

ОПТИКА АТМОСФЕРЫ И КЛИМАТ

УДК 551.558.2

Ю.Л. Матвеев, Л.Т. Матвеев

ВЕРТИКАЛЬНЫЕ ДВИЖЕНИЯ СИНОПТИЧЕСКОГО МАСШТАБА

Вертикальные движения, наблюдаемые в вихрях синоптического масштаба (восходящие – в циклонах и нисходящие – в антициклонах), оказывают определяющее влияние не только на образование и развитие облаков, но и на распространение примесей естественного и антропогенного происхождения, а также уровни загрязнения воздуха вблизи земной поверхности. На основе полученных в рамках теории подобия соотношений оценено влияние на вертикальную скорость таких параметров, как скорость геострофического и приземного ветра, шероховатость земной поверхности, термодинамическая устойчивость приземного слоя, горизонтальный размер вихря. Результаты представлены в виде таблиц, позволяющих рассчитать вертикальную скорость на любом уровне пограничного слоя по данным синоптических карт. Хорошее согласие результатов расчета (в пограничном слое) вертикальной скорости в рамках теории подобия и формуле, аппроксимирующей вертикальную скорость в пределах всей тропосферы, дает основание считать, что последнюю формулу можно широко использовать при моделировании атмосферных процессов и явлений.

В ряде исследований [1,2] показано, что вертикальные движения синоптического масштаба играют определяющую роль в образовании не только слоистообразных (Ns–As–Cs), но и кучевообразных (Cu, Cb) облаков.

При этом для того, чтобы смоделировать облака Ns–As, достаточно знать, что воздух совершает восходящее движение ($w > 0$). Конечно, время образования, высота границ и профиль облака существенно зависят от распределения по высоте вертикальной скорости (w), температуры (T) и массовой доли водяного пара (q) в начальный момент, интенсивности турбулентного обмена и др., однако облако рано или поздно, высоко или низко при $w > 0$ обязательно образуется.

В формировании конвективных облаков (Cu, Cb) определяющую роль играют также вертикальные движения синоптического масштаба. Однако в отличие от Ns–As при моделировании конвективных облаков совершенно необходимо учесть не только знак, но и распределение w по высоте. Под влиянием изменения w с ростом высоты изменяется во времени вертикальный градиент температуры ($\gamma = -\partial T/\partial z$).

Наиболее полно исследованы [3,4] вертикальные движения в пограничном слое атмосферы (ПСА). В одной из последних работ [5] из этой области построена модель распределения w по высоте, учитывающая (в рамках теории подобия) достаточно тонкие особенности строения ПСА.

Если привлечь уравнение неразрывности и уравнение установившегося движения, то, как показано в [4], для усредненной по некоторой площади σ вертикальной скорости

$$\bar{w} = \frac{1}{\sigma} \iint_{(\sigma)} w \, d\sigma$$

получим следующее выражение:

$$\bar{w}(z) = \frac{1}{2\omega_z \rho \sigma} \int_{(l)} (\tau_{0l} - \tau_l) \, dl. \tag{1}$$

Здесь l – контур, ограничивающий площадь σ ; τ_l и τ_{0l} – проекции на l турбулентного напряжения на высоте z и на земной поверхности ($z = 0$) соответственно; $2\omega_z$ – кориолисов параметр; ρ – плотность воздуха.

На верхней границе пограничного слоя (H), где τ_l близко к нулю, формула (1) принимает вид

$$\bar{w}(H) = \frac{1}{2\omega_z \rho_H \sigma} \int_{(l)} \tau_{0l} \, dl. \tag{2}$$

Выражение для τ_{0l} получено в [5]:

$$\tau_{0l}/(2 \omega_z \rho_H) = c_g z_1 G/2; \tag{3}$$

$$G = \sqrt{\frac{c_1}{c_g} DRo} \left[1 - B \frac{c_1}{c_g} (\cos \alpha_0 - \sin \alpha_0) \right], \tag{4}$$

где c_g – скорость геострофического ветра; c_1 – модуль скорости ветра на уровне z_1 ; z_0 – параметр шероховатости; $Ro = c_g/(\omega_z z_1)$ – аналог параметра Росби; α_0 – угол отклонения скорости ветра вблизи земной поверхности от касательной к изобаре (от направления геострофического ветра), определяемый по формуле

$$\cos \alpha_0 = \frac{1 + B^2 (c_1/c_g)^2 - Ro N (c_1/c_g)^3}{2 B (c_1/c_g)}; \tag{5}$$

B , D и N – безразмерные параметры, зависящие от отношений z_0/z_1 и z_1/z ; L – масштаб приземного слоя Монина–Обухова; их таблицы приведены в [5].

