

Ф.Ю. Канев, Л.Н. Лавринова, В.П. Лукин

**КОРРЕКЦИЯ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ВЕТРОВОЙ РЕФРАКЦИИ ПРИ НАЛИЧИИ
ЛОКАЛЬНЫХ ЭКСТРЕМУМОВ В ПРОСТРАНСТВЕ КООРДИНАТ УПРАВЛЕНИЯ**

Рассмотрено адаптивное управление лазерным пучком в условиях теплового самовоздействия на основе алгоритма апертурного зондирования. Показано, что при реализации алгоритма по неустановившимся параметрам поля (до завершения переходных процессов в среде) адаптивная система после попадания в область экстремума выходит из нее. Время, необходимое для определения максимума, и время пребывания в области экстремума зависит от величины градиентного шага. При слишком большой величине шага этот промежуток времени может быть очень коротким, при слишком малой величине – возрастает время определения максимума.

Еще более сложной является реализация апертурного зондирования, если в пространстве координат управления имеются локальные максимумы. В этом случае значение градиентного шага не рекомендуется задавать слишком малым, так как при малой величине этого параметра управление прекращается в локальном экстремуме.

Показано, что при наличии локальных экстремумов в начальные моменты времени целесообразно управлять только наклоном волнового фронта пучка при большой величине градиентного шага, что обеспечивает попадание в область глобального максимума. В дальнейшем с целью более точного определения экстремума и повышения эффективности коррекции самовоздействия возможно совместное управление по нескольким координатам.

Влияние локальных экстремумов на эффективность апертурного зондирования, реализованного по установившимся параметрам интенсивного лазерного пучка, было рассмотрено в работе [1], где отмечалось, что эффективность существенно (на 30–50%) снижается, если управление прекращается в локальном максимуме. Возможным методом решения проблемы является увеличение апертуры приемника (области интегрирования параметров излучения), при достаточном большом радиусе целевая функция управления является «гладкой» и имеет только один экстремум.

В данной статье коррекция теплового самовоздействия при наличии локальных максимумов рассмотрена в условиях нестационарной ветровой рефракции. Показано, что в течение некоторого времени после включения лазерного пучка целевая функция имеет только один экстремум, координаты которого изменяются при нагреве среды. Поэтому можно предположить, что если алгоритм точно отслеживает положение экстремума во время развития переходных процессов в системе «пучок–среда», то система коррекции постоянно находится в глобальном максимуме.

В настоящей статье для проверки гипотезы и реализации управления проведена оценка точности определения координат максимума «гладкого» (с одним экстремумом) холма. Затем коррекция самовоздействия рассмотрена в условиях возникновения локальных максимумов.

1. Математическое описание распространения пучка. Алгоритм управления

Анализ управления был выполнен в однородной среде в приближении нестационарной ветровой рефракции. В таких условиях для описания комплексной

амплитуды поля E может быть использована следующая система уравнений [2]:

$$2ik \frac{\partial E}{\partial z} = \Delta_{\perp} E + 2 \frac{k^2}{n_0} \frac{\partial n}{\partial T} TE; \quad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{V}\nabla) T = \frac{\alpha}{\rho_0 C_p} I, \quad (2)$$

где k – волновое число; n_0 – невозмущенное значение показателя преломления n ; z – ось координат, вдоль которой распространяется пучок; T – температура среды; \mathbf{V} – вектор скорости ветра; α – коэффициент поглощения; обозначения остальных физических величин являются общепринятыми.

Взаимодействие пучка со средой характеризуется безразмерным параметром

$$R_v = \frac{2ka_0^2 \alpha I}{n_0 \rho_0 C_p V} \frac{\partial n}{\partial T}, \quad (3)$$

пропорциональным интенсивности I , начальному радиусу пучка a_0 и зависящим также от других параметров среды и излучения.

Световое поле в плоскости наблюдения $z = z_0$ характеризовалось критерием фокусировки

$$J(t) = \frac{1}{P} \iint \exp(-(x^2 + y^2)/r_a^2) I(x, y, z_0, t) dx dy, \quad (4)$$

фактически $J(t)$ – это мощность излучения в пределах заданной апертуры. В формуле (4) r_a – радиус приемной апертуры; P – полная мощность пучка.

Пространственным масштабом задачи по оси распространения пучка была выбрана дифракционная длина излучения $z_d = 2ka_0$ (k – волновое число;

a_0 – начальный радиус пучка) по осям, перпендикулярным направлению распространения. Временным масштабом задачи было конвективное время, характеризующее протекание переходных процессов при нагреве среды $\tau_V = a_0/|V|$. Все соответствующие переменные приводятся в этих масштабах.

