

В.П. Аксенов, В.В. Колосов, В.А. Тартаковский, Б.В. Фортес

ОПТИЧЕСКИЕ ВИХРИ В НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ

Институт оптики атмосферы СО РАН, г. Томск

Поступила в редакцию 20.07.99 г.

Представлены результаты исследований в быстро развивающейся области современной физики – сингулярной оптике. Изложены основные свойства оптических вихрей (дислокаций волнового фронта) – главных объектов исследований этого нового научного направления.

Выявлены особенности вихрей, связанные с распространением когерентного света в неоднородной среде. Возникновение вихрей связано с появлением изолированных нулей интенсивности в поперечном сечении оптического пучка, что является необходимым условием их существования.

Предложены новые теоретические подходы к проблеме дислокаций, ставшей особенно актуальной в связи с необходимостью совершенствования атмосферных оптических систем. Оценена эффективность функционирования адаптивной оптики в условиях сильных флуктуаций интенсивности в турбулентной атмосфере.

Тематика исследований по проблемам распространения когерентного оптического излучения в хаотически неоднородных средах формировалась за последние два десятилетия в основном потребностями практики. С развитием управляемых оптических систем возникла проблема изучения тонкой структуры оптических полей в условиях сильных флуктуаций интенсивности $I(x, y, z)$, так называемых спекл-полей, поскольку в таких полях были выявлены объекты, нарушающие регулярный характер поверхностей равной фазы $S(x, y, z) = \text{const}$ и не поддающихся традиционным методам компенсации искажений, применяемым в адаптивной оптике.

Уже первые работы по дислокациям, выполненные Д. Наем, М. Бэрри [1], Н.Б. Барановой, Б.Я. Зельдовичем [2], выявили, что пространственное распределение дислокаций отражает глобальные структурные особенности в конфигурации полей в неоднородных средах, являясь во многих случаях основой волновой картины поля [3–4]. Поэтому появилась необходимость разработки теоретических подходов, детально описывающих условия возникновения и пространственную динамику дислокаций в неоднородных средах, учитывающих различные физические аспекты этого явления, обнаруженные отечественными и зарубежными исследователями [5–12].

Разноплановость этих аспектов проявляется в разнообразии названий, используемых исследователями для обозначения этого феномена. Кроме названия «дислокации волнового фронта», возникшего благодаря сходству с дефектами кристаллической решетки, используются термины «сингулярности фазы», «нули интенсивности», «оптические вихри». Название «оптические вихри», отражающее подобие векторного поля градиента фазы в точках нулей интенсивности вихревому течению жидкости, становится в последнее время наиболее распространенным.

Характерной особенностью спекл-полей является существование изолированных точек в поперечной плоскости, где интенсивность обращается в нуль, фаза не определена, а интегрирование $\nabla_{\perp} S(\rho, z)$ по замкнутому контуру, окружающему такую точку, дает не нулевую циркуляцию:

$$\oint_{\Gamma} \nabla_{\perp} S(\rho, z) d\mathbf{l} = 2\pi m, \quad (1)$$

где $\rho = \{x, y\}$; m – топологический заряд, положительное или отрицательное целое. Поведение интенсивности и вектора Умова–Пойнтинга в окрестности точки нуля ($m = 1$) можно представить в виде

$$I \cong a_x x^2 + a_y y^2 + a_{xy} xy, \quad \mathbf{P}_{\perp} \cong -\mathbf{e}_x ay + \mathbf{e}_y ax. \quad (2)$$

Откуда следует, что в точке нуля и ее окрестности

$$|\mathbf{P}_{\perp}| \cong a |\rho|, \quad \text{rot } \mathbf{P}_{\perp} = 2a \mathbf{e}_z. \quad (3)$$

Приравнивая разложение (2) для интенсивности нулю, получим уравнение вырожденной кривой второго порядка. При этом инвариант D данной кривой

$$D = \begin{vmatrix} a_x & a_{xy} \\ a_{xy} & a_y \end{vmatrix} = a^2$$

может быть больше или равен нулю. Условие $D > 0$ соответствует тому, что интенсивность обращается в нуль в изолированной точке $\rho = 0$ и мы имеем дело с винтовой дислокацией. Условие $D = 0$ соответствует случаю обращения интенсивности в нуль на линии, проходящей через точку $\rho = 0$. Для данного случая $\text{rot } \mathbf{P}_{\perp} = 0$, и распределение фазы не имеет особенностей, характерных для винтовой дислокации. Такая ситуация наблюдается, например, при дифракции излучения на круглом или прямоугольном отверстиях, когда интенсивность обращается в нуль на замкнутых линиях или линиях, уходящих в бесконечность.