В предположении, что площадь σ , для которой определяется среднее значение \bar{w} , представляет со-

бой круг радиусом r , а параметры, вошедшие в (3) и (4), вдоль контура l изменяются слабо, соотношение (2) принимает следующий вид:

$$\bar{w}(H) = c_g z_1 \cdot G/r. \quad (6)$$

При фиксированных термической устойчивости и шероховатости земной поверхности (т.е. L/z_1 и z_0/z_1) угол α_0 и параметр G растут при увеличении Ro и c_1/c_g . Так, при $L/z_1 = 50$, $z_0/z_1 = 0,1$ и $c_1/c_g = 0,5$ имеем следующие значения α_0 и G при различных Ro :

$10^{-4} Ro$	2	3	4	5	6	8	10
α_0 , град	27	36	41	45	50	55	62
G	94	132	170	220	292	400	550

При $L/z_1 = 20$, $z_0/z_1 = 0,1$ и $Ro = 2 \cdot 10^4$ значения α_0 и G при различных c_1/c_g таковы:

c_1/c_g	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
α_0 , град	11	20	30	38	45	51	56	66	76
G	12	24	48	72	98	122	146	196	246

При фиксированных динамических параметрах ($Ro = 3 \cdot 10^4$ и $c_1/c_g = 0,4$) и шероховатости ($z_0/z_1 = 0,1$) угол α_0 и G увеличиваются при уменьшении L/z_1 , т.е. при возрастании устойчивости приземного слоя:

L/z_1	50	20	10
α_0	31	54	88
G	90	120	126

Нетрудно видеть, что влияние различных параметров на α_0 и G обусловлено влиянием их на напряжение трения (τ_0) вблизи земной поверхности. В самом деле,

поскольку $\sqrt{\tau_0/\rho_0} = u_* = \alpha (c_1/c_g) c_g / \ln(\eta_1/\eta_0)$ и $\frac{\eta_1}{\eta_0} = \frac{z_1}{z_0} \left(1 + \frac{z_1}{2L} + \frac{z_1^2}{6L^2} + \dots\right)$, то:

1) при фиксированных c_g , c_1/c_g и z_1/L увеличение z_0/z_1 ведет к росту τ_0 и, как следствие, к увеличению α_0 и G ;

2) при закрепленных z_0/z_1 и z_1/L уменьшение c_g или c_1/c_g сопровождается уменьшением τ_0 и вместе с ним α_0 и G ;

3) при фиксированных c_g , c_1/c_g и z_0/z_1 увеличение L/z_1 , т.е. приближение к безразличной стратификации, ведет к росту τ_0 , α_0 и G . Однако в этом случае, помимо τ_0 , на угол отклонения (α) оказывает влияние высота приземного слоя (h). Очевидно, что чем выше уровень h , тем ближе на этом уровне ветер к геострофическому, т.е. тем меньше α .

Поскольку в пределах приземного слоя угол α мало изменяется с ростом высоты ($\alpha_h \approx \alpha_0$), а высота приземного слоя принята равной $|L|$, то под влиянием увеличения высоты рост L ведет к уменьшению α_0 . Приведенные выше данные свидетельствуют о том, что этот второй эффект более существен, чем влияние τ_0 : при возрастании L угол α_0 уменьшается.

Переход от сильно устойчивой ($L/z_1 < 10$) к сильно неустойчивой ($L/z_1 > -10$) стратификации сопровождается ростом интенсивности турбулентного обмена, усилением взаимодействия приземного слоя с верхней частью погранслоя и, как следствие, уменьшением угла отклонения α_0 (табл. 1).