Коррекция нелинейных искажений рассматривалась на основе апертурного зондирования [3], согласно которому изменение координат управления адаптивного корректора $\mathbf{F} = \{F_1, F_2, \dots, F_N\}$ выполняется по формуле

$$\mathbf{F}(t) = \mathbf{F}(t - \tau_d) + \alpha(t - \tau_d) \mathbf{grad} J(t - \tau_d). \quad (5)$$

В качестве компонент вектора \mathbf{F} использовались коэффициенты полиномов Цернике; $\alpha(t - \tau_d)$ – коэффициент, определяющий величину градиентного шага на каждой из итераций. Компонентами вектора $\mathbf{grad} J(t - \tau_d)$ являются производные $\partial J(t)/\partial F_i$, вычисляемые в процессе пробных вариаций. Для определения производных каждой из координат придается малое изменение ΔF_i , после чего в результате решения задачи распространения находится соответствующее приращение ΔJ .

При управлении по неустановившимся параметрам полагалось, что время выполнения пробных вариаций значительно меньше характерного времени изменения тепловой линзы τ_V , т.е. за время выполнения пробных вариаций целевая функция не изменяется.

Численные эксперименты, результаты которых приведены в настоящей статье, выполнены для следующего набора параметров: $R_V = -100$; длина трассы распространения пучка $z = 0,5$; протяженность нелинейного участка z_{nl} была взята меньше, чем длина трассы, $z_{nl} = 0,1$. Радиус апертуры r_a принимался равным начальному радиусу пучка, что для выбранного набора параметров обеспечивало распределение критерия J в плоскости наблюдения с одним экстремумом. Появление локальных максимумов наблюдалось при уменьшении радиуса апертуры в четыре раза.

Управление на основе апертурного зондирования при наличии локальных экстремумов рассматривалось также и для других параметров задачи (область параметров, в которой возникают локальные максимумы, приводится в [1]). Выявленные особенности управления при этом не изменялись.

2. Оценки точности определения экстремума при управлении по неустановившимся параметрам

Реализация управления по неустановившимся параметрам (до завершения переходных процессов в системе «пучок–среда») рассматривалась в работах [4, 5]. В частности, было показано, что сходимость апертурного зондирования зависит от величины градиентного шага α . В настоящей статье вернемся к этой проблеме и рассмотрим возможность не только определения

экстремума за конечное время, но и постоянного отслеживания адаптивной системой максимума целевой функции управления при нагреве среды пучком.

На рис. 1 линиями равного уровня показано распределение критерия фокусировки $J(4)$ в пространстве координат управления «наклон–фокусировка» в различные моменты времени.

На рис. 2 отмечено «движение» экстремума во времени. Здесь кривая 1 (рис. 2,а,б) – это изменение координат экстремума, а кривая 1 на рис. 2,в – соответствующее изменение критерия в точке максимума. Очевидно, что если в каждый момент времени адаптивная система будет находиться в точке экстремума, то алгоритм коррекции самовоздействия обеспечит наиболее высокую эффективность управления.

Скорость изменения профиля корректора определяется интервалом времени между двумя последовательными итерационными шагами и величиной шага α (величина шага при управлении по наклону $\alpha_{\text{Тилт}}$ может отличаться от величины шага по фокусировке $\alpha_{\text{Фоc}}$). Варьирование этих двух параметров показало, что существуют три варианта реализации управления.

1. Значение α мало ($\alpha_{\text{Тилт}} = 1,0$, $\alpha_{\text{Фоc}} = 0,5$). Алгоритм достигает максимума за время порядка $15\tau_V$ и практически неограниченное время находится в экстремуме. В этом варианте управление является очень медленным и отслеживание изменения координат максимума в начальные моменты времени невозможно.

2. Увеличение градиентного шага, приближение α к оптимальному значению. На рис. 2 этот вариант характеризуется кривыми 2. В интервале от 0 до $4\tau_V$ система отстает от движения максимума, при $4\tau_V$ значения наклона, фокусировки и критерия J приближаются к оптимальным, но алгоритм не «останавливается» в экстремуме, фокусировка продолжает возрастать, что приводит к перефокусировке пучка ($t > 6,5\tau_V$) и уменьшению концентрации светового поля на объекте.

3. Дальнейшее увеличение α (кривые 3 на рис. 2). В этом варианте в начальные моменты времени (до $2\tau_V$) наклон и фокусировка, задаваемые корректором, хотя и отличаются от координат максимума, но наиболее близки к ним по сравнению с двумя предыдущими примерами. При $t > 2\tau_V$ наклон и фокусировка продолжают увеличиваться и превышают оптимальные значения. Критерий J в интервале $[\tau_V; 2\tau_V]$ практически равен значению критерия в экстремуме (кривые 1 и 3 на рис. 2,в), затем становится существенно меньше.

