбранный вариант расчета.

В процессе расчета на панель выводятся основные параметры пучка в плоскости наблюдения – распределение поля, критерий  $J$  (формула (3)), максимальная интенсивность, энергетические радиусы пучка по осям, перпендикулярным направлению распространения.

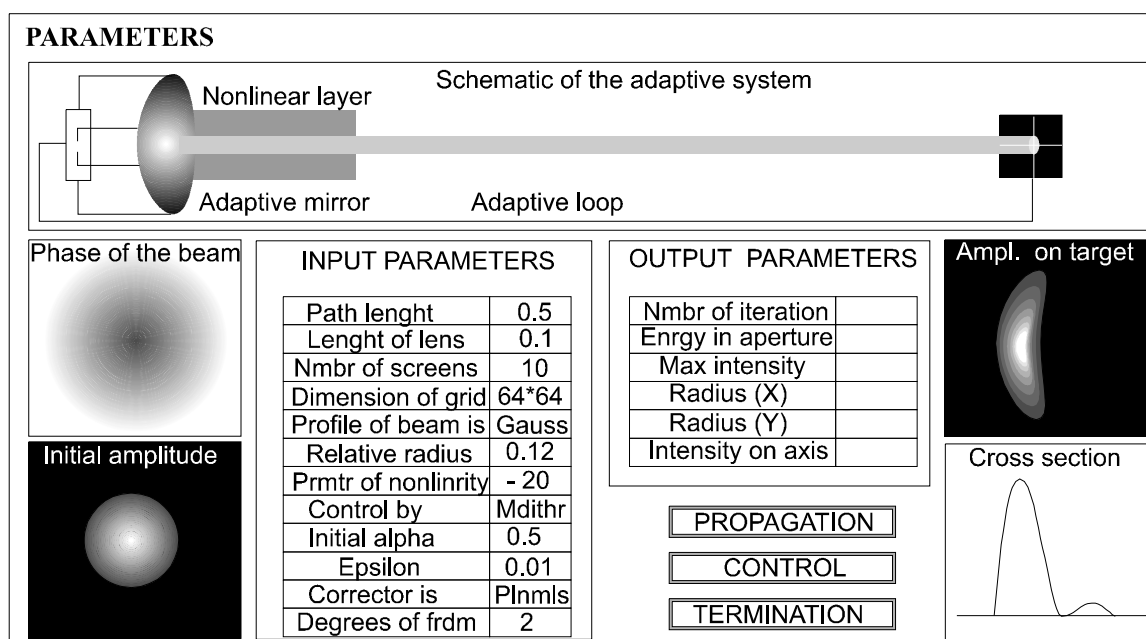


Рис. 1. Интерфейс программы, построенной для используемой численной модели

Входные параметры и алгоритм управления задаются с помощью панелей интерфейса, вызываемых через меню программы. Результаты вычислений записываются в файл.

### III. Точность обнаружения главного максимума на фоне локальных экстремумов

Алгоритм апертурного зондирования (и его модификацию) можно рассматривать как градиентный метод поиска экстремума целевой функции. Поиск проводится в пространстве координат управления  $F_i$ . Поэтому для выявления особенностей алгоритма с целью упрощения задачи возможно рассмотреть процедуру определения глобального экстремума относительно простой аналитически заданной функции, имеющей локальные максимумы. Полученные в процессе упрощенного анализа основные закономер-

ности могут оказаться справедливыми и для более сложных задач адаптивной оптики.

Рассмотрена функция одной переменной, имеющая глобальный и два локальных максимума, расположенных симметрично относительно глобального. Несмотря на наличие локальных экстремумов, в некоторых случаях алгоритм «отыскивал» основную «вершину». Относительные (нормированные на соответствующие размеры глобального экстремума) ширина и высота локальных экстремумов варьировались. Это позволило определить границу области, в которой алгоритм всегда останавливается на глобальном максимуме. Для алгоритма (4) результаты представлены на рис. 2,а. Область параметров, для которых определяется глобальный максимум, расположена выше кривой. Это означает, что алгоритм легко «перешагивает» узкие и высокие локальные экстремумы, но «останавливается» на относительно широких, не-

смотря на то, что их высота может быть небольшой (в сравнении с высотой главного максимума). Связано это с тем, что величина итерационного шага определяется производными ( $\Delta J/\Delta F_i$ ), т.е. скоростью изменения функции. И если производная достаточно велика (локальный экстремум «узкий» и «высокий»), то алгоритм «широко шагает» и «перешагивает» через холм.