Согласно работе [4] физической причиной появления оптических вихрей является интерференция поля от различных участков абберационного волнового фронта. Этот факт определяет возможность различных подходов к анализу поведения спекл-поля. Видимо, наиболее простым является численный анализ интерференционного поля от не-

скольких (как минимум трех) источников плоских или сферических волн [13,14]. Недостатком подхода является то, что он не позволяет проследить за процессами возникновения и аннигиляции вихрей. Для этих целей более удобным является решение задачи дифракции для пучка с абберационным (непараболическим) волновым фронтом [8,13,15]. Оптические вихри возникают также при нелинейной рефракции пучка с первоначально параболическим фронтом [16]. Наиболее сложной задачей является исследование поведения спекл-поля в случайно-неоднородной среде [17].

Распространение оптических волн в неоднородной среде будем рассматривать в скалярном приближении. Отметим, что скалярная постановка задачи достаточна для описания интерференции и дифракции волн. Предположим, что неоднородная среда занимает полупространство $z > 0$ и направление распространения падающей волны совпадает с направлением оси z , пренебрежем рассеянием на большие углы. Тогда для комплексной амплитуды монохроматического волнового поля $U(\rho, z)$ получим параболическое волновое уравнение

$$2ik \frac{\partial U}{\partial z} + \Delta_{\perp} U + k^2 \tilde{\varepsilon}(\rho, z) U(\rho, z) = 0, \quad (4)$$

где $\Delta_{\perp} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ – поперечный оператор Лапласа; $k = 2\pi\lambda$ – волновое число, соответствующее длине волны λ ; $\tilde{\varepsilon} = \frac{\varepsilon - \langle \varepsilon \rangle}{\langle \varepsilon \rangle}$, $\langle \varepsilon \rangle$ – среднее по ансамблю реализаций значение диэлектрической проницаемости среды. В теории распространения волн уравнение (4) широко используется [18], его применимость связана с требованием плавности неоднородностей среды на длине волны, условием малости обратного рассеяния и переходом к френелевскому приближению функции Грина.

В частности, в вакууме ($\tilde{\varepsilon} = 0$) решение уравнения (4) может быть записано в виде

$$U(\rho, z) = \frac{k}{2\pi iz} \int U_0(\rho') \exp \left[\frac{ik(\rho - \rho')^2}{2z} \right] d\rho', \quad (5)$$

где $U_0(\rho') = U(\rho', z = 0)$ – начальное условие.

Представляя поле в виде $U(\rho, z) = \{I(\rho, z)\}^{1/2} \times \exp \{iS(\rho, z)\}$, можно записать эквивалентную (4) систему уравнений эйконала и переноса соответственно:

$$2kI^2 \frac{\partial S}{\partial z} + I^2 \{\nabla_{\perp} S\}^2 = k^2 I^2 \tilde{\varepsilon}(\rho, z) + \frac{1}{2} I \Delta_{\perp} I(\rho, z) - \frac{1}{4} \{\nabla_{\perp} I(\rho, z)\}^2, \quad (6)$$

$$\nabla_{\perp} \{I(\rho, z) \nabla_{\perp} S\} = -k \frac{\partial I}{\partial z}. \quad (7)$$

Величина

$$\mathbf{P}_{\perp} = I(\rho, z) \nabla_{\perp} S(\rho, z)$$

с точностью до постоянного множителя представляет собой среднее за период значение поперечной компоненты вектора Умова–Пойнтинга. При этом продольная компонента $P_z = kI$. Для описания распространения оптических волн в неоднородной среде используются, как правило,

численные схемы решения уравнения для комплексной амплитуды светового поля $U(\rho, z)$ либо его статистических моментов [19]. Как правило, уравнения (6), (7) при решении задач распространения непосредственно не используются. Распространение получил метод дифракционных лучей, основывающийся на уравнении [20, 21]:

$$\frac{d^2 \rho}{dz^2} = \frac{1}{2} \nabla_{\perp} \tilde{\varepsilon}(\rho, z) + \frac{1}{4k^2} \nabla_{\perp} \left\{ \frac{\Delta_{\perp} I(\rho, z)}{I(\rho, z)} - \frac{1}{2} \frac{[\nabla_{\perp} I(\rho, z)]^2}{I^2(\rho, z)} \right\}, \quad (8)$$