В целом можно сделать вывод, что не удается выбрать оптимальное значение величины градиентного шага, позволяющее отслеживать изменение координат экстремума в начальные моменты времени и удерживать адаптивную систему в режиме оптимальной фокусировки после завершения нагрева среды пучком, т.е. если двигаться слишком «медленно», то система отстает от движения максимума, если слишком «быстро», то невозможно оставаться в экстремуме длительное время.

Поведение алгоритма в варианте 1 можно объяснить, зная особенности применения апертурного зондирования в нелинейной среде, но варианты 2 и 3 (т.е. ответ на вопрос: «Почему адаптивная система выходит из экстремума после попадания в него?») требуют дальнейшего изучения алгоритма управления пучком.

При реализации управления мы полагали, что в каждый из моментов времени апертурное зондирование определяет экстремум функции, приведенной на рис. 1. Каждая точка этой функции является решением задачи нестационарной ветровой рефракции при определенных начальных условиях. При высокой частоте (время между пробными вариациями много меньше характерного времени изменения тепловой линзы) считалось, что функция не изменяется за время выполнения градиентного шага.

Таким образом, в рамках сделанного предположения можно ожидать, что после прогрева среды при величине градиентного шага больше оптимальной

(величина шага не изменяется в процессе управления) координаты управления и критерий фокусировки будут осциллировать в области максимума и амплитуда осцилляций будут тем больше, чем больше величина α . В численных экспериментах этого не наблюдалось.

Одной из возможных причин неточного определения координат экстремума может быть отличие «замороженного» холма от функции, приведенной на рис. 1. Для того, чтобы проверить эту гипотезу, был выполнен следующий численный эксперимент. При координатах управления, соответствующих максимуму целевой функции (наклон равен $-3,0$, фокусировка – единице), решалась задача нестационарной ветровой рефракции до времени $3\tau_L$, затем, при фиксированной тепловой линзе, варьировались координаты управления и рассчитывалось световое поле на объекте (решение задачи распространения при неизменяющейся тепловой линзе).