Отметим, что при значениях L/z_1 , превышающих 30–50, когда термическая стратификация близка к безразличной, вошедшие в формулы (3) и (4) безразмерные параметры с достаточно высокой точностью можно записать в виде

$$B = \ln \left(\beta \frac{L}{z_1} \frac{z_1}{z_0} \right) / \ln \left(\frac{z_1}{z_0} \right); \quad D = \alpha^2 \beta \frac{L}{z_1} / \ln \left(\frac{z_1}{z_0} \right); \quad (7)$$

$$N = \frac{1}{2} \frac{\alpha^2}{\beta} / \ln^3 (z_1/z_0),$$

$$\beta = (e - 1)/e \text{ при } \gamma < \gamma_a \text{ и } \beta = 1 - e \text{ при } \gamma > \gamma_a, \quad e = 2,7128 \dots$$

Таблица 1

Угол отклонения α_0 (град) при сильно неустойчивой ($L/z_1 = -10$, числ.) и устойчивой ($L/z_1 = +10$, знам.) термической стратификации приземного слоя

$10^{-4} Ro$	c_1/c_g								
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
	$z_0/z_1 = 0,01$								
3			-8	-21	-29	-35	-41	15/49	24/57
4	-11	-20	11/32	20/40	26/48	30/54	34/60	42/71	48/81
5	10/20	17/29	26/42	32/51	38/60	43/68	48/76	56/-	63/-
6	16/23	23/33	32/48	40/61	46/71	52/81	57/-	67/-	78/-
8	17/23	25/36	36/54	45/68	53/82	60/-	66/-	78/-	90/-
10	14/22	25/38	39/60	50/77	58/-	67/-	74/-	89/-	-/-
	$z_0/z_1 = 0,1$								
2	-3	-25	-43	24/57	34/69	42/79	49/90	62/-	73/-
3	14/32	27/47	43/69	55/88	65/-	75/17	84/-	-/-	-/-
4	28/41	41/60	59/-	75/-	89/-				
5	34/47	49/72	73/-						
6	38/53	57/84	86/-						
8	40/58	64/-							
10	43/65	71/-							

Таблица 2

		Параметр G								
$10^{-4} Ro$	L/z_1	c_1/c_g								
		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
		$z_0/z_1 = 0,01$								
3	10	–	–	18	31	42	53	63	84	106
	–10	–	–	–	–	–	–	–	80	105
4	10	8	17	33	49	66	82	99	133	165
	–10	–	–	32	52	69	87	104	139	174
5	10	10	21	44	68	93	118	142	–	–
	–10	12	25	49	73	98	123	148	198	249
6	10	11	25	57	91	126	161	–	–	–
	–10	14	29	60	93	127	162	197	268	339
8	10	9	29	72	119	166	–	–	351	–
	–10	11	29	70	114	160	207	255	–	445
10	10	6	32	91	152	–	–	–	–	–
	–10	5	28	81	138	199	261	324	447	–
		$z_0/z_1 = 0,1$								
2	50	12	24	48	71	94	117	141	189	238
	10	9	23	47	70	94	116	138	–	–
3	50	2	17	52	91	132	174	218	308	401
	10	20	41	83	125	–	–	–	–	–
4	50	–	–	35	100	170	242	318	472	630
	10	28	62	–	–	–	–	–	–	–
5	50	–	–	–	106	219	337	457	601	942
	10	37	89	–	–	–	–	–	–	–
6	50	–	–	–	118	293	470	649	1002	–
	10	48	123	–	–	–	–	–	–	–
8	50	–	–	–	145	400	654	905	–	–
	10	63	–	–	–	–	–	–	–	–
10	50	–	–	–	196	550	895	–	–	–
	10	82	–	–	–	–	–	–	–	–

Из приведенных в табл. 1 данных следует, что на угол отклонения оказывают существенное влияние все четыре параметра: Ro , c_1/c_g , z_0/z_1 и L/z_1 . При этом α_0 изменяется в широких пределах: от 5–10 до 80–90°.

Результаты расчета параметра G , определенного формулой [4], представлены в табл. 2. Как и угол α_0 , параметр G изменяется в широких пределах в зависимости от Ro , c_1/c_g и z_0/z_1 . Увеличение каждого из этих параметров ведет к росту G . Однако от L/z_1 параметр G зависит значительно слабее, чем α_0 .