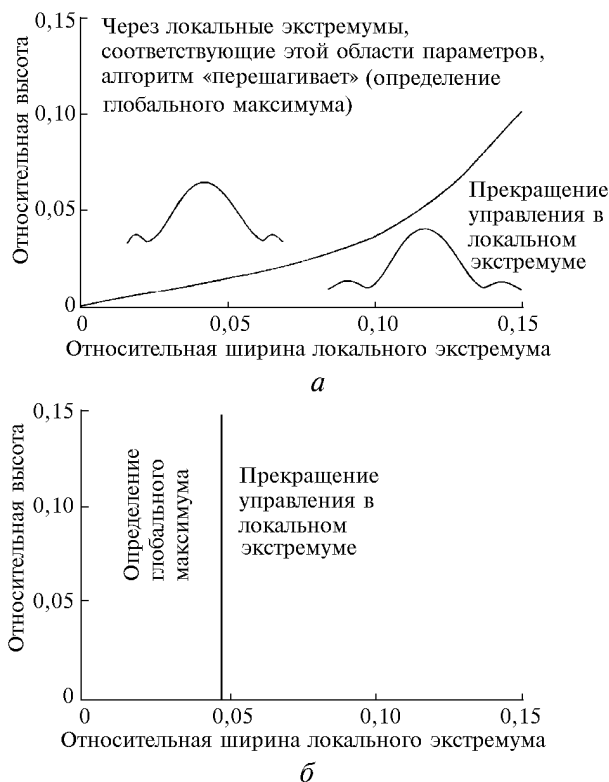


Рис. 2. Границы области, в которой возможно определение глобального экстремума при наличии локальных (найлены для аналитически заданной функции): *a* – алгоритм (4), выше кривой управление прекращается в глобальном экстремуме, ниже – в локальном; *б* – алгоритм (5), слева от прямой – глобальный экстремум, справа – локальный

Для алгоритма (5) соответствующие данные представлены на рис. 2,б. В рассматриваемом алгоритме величина шага определяется как  $\beta \cdot \text{sign}(\Delta J/\Delta F_i)$ , т.е. не зависит от величины производной, поэтому перешагивает алгоритм через экстремум или нет, определяется только шириной максимума и не зависит от его высоты.

В целом для одномерного случая можно сделать вывод, что выбор алгоритма определяется характеристиками исследуемой функции (формой локальных экстремумов).

В задаче коррекции нелинейных искажений, для наглядного представления «холма» и особенностей определения максимума, рассмотрим управление в пространстве двух координат (наклон и фокусировка). «Холм» целевой функции представляет в этом случае распределение критерия  $J$  (формула (3)), каж-

дое значение в котором соответствует определенным значениям наклона и фокусировки. В качестве примера подобный «холм» изображен линиями равного уровня на рис. 3. Результаты получены для случая стационарной ветровой рефракции, переходные процессы, развивающиеся при взаимодействии излучения со средой, не учитывались. Распределение критерия  $J$  в пространстве «наклон–фокусировка» имеет один экстремум, траектория поиска которого адаптивной системой изображена пунктирной линией (алгоритм апертурного зондирования).

При увеличении протяженности нелинейного слоя ( $Z_{nl} = 0,25 Z_d$ ) без изменения остальных параметров задачи в пространстве координат управления появляется вторичный максимум, высота которого приблизительно в шесть раз меньше основного (рис. 4). Это означает, что если система будет останавливаться в локальном экстремуме, то эффективность управления резко уменьшится. В рассматриваемом примере этого не происходит, алгоритм движется по направлению большего наклона к глобальному экстремуму.

При увеличении нелинейности среды (модуля параметра  $R_v$ ) и сохранении остальных характеристик в распределении критерия также имеются два экстремума (рис. 5), «высота» которых отличается приблизительно на 30%. На этом же рисунке приводятся поперечные сечения распределения интенсивности пучка, соответствующие точкам максимумов, и распределение интенсивности в начале управления (т.е. для нулевых значений наклона и фокусировки). Локальный максимум соответствует ситуации, когда распределение интенсивности имеет два экстремума практически одинаковой высоты.

В глобальном экстремуме наблюдается гауссовское распределение светового поля, значение максимальной интенсивности близко к дифракционно-ограниченной величине.