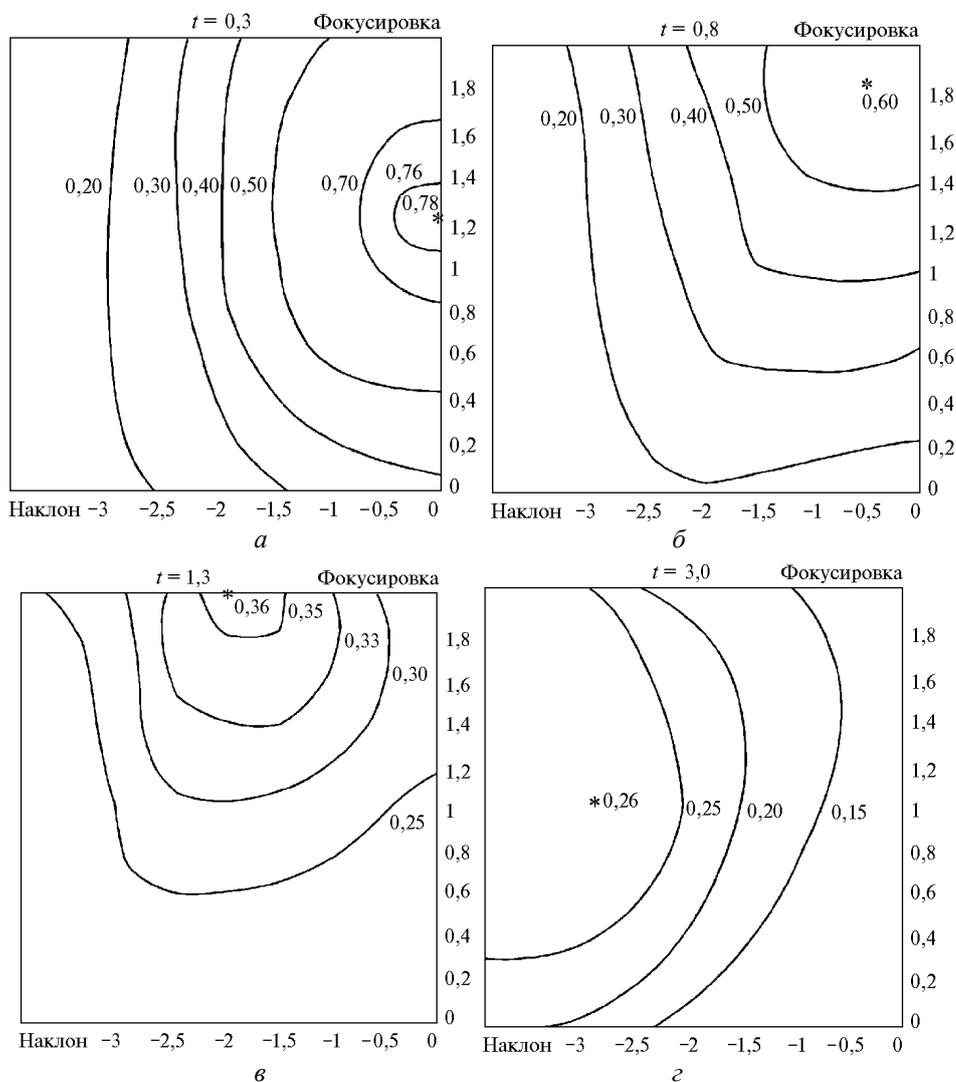


Рис. 1. Распределение критерия $J(t)$ (4) в пространстве координат «наклон–фокусировка» в различные моменты времени. Условия распространения (одинаковые для всех расчетов): $R_v = -100$; $z = 0,5$; $z_{nl} = 0,1$; радиус апертуры приемника $r_a = a_0$

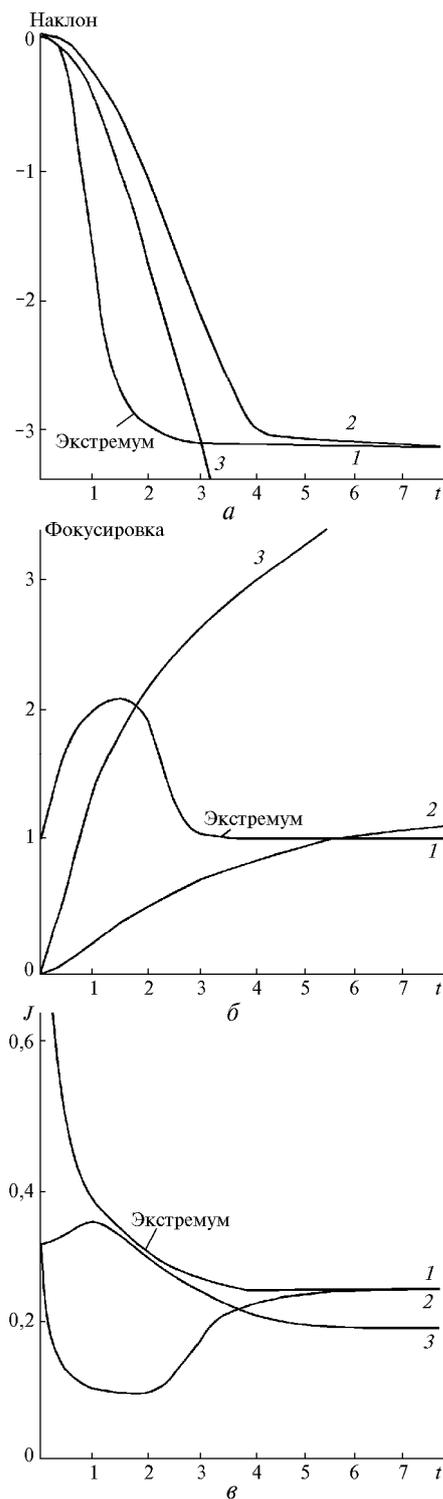


Рис. 2. Изменение координат экстремума (a – наклон, b – фокусировка) и критерия $J(t)$ (θ) при нагреве среды пучком (кривая 1 на всех рисунках) и соответствующие изменения при управлении (кривая 2 – $\alpha_{\text{ТН}} = 2,5$, $\alpha_{\text{Фос}} = 0,2$; кривая 3 – $\alpha_{\text{ТН}} = 2,5$, $\alpha_{\text{Фос}} = 0,5$)

Таким образом, мы моделировали распределение целевой функции таким, каким оно воспринимается «быстрым» апертурным зондированием. Полученное распределение приведено на рис. 3. Видно,

что оно отличается от функции на рис. 1,2, полученной при $3\tau_f$. В частности, максимум имеет следующие координаты: наклон – 3, фокусировка – 2, т.е. оптимальная фокусировка для «замороженного» холма почти в два раза больше, наклон остался без изменения. По-видимому, такое распределение критерия объясняет движение алгоритма в направлении «перефокусировки».