Наиболее сильно вертикальная скорость в пограничном слое зависит от геострофической скорости (градиента давления). При $Ro = 4 \cdot 10^4$, $z_0/z_1 = 0,1$, $L/z_1 = 50$ и $c_1/c_g = 0,5$, по данным табл. 2, параметр $G = 170$. Если положить $z_1 = 10$ м и $r = 500$ км, то получим следующие значения $\bar{w}(H)$ при разных c_g :

c_g , м/с	5	10	15	20	25
$\bar{w}(H)$, см/с	1,7	3,4	5,1	6,8	8,5

Если при тех же Ro , z_0/z_1 , L/z_1 , z_1 и r отношение $c_1/c_g = 0,8$, то

c_g , м/с	5	10	15	20	25
$\bar{w}(H)$, см/с	4,7	9,4	14,2	18,9	23,5

Отметим, что при заданном Ro скорость c_g на данной широте не может превышать значения, равного

$$(c_g)_{\max} = 7,29 \cdot 10^{-5} \sin \varphi z_1 Ro.$$

Это наибольшее значение растет при увеличении φ . С другой стороны, параметр Ro при наблюдаемых c_g может достигать тем больших значений, чем меньше широта. Так, на широте 10° при изменении c_g от 10 до 40 м/с параметр Ro увеличивается от $7,9 \cdot 10^4$ до $3,2 \cdot 10^5$.

Уже при $Ro = 10^5$, $L/z_1 = 50$; $z_0/z_1 = 0,1$; $c_1/c_g = 0,6$; $r = 500$ км вертикальная скорость $\bar{w}(H)$ возрастает от 8,9 см/с при $c_g = 5$ м/с до 71,6 см/с при $c_g = 40$ м/с.

Особенно больших значений $w(H)$ достигает в тропических циклонах. Поскольку в них скорость геострофического ветра достигает 30–80 м/с, а широта, как правило, меньше 20°, то параметр Ro может принимать значения, превышающие $(3 \div 5) \cdot 10^5$.

Так, на широте 20° при $c_g \approx 25$ м/с параметр $Ro \approx 10^5$. Поскольку, как следует из данных табл. 2, при увеличении Ro в 2 раза параметр G увеличивается в 2–3 раза, то получаем следующие оценки $\bar{w}(H)$ на той же $\varphi = 20^\circ$:

при $z_0/z_1 \approx 0,01$, $c_1/c_g = 0,5$; $L/z_1 = -10$, $r = 200$ км
а) $c_g = 25$ м/с, $Ro = 10^5$, $G \approx 200$,

$$\bar{w}(H) \approx 25 \text{ см/с;}$$

б) $c_g = 75$ м/с, $Ro = 3 \cdot 10^5$, $G \approx 500$,

$$\bar{w}(H) = 1,88 \text{ м/с;}$$

при $z_0/z_1 \approx 0,1$, $c_1/c_g = 0,5$; $L/z_1 = 50$ и $r = 200$ км

а) $c_g = 25$ м/с, $Ro = 10^5$, $G = 550$,

$$\bar{w}(H) = 69 \text{ см/с};$$

б) $c_g = 75$ м/с, $Ro = 3 \cdot 10^5$, $G = 1375$,

$$\bar{w}(H) = 5,16 \text{ м/с}.$$

На меньшей широте $\bar{w}(H)$ могут быть еще более значительными (на широте 10° , например, приведенные значения $\bar{w}(H)$ почти удваиваются).

Полученные оценки $\bar{w}(H)$ следует учитывать при моделировании тропических циклонов. Известно, что, стремясь получить значения w порядка $10^0 \div 10^1$ м/с, исследователи произвольно привлекают некоторую дополнительную вертикальную скорость, совершенно не вытекающую из решения системы уравнений.