где $\rho = \rho(z)$ – текущая поперечная координата дифракционного луча, которую можно получить из уравнения (6). Уравнение (8) связывает вторую производную координаты дифракционного луча с интенсивностью. Дифракционный луч (линия тока энергии) является интегральной кривой поля направлений вектора Умова–Пойнтинга. Направление касательной в каждой точке интегральной кривой совпадает с направлением вектора плотности потока энергии и одновременно с направлением нормали к волновому фронту в данной точке. В соответствии с этим определением дифференциальное уравнение траектории тока энергии (рис. 1) имеет вид

$$\frac{d\rho}{dz} = \frac{\mathbf{P}_{\perp}(\rho, z)}{P_z(\rho, z)} = \frac{1}{k} \nabla_{\perp} S(\rho, z). \quad (9)$$

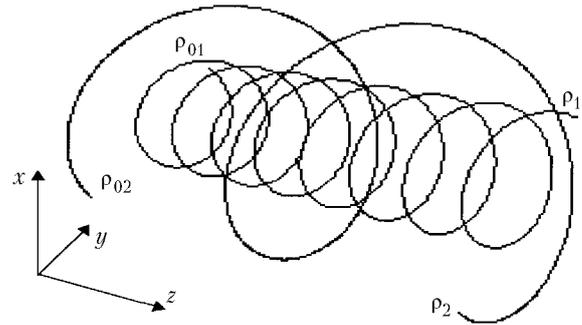


Рис. 1. Поведение линий тока энергии в окрестности дислокации

Фаза задает естественную параметризацию на данной линии [3], так как связана с длиной линии простым дифференциальным равенством

$$dS = k |\theta| dl,$$

где l – длина линии; θ – единичный вектор, направление которого совпадает с направлением вектора Умова–Пойнтинга. В рамках параксиального приближения для изменения фазы вдоль линии тока энергии следует выражение

$$S = k \int_{z_0}^{z_1} dz \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{d\rho}{dz} \right)^2 \right] = k \int_{z_0}^{z_1} dz \left[1 + \frac{1}{2} (\mathbf{P}_{\perp}/I)^2 \right].$$

Разность фаз между двумя произвольными точками, лежащими в одной плоскости, перпендикулярной оси распространения излучения, может быть вычислена следующим образом:

$$\Delta S_{\text{пл}} = \int_{\rho_1}^{\rho_2} d\mathbf{l}_{\perp} \nabla_{\perp} S(\rho, z_0) = k \int_{\rho_1}^{\rho_2} \Gamma^{-1} [P_x d\mathbf{l}_x + P_y d\mathbf{l}_y],$$

где $d\mathbf{l}_{\perp} = \{dl_x, dl_y\}$ – элемент линии, соединяющей точки ρ_1 и ρ_2 ; $\mathbf{P}_{\perp} = \{P_x, P_y\}$ – поперечная составляющая вектора

Умова–Пойнтинга. Отметим, что для спекл-поля данная разность фаз зависит от выбора линии, соединяющей эти точки. Для двух различных линий разность фаз отличается на четное число π , если линии не пересекают дислокации, и на нечетное число π , если одна из линий пересекает одну дислокацию.

Были выполнены следующие расчеты фазы. В плоскости $z = z_0$ выбирались две точки ρ_{01} и ρ_{02} , разность фаз между которыми, вычисленная в данной плоскости вдоль прямой линии, соединяющей их, равнялась нулю. Вычислялись траектории линий тока, исходящих из данных точек и пересекающих плоскость $z = z_1$ в точках ρ_1 и ρ_2 , и набег фазы вдоль первой линии; S_1 – набег фазы вдоль первой линии; S_2 – вдоль второй). Далее вычислялась разность фаз $\Delta S_{\text{пл}}$ между точками ρ_1 и ρ_2 в плоскости $z = z_1$ вдоль прямой линии (не пересекающей дислокацию). Для любых пар линий получали соотношения

$$S_1 - S_2 = \Delta S_{\text{пл}} + 2\pi n,$$

где n – целое число.

При приближении начальной точки ρ_{01} к дислокации увеличивалось число оборотов, совершаемых линией тока энергии вокруг дислокации между зафиксированными плоскостями. С ростом числа таких оборотов n возрастало и при стремлении ρ_{01} к точке дислокации стремилось к бесконечности.