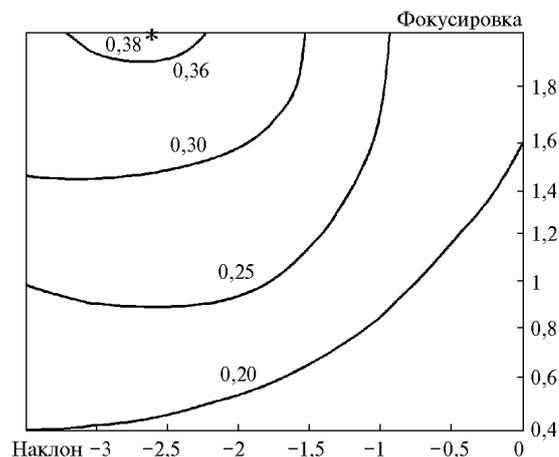


Рис. 3. Распределение критерия $J(t)$ при «замороженной» тепловой линзе

Тепловая линза, рассчитанная для других начальных условий (для плоского фазового профиля), отличается от приведенных на рис. 1,2 и на рис. 3. В этом случае значение оптимальной фокусировки меньше, наклон тот же, что и для двух рассмотренных выше случаев. Функция на рис. 3 переходит в функцию на рис. 1,2, если для каждого набора координат управления решать задачу нестационарной ветровой рефракции в течение $2 - 3\tau_f$.

Так как целевая функция управления, введенная в алгоритм, отличается от функции, экстремум которой необходимо определить, можно заключить, что апертурное зондирование по неустановившимся параметрам является принципиально неустойчивым. Алгоритм не всегда обеспечивает точное определение экстремума (можно ожидать только попадание в область экстремума) и в любом случае с течением времени система выходит из этой области и движется в сторону слишком больших значений фокусировки. Время пребывания в области оптимума зависит от величины градиентного шага, при неудачном выборе α оно может быть очень коротким (как, например на рис. 2 при параметрах, соответствующих кривой 3, когда система находилась в области максимума от 1 до $2\tau_f$).

3. Особенности реализации апертурного зондирования при наличии локальных экстремумов

Условия возникновения и влияние локальных экстремумов на эффективность апертурного зондирования в условиях стационарной ветровой рефрак-

ции были рассмотрены в [1]. Для интенсивных лазерных пучков ($R_V = -100$, $z = 0,5$, $z_{nl} = 0,1$) в пространстве координат управления проявляется дополнительный экстремум при радиусе апертуры приемника, равном $1/4$ начального радиуса пучка.

Решение задачи нестационарной ветровой рефракции позволяет показать, что в начальные моменты времени ($t < 3\tau_V$) имеется только один максимум, второй возникает лишь при $t \geq 3\tau_V$ (рис. 4).

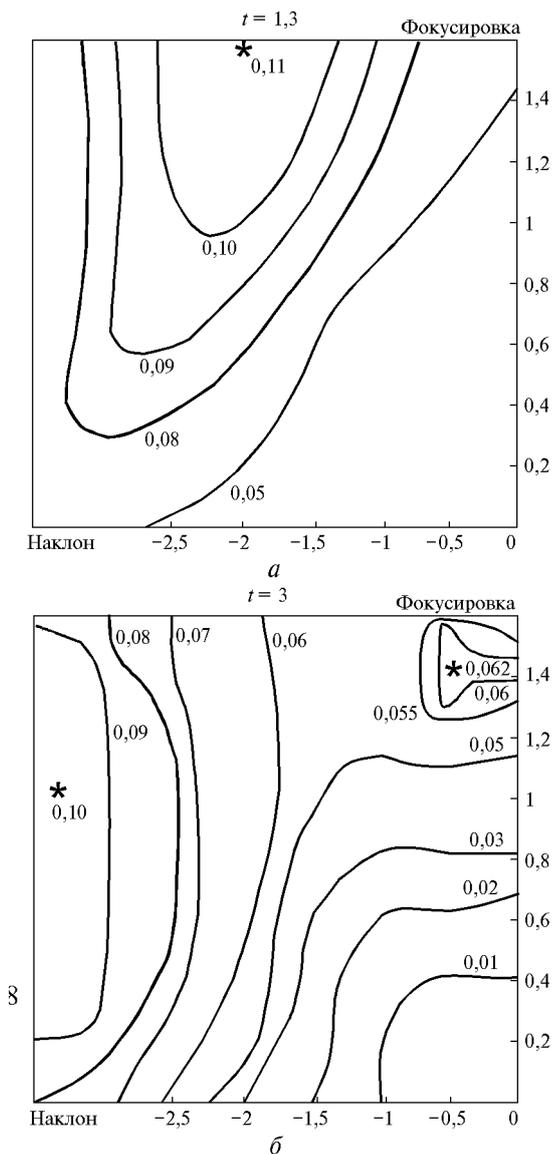


Рис. 4. Иллюстрация возникновения локальных экстремумов. Параметры соответствуют рис. 1, апертура приемника уменьшена в 4 раза ($r_a = a_0/4$)