Применение алгоритмов (4) и (5) для выбранных параметров приводит к одинаковым результатам – коррекция искажений прекращается в локальном экстремуме (траектории движения показаны на рис. 5,а). Дальнейшее увеличение фокусировки не приводит к росту критерия  $J$  (проявляется перефокусировка), увеличение наклона (и приближение за счет этого к глобальному экстремуму) также невозможно из-за особенностей алгоритмов (4) и (5). Увеличение градиентного шага  $\beta$  также не позволяет приблизиться к глобальному максимуму.

Достаточно простым методом «сглаживания холма», при котором исчезают локальные максимумы, является увеличение радиуса апертуры приемника  $r_a$ . Для тех же параметров, что и в рассмотренном выше примере, но при  $r_a = a_0$ , «холм» приводится на рис. 6, из которого видно, что сохранился только один максимум, координаты которого приблизительно соответствуют координатам локального экстремума на рис. 5,а.

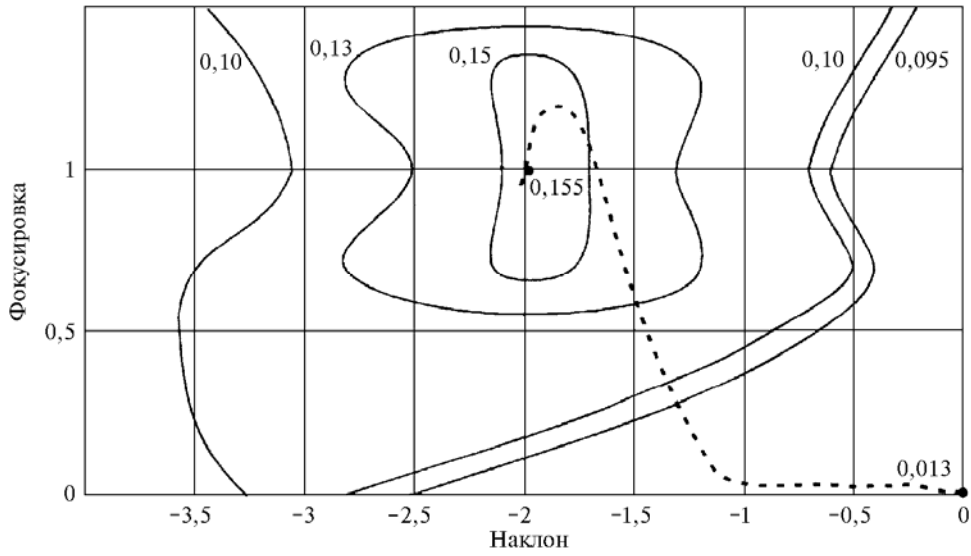


Рис. 3. Целевая функция управления (критерий  $J(3)$ ) в пространстве координат «наклон–фокусировка», изображенная линиями равного уровня (цифрами указаны значения  $J$  на линии). На этом же рисунке показана траектория движения к экстремуму для алгоритма (4) (штриховая линия). Параметры:  $Z = 0,5 Z_d$ ,  $Z_{nl} = 0,1 Z_d$ ,  $R_v = -70$ ,  $r_a = a_0/4$