Вертикальная скорость $\bar{w}(z)$ на произвольной высоте z , усредненная по той же площади $\sigma = \pi r^2$, рассчитывается в согласии с [1], по формулам

$$\bar{w}(z) = c_g z_1 (G - G_z)/r + \bar{w}_h; \quad (8)$$

$$G_z = \sqrt{\frac{c_1}{c_g} D Ro} \left\{ \left[1 - B \frac{c_1}{c_g} (\cos \alpha_0 - \sin \alpha_0) \right] \times \right. \\ \times \cos \frac{a}{z_1} (z - h) + \left[1 - B \frac{c_1}{c_g} (\cos \alpha_0 + \sin \alpha_0) \right] \times \\ \left. \times \sin \frac{a}{z_1} (z - h) \right\} \exp \left[-\frac{a}{z_1} (z - h) \right], \quad (9)$$

где $a = \sqrt{c_g/(c_1 D Ro)}$; G – значение параметра G_z при $z = h$; $h = |L|$.

Вошедшая в [8] скорость w_h на верхней границе приземного слоя определяется следующим образом. Рассчитываем по (9) G_z , а вместе с этим и первое слагаемое в (8), при $z = 2h$. Пусть оно равно b_{2h} . Тогда, согласно (8), $\bar{w}(2h) = b_{2h} + \bar{w}_h$. Поскольку на малых высотах профиль w близок к линейному, то $\bar{w}_h = \bar{w}(2h)/2$.

Из двух последних соотношений следует: $\bar{w}_h = b_{2h}$.

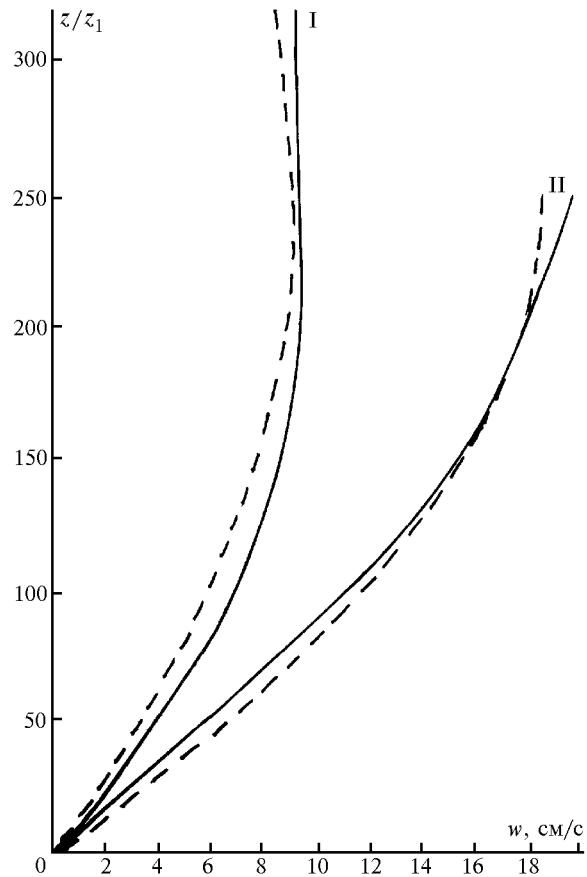
В ранее выполненных работах [6,7] при моделировании облаков и туманов для $w(z)$ широко использовалась формула

$$w(z) = 4 w_m \frac{z}{H_c} \left(1 - \frac{z}{H_c} \right), \quad (10)$$

где H_c – уровень, на котором w вторично (наряду с земной поверхностью) обращается в нуль (чаще всего, это – верхняя граница циклона или антициклона); w_m – максимальное (по высоте) значение w , которое достигается на уровне $z_m = H_c/2$.

Формула (10) получена путем интегрирования уравнения неразрывности в предположении, что дивергенция горизонтальной скорости ветра – линейная функция высоты.

Насколько удовлетворительно согласуются результаты расчета $w(z)$ по формулам (8)–(9) – сплошные кривые, с одной стороны, и (10) – с другой, показывает рисунок.



Пример I по формулам (8)–(9) рассчитан при следующих значениях параметров: $Ro = 4 \cdot 10^4$; $c_1/c_g = 0,26$; $z_0/z_1 = 0,1$; $L/z_1 = -20$ (при этом $\alpha_0 = 34,2^\circ$, $B = 2,74$, $D = 0,80$ и $N = 4,68 \cdot 10^{-4}$), пример II – $Ro = 4 \cdot 10^4$; $c_1/c_g = 0,39$; $z_0/z_1 = 0,1$, $L/z_1 = 50$ (при этом $\alpha_0 = 35,4^\circ$, $B = 2,93$, $D = 1,98$, $N = 1,87 \cdot 10^{-4}$).