Поэтому возможно предположить, что если во время прогрева среды пучком алгоритм достаточно точно отслеживает движение глобального экстремума в пространстве координат управления, то влияние локального максимума не будет сказываться на эффективности. Проблемы в реализации управления возникают из-за того, что очень сложно точно удерживать адаптивную систему в экстремуме.

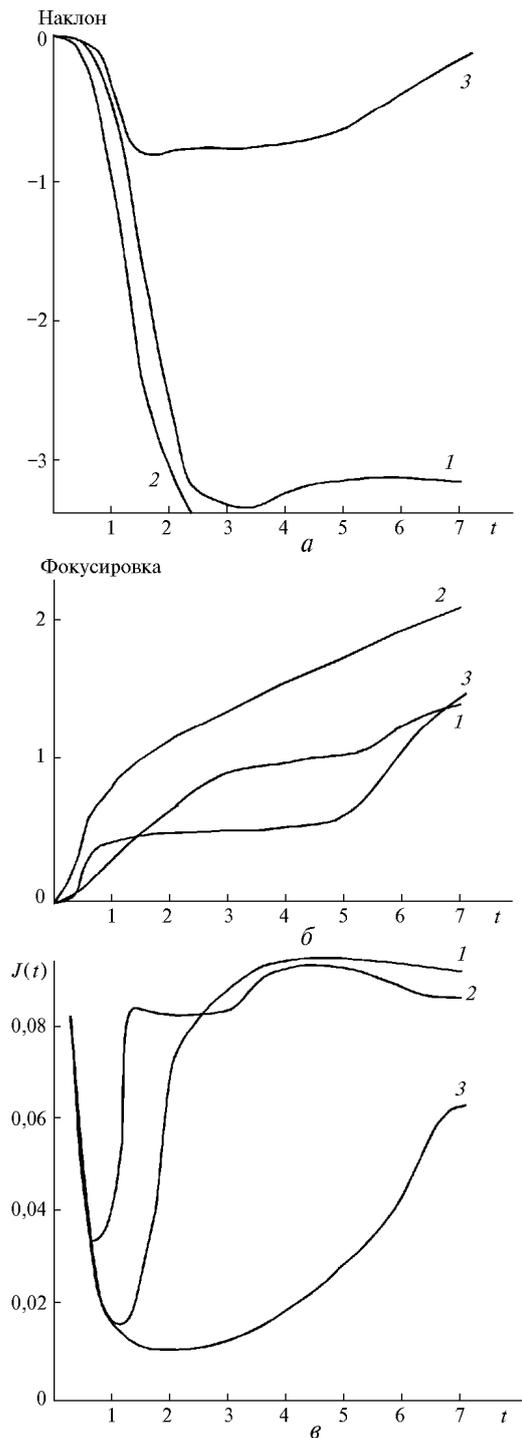


Рис. 5. Изменение наклона (a), фокусировки (b) и критерия фокусировки (J) при управлении. Кривая 1 – $\alpha_{\text{Тит}} = 10$, $\alpha_{\text{Фос}} = 0,7$ (попадание в глобальный экстремум); кривая 2 – $\alpha_{\text{Тит}} = 10$, $\alpha_{\text{Фос}} = 0,8$ (увеличение градиентного шага, ведущее к быстрому выходу из области экстремума); кривая 3 – $\alpha_{\text{Тит}} = 8$, $\alpha_{\text{Фос}} = 0,7$ (прекращение управления в локальном максимуме). Координаты экстремумов и значения критерия в них приведены на рис. 4

Для иллюстрации сказанного на рис. 5 представлено изменение наклона (a), фокусировки (b) и критерия J (ϵ) при управлении в условиях возникновения локальных экстремумов для различных значе-

ний градиентного шага α . В результате длительного подбора нам удалось добиться того, что алгоритм «находит» глобальный экстремум ($\alpha_{\text{Тilt}} = 1,0$, $\alpha_{\text{Foc}} = 0,6$) и удерживается в нем достаточно длительное время (кривые 1 на рис. 5). При уменьшении α адаптивная

система движется в направлении локального экстремума (кривые 3), при увеличении – алгоритм расходится (кривые 2). В отличие от задачи, в которой холм являлся гладким, малая величина градиентного шага не гарантирует попадание алгоритма в максимум.