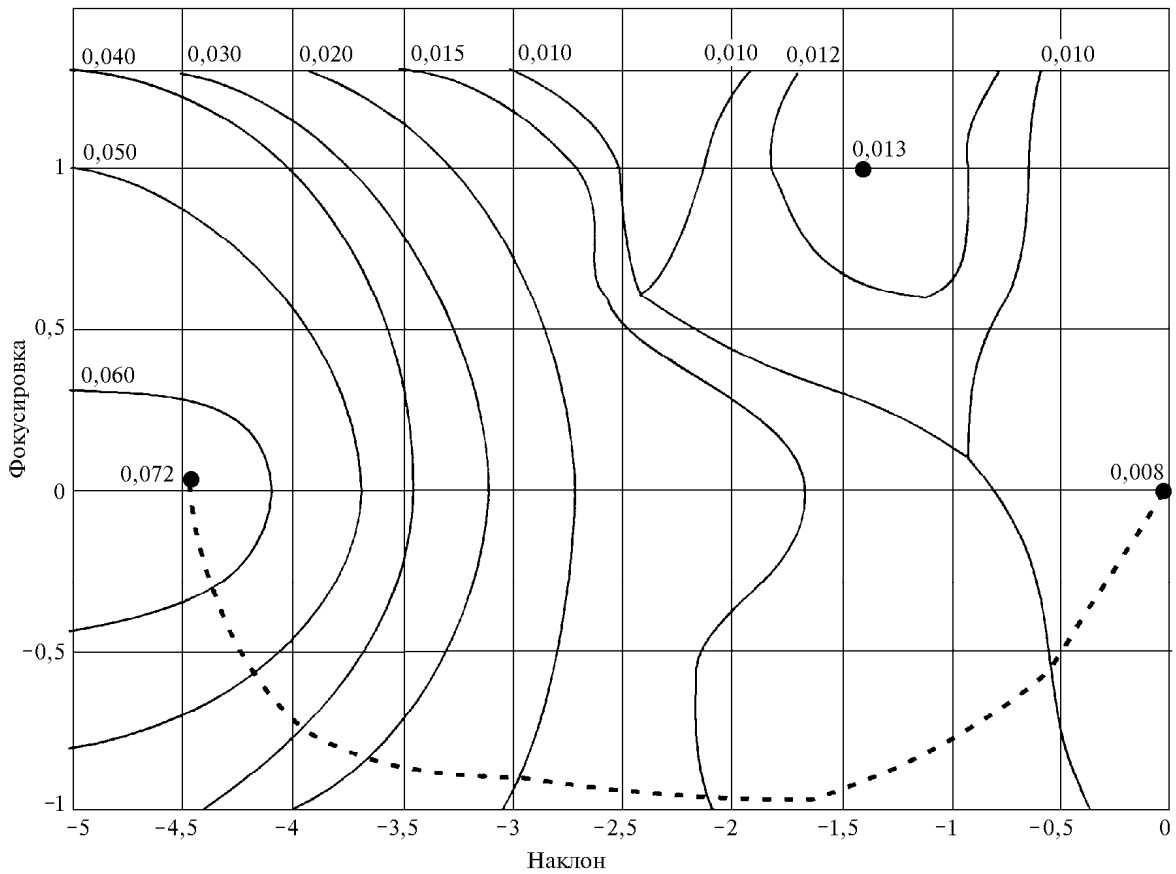


Рис. 4. Распределение целевой функции в пространстве координат «наклон–фокусировка» при увеличении протяженности нелинейного слоя относительно рис. 3. Параметры:  $Z = 0,5 Z_d$ ,  $Z_{nl} = 0,25 Z_d$ ,  $R_v = -70$ ,  $r_a = a_0/4$