По формуле (10) расчет w выполнен в предположении, что максимальное значение w_m совпадает со значением w на верхней границе погранслоя ($w_m = w_h$), а отношение $H_c/z_1 = 500$.

Выше пограничного слоя вертикальная скорость, определенная по формулам (8)–(9), практически сохраняет постоянное значение, формула (10) обеспечивает убывание w с ростом высоты в средней и верхней частях тропосферы.

В пограничном слое (нижней тропосфере) результаты расчета по формуле (10) вполне удовлетворительно согласуются с данными, следующими из теории, в которой учтены достаточно тонкие особенности строения пограничного слоя.

Из приведенных выше оценок w_h следует, что под влиянием различных параметров (c_g , z_0 , L , c_1) вертикальная скорость изменяется в широких преде-

лах. Вследствие этого те погрешности, которые могут возникнуть при расчете w по формуле (10) за счет неучета в ней некоторых факторов (нестационарность движения, например), будут вполне перекрыты теми погрешностями, которые появляются за счет отмеченных выше параметров: они в реальных условиях определяются нередко со значительной погрешностью (особенно z_0 и L , да и градиент давления далеко не всюду можно снять с карт с нужной точностью).

Неслучайно поэтому результаты расчета w по различным методикам оказываются существенно разными (вплоть до различия в знаках [8]).

С учетом этих замечаний можно сделать вывод, что формула (10) описывает распределение вертикальной скорости с высотой в вихрях синоптического масштаба с нужной точностью не только в пограничном слое, но и во всей тропосфере.

1. Песков Б.Е. Роль упорядоченных вертикальных движений в слое трения при развитии мощной конвективной облачности и гроз // Тр. Центрального института прогнозов. 1964. Вып. 136. С. 61–68.
2. Матвеев Л.Т. О роли крупномасштабных вертикальных движений в возникновении конвективных явлений в атмосфере // Метеорология и гидрология. 1986. N 4. С. 5–12.
3. Морской Г.И. К проблеме вычисления вертикальной скорости воздуха // Метеорология и гидрология. 1954. N 1. С. 11–17.
4. Матвеев Л.Т. Вертикальные токи в пограничном слое атмосферы // Изв. АН СССР. Сер. Геофиз. 1955. N 5. С. 453–461.
5. Матвеев Л.Т., Матвеев Ю.Л. Вертикальные движения в пограничном слое атмосферы и поле облаков // Изв. РАН. Сер. ФАО. 1995. N 3. С. 356–362.
6. Матвеев Л.Т. Динамика облаков. Л.: Гидрометеиздат, 1981. 311 с.
7. Матвеев Ю.Л., Матвеев Л.Т., Солдатенко С.А. Глобальное поле облачности. Л.: Гидрометеиздат, 1986. 279 с.
8. Морской Г.И. Анализ исследования крупномасштабных вертикальных движений в атмосфере // Труды Гидрометцентра СССР. 1968. Вып. 30. С. 82–96.

Российский государственный
метеорологический институт, Санкт-Петербург

Поступила в редакцию
7 мая 1998 г.

Yu.L. Matveev, L.T. Matveev. Vertical Motions of Synoptic Scale.

Vertical motions, recorded in synoptic vortex (upward – in cyclone and downward – in anticyclone) have a primary influence not only on the formation and growth of clouds, but also on the level of air soiling near the surface of the Earth. The influence of the geotropic and surface wind, surface roughness, thermodynamic stability of the ground layer of the atmosphere, and the horizontal size of vortex on the vertical velocity was estimated using the equations of similarity theory. The results are presented in tables, which help to calculate the vertical velocity in any border layer using the data of synoptic map. A good agreement of calculation results (in the border layer) of vertical velocity in the limits of similarity theory and with formulas, which approximate the vertical velocity in the limits of all troposphere, give the base to think, that the last formula may be used in the modeling of the atmospheric processes and phenomena.