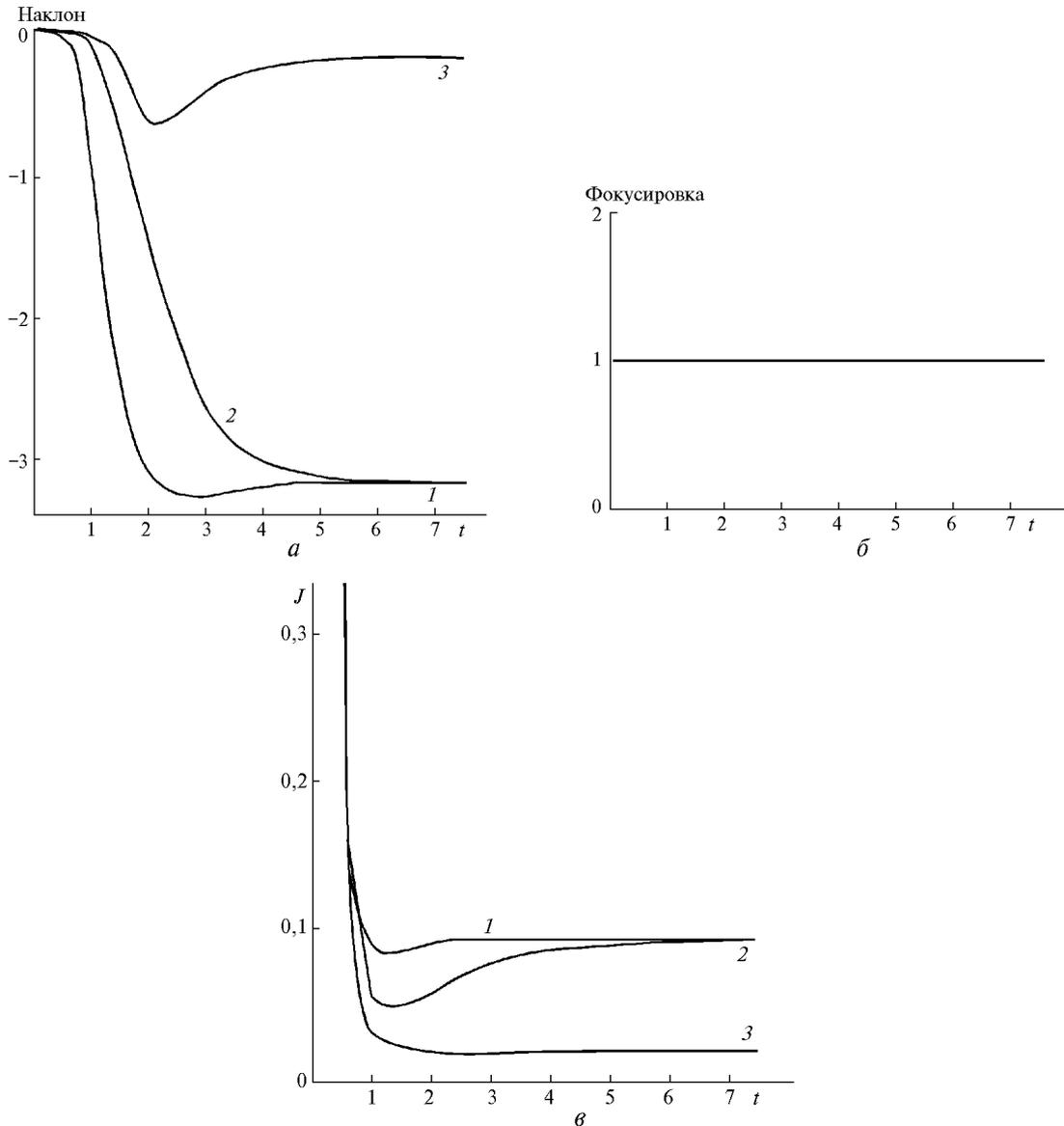


Рис. 6. Иллюстрация управления по наклону. Кривая 1 – $\alpha_{\text{Тilt}} = 10$; 2 – $\alpha_{\text{Тilt}} = 5$ (в обоих случаях управление прекращается в глобальном экстремуме); 3 – $\alpha_{\text{Тilt}} = 2,5$ (прекращение управления в локальном максимуме)

Одной из возможностей коррекции по неустановившимся параметрам является управление в начальные моменты времени только по наклону при фиксированной фокусировке. Это позволяет попасть в область, близкую к глобальному экстремуму в широком диапазоне значений $\alpha_{\text{Тilt}}$, затем можно перейти к одновременному управлению по наклону и фокусировке. Эта возможность иллюстрируется на рис. 6, фокусировка при управлении не изменяется, оставаясь равной оптимальной для линейной среды (также

проводились расчеты для плоского зеркала и для значения фокусировки, равного половине оптимального).