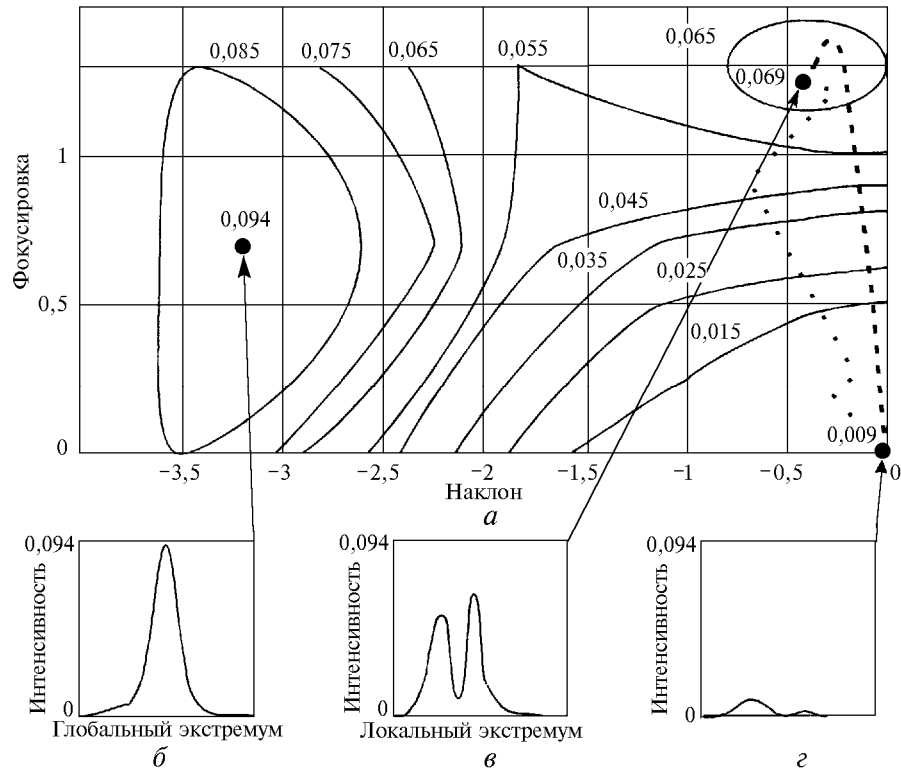


Рис. 5. Целевая функция управления (критерий  $J(3)$ ) в пространстве координат «наклон–фокусировка» (а). На этом же рисунке показана траектория движения к экстремуму для алгоритма (4) (штриховая линия) и (5) (линия показана точками); б – поперечное сечение пучка в глобальном экстремуме; в – в локальном экстремуме; з – в начале управления. Параметры:  $Z = 0,5 Z_d$ ,  $Z_{m1} = 0,1 Z_d$ ,  $R_v = -100$ ,  $r_a = a_0/4$

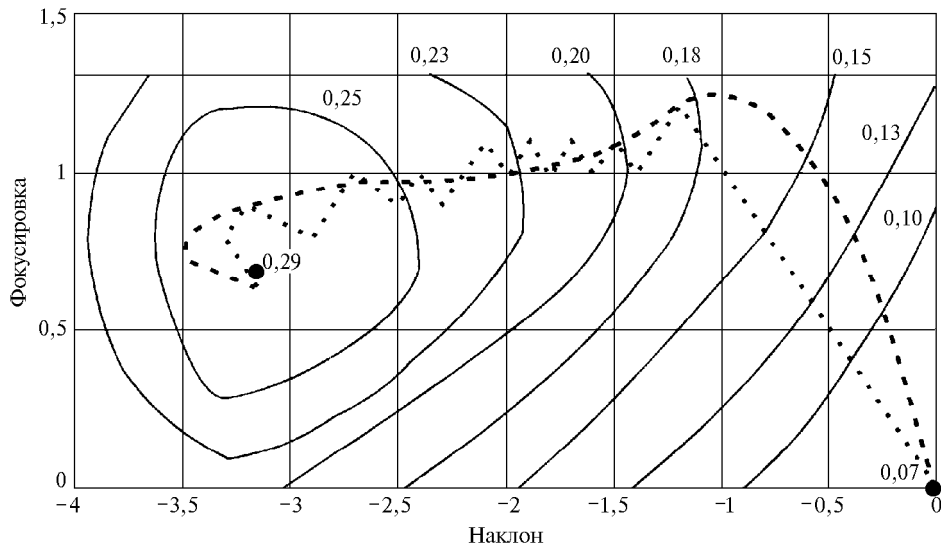


Рис. 6. Целевая функция управления (критерий  $J(3)$ ) в пространстве координат «наклон–фокусировка». Параметры соответствуют рис. 5, радиус апертуры увеличен

Таким образом, можно сделать вывод, что одним из возможных методов решения проблемы локальных максимумов является увеличение апертуры приемника. Координаты экстремума в этом случае находятся с несколько меньшей точностью, чем при малых площадях регистрирующих устройств. Но после приблизительного определения координат мак-

сима возможны уменьшение апертуры и более точный поиск точки экстремума.

1. Воронцов М.А., Шмальгаузен В.И. Принципы адаптивной оптики. М.: Наука, 1986. 453 с.
2. Ахманов С.А., Воронцов М.А., Кандидов В.П., Сухоруков А.П., Чесноков С.С. // Изв. вузов. Радиофизика. 1980. Т. 23. № 1. С. 1–37.

3. Канев Ф.Ю., Лукин В.П. // Оптика атмосферы. 1991. Т. 4. № 12. С. 1237–1248.
4. Коняев П.А. // Оптика атмосферы и океана. 1992. Т. 5. № 12. С. 1261–1268.

5. Канев Ф.Ю., Чесноков С.С. // Оптика атмосферы. 1989. Т. 2. № 2. С. 1195–1199.
6. Чесноков С.С. // Квантовая электроника. 1983. Т. 10. № 6. С. 1160–1165.

Институт оптики атмосферы СО РАН,  
Томск

Поступила в редакцию  
15 октября 1997 г.

*F.Yu. Kanev, V.P. Lukin, L.N. Lavrinova.* **Influence of Local Extrema on Efficiency of Gradient Algorithms for Laser Beam Control.**

The control over high-power laser beam based on the aperture sounding algorithm and its modification is treated in the paper using numerical experimental methods. The region of parameters is found for the problem, in which the local extrema appear in the coordinate space. A decrease of the thermal blooming correction efficiency is estimated, stipulated by the local extrema presence. A method for searching the global (basic) maximum is proposed.