Сравнивая результирующие координаты с рис. 4, можно видеть, что наклон в алгоритме приближается к соответствующей координате глобального максимума (кривые 1 и 2 на рис. 6,а, аналогичные результаты получены для всех рассмотренных значений фокусировки). При этом значение величины градиентного шага по наклону можно выбирать достаточно большим (на рисунке приведены кривые

для $\alpha_{\text{Tilt}} = 5$ и 10 , но были проведены расчеты и с $\alpha_{\text{Tilt}} = 20$). В целом можно сказать, что изменение наклона при нагреве среды пучком алгоритм управления отслеживает достаточно точно, что позволяет адаптивной системе попасть в область, близкую к экстремуму. Точное определение координаты глобального максимума по фокусировке практически невозможно (здесь нужно помнить, что все сделанные выводы относятся к управлению по неустановившемуся полю).

4. Заключение

1. Апертурное зондирование, реализованное по неустановившимся параметрам, обеспечивает лишь приблизительное определение координат экстремума даже для целевой функции, имеющей только один максимум. С течением времени алгоритм выходит из области экстремума и движется в направлении увеличения фокусировки. Время, в течение которого алгоритм находится в области максимума, зависит от величины градиентного шага α : чем меньше значение α , тем больше временной интервал, в течение которого алгоритм находится в максимуме.

2. При нагреве среды пучком практически невозможно подобрать значение величины градиентного шага, обеспечивающее постоянное отслеживание экстремума. При малых значениях α алгоритм в начальные моменты времени «отстает» от движения

холма и находит экстремум только после завершения нагрева среды пучком. При слишком больших α алгоритм быстро выходит из области максимума.

3. В условиях проявления локальных экстремумов «медленное» движение алгоритма (малая величина градиентного шага) приводит к тому, что управление прекращается в локальном максимуме.

4. При управлении только по наклону (фокусировка является фиксированной) возможно точное отслеживание изменения этой координаты глобального максимума как в начальные моменты времени, так и впоследствии. Такой вариант управления приводит к тому, что после завершения переходных процессов алгоритм находится в области глобального максимума. В дальнейшем, для более точного определения координат экстремума, возможно включение управления по обеим координатам с малой величиной шага, при этом локальные максимумы уже не будут влиять на эффективность.

1. Канев Ф.Ю., Лукин В.П., Лавринова Л.Н. // Оптика атмосферы и океана. 1998. Т. 11. № 9. С. 1031–1036.
2. Ахманов С.А., Воронцов М.А., Кандидов В.П., Сухоруков А.П., Чесноков С.С. // Изв. вузов. Радиофизика. 1980. Т. 23. № 1. С. 1–37.
3. Воронцов М.А., Шмальгаузен В.И. Принципы адаптивной оптики. М.: Наука, 1986. 453 с.
4. Малафеева И.В., Чесноков С.С. // Оптика атмосферы и океана. 1993. Т. 6. № 12. С. 1513–1518.
5. Канев Ф.Ю., Чесноков С.С. // Оптика атмосферы. 1989. Т. 2. № 11. С. 1195–1199.

Институт оптики атмосферы СО РАН,
Томск

Поступила в редакцию
31 июля 1998 г.

F.Yu. Kanev, L.N. Lavrinova, V.P. Lukin. Correction of Nonstationary Wind Refraction under Local Extrema in Space of Controlling Coordinates.

Adaptive control by laser beam under thermal blooming based on aperture sounding algorithm is treated in the paper. It is shown that on realization of the algorithm with nonstationary parameters (before a completion of transients in a medium), an adaptive system falls into extremum region and then leaves it. The time necessary for the maximum determination and the duration of stay within the extremum region depends on the gradient step magnitude: at too high magnitude this period can be very short and at too low one the maximum determination time increases.

Much more complicated is the aperture sounding realization at presence of local maxima in the space of controlling coordinates. In this case too small gradient steps are not recommended for they cause a termination of the control in the local extremum.

We have shown that at local extrema presence in initial moment, it is worthwhile to control only the beam wave front inclination at high magnitude of gradient step; that provides falling into global maximum region. Hereafter, for more accurate determination of extremum and enhancing the thermal blooming correction efficiency, a simultaneous control with respect to several coordinates is possible.