В каждой плоскости, перпендикулярной оси распространения, можно ввести линии тока векторного поля \mathbf{P}_\perp , уравнение для которых имеет вид

$$\frac{dx}{dy} = I(\rho, z) \frac{\partial S(\rho, z)}{\partial x} / \left[I(\rho, z) \frac{\partial S(\rho, z)}{\partial y} \right]. \quad (10)$$

В точках, где интенсивность обращается в нуль, не выполняются условия однозначности и непрерывности правых частей уравнений (9), (10) и их первых производных, поэтому эти точки на плоскости (x, y) (или линии в пространстве (x, y, z)) являются особыми точками векторного поля \mathbf{P}_\perp [22,23]. Когда таких особых точек становится много, что характерно для условий насыщенных меридианной интенсивности [6], описание волнового поля с помощью дифракционных лучей уже проблематично. Это связано с тем, что уравнение (8) получается из (6) благодаря воздействию на последнее оператора ∇_\perp . При этом в строгом выражении

$$\nabla_\perp (\nabla_\perp S)^2 = 2(\nabla_\perp S \nabla_\perp) \nabla_\perp S + 2\nabla_\perp S \times \text{rot} (\nabla_\perp S)$$

опускается второе слагаемое. Однако второе слагаемое тождественно равно нулю только в случае, когда поле градиента фазы является потенциальным, т.е. в отсутствие дислокаций.

Поэтому в [24, 25] был предложен «гидродинамический» подход для описания волновых полей с дислокациями волнового фронта, использующий структурное подобие векторного поля $\nabla_\perp S$ и векторного поля скорости потенциального плоского течения сжимаемой жидкости. В гидродинамике [26] существует понятие «кругового течения от изолированного вихря». Вектор вихря такого течения равен нулю всюду, кроме точки сингулярности, где он обращается в бесконечность. При этом полная скорость жидкости является суммой потенциальной скорости и суперпозиции круговых скоростей от точечных вихрей. Векторное поле градиента фазы волны с дислокациями обладает по-

добными свойствами и позволяет ввести на основе свойства (1) вектор вихря (ротор) градиента фазы

$$\mathbf{e}_z \Omega(\xi, \eta, z) = \text{rot} \{ \nabla_\perp S(\rho, z) \} = \mathbf{e}_z 2\pi m \delta(x - x_d, y - y_d),$$

где m – положительное или отрицательное целое; $\delta(x, y)$ – дельта-функция Дирака. При этом для системы дислокаций может быть записано следующее представление градиента фазы:

$$\nabla_\perp S(\rho, z) = \nabla_\perp S_0(\rho, z) - \frac{1}{2\pi} \iint_{-\infty}^{\infty} d\xi d\eta \Omega(\xi, \eta, z) \times \frac{\mathbf{e}_x (y - \eta) - \mathbf{e}_y (x - \xi)}{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}, \quad (11)$$

где $\nabla_\perp S_0(\rho, z)$ – дивергентная часть градиента, удовлетворяющая условию

$$\text{rot} \{ \nabla_\perp S_0(\rho, z) \} = 0. \quad (12)$$

Соотношения (6), (7), свойства векторного поля $\nabla_\perp S(\rho, z)$, а также правила дифференциальных преобразований векторных полей дают возможность получить вместо уравнения эйконала (6) уравнение эволюции ротора градиента фазы

$$\mathbf{e}_z \frac{\partial}{\partial z} \Omega(\rho, z) = \frac{1}{4k} \nabla_\perp \left\{ \nabla_\perp \left[\frac{\Delta_\perp I(\rho, z)}{I(\rho, z)} - \frac{1}{2} \frac{[\nabla_\perp I(\rho, z)]^2}{I^2(\rho, z)} \right] \right\}. \quad (13)$$

Вводя в рассмотрение плотность «фазовых источников»

$$Q(\rho, z) = \text{div} \{ \nabla_\perp S_0(\rho, z) \},$$

запишем следующее уравнение:

$$k \frac{\partial}{\partial z} Q(\rho, z) + [\Omega(\rho, z)]^2 - \frac{\partial S}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} \Omega(\rho, z) + \frac{\partial S}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x} \Omega(\rho, z) + \frac{\partial}{\partial x} \{ \nabla_\perp S(\rho, z) \nabla_\perp \} \frac{\partial S}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \{ \nabla_\perp S(\rho, z) \nabla_\perp \} \frac{\partial S}{\partial y} = \frac{1}{2} \Delta_\perp \left\{ \tilde{\varepsilon}(\rho, z) - \frac{1}{2} \frac{\nabla_\perp I(\rho, z)}{I^2(\rho, z)} + \frac{1}{4} \frac{[D_\perp I(\rho, z)]^2}{I(\rho, z)} \right\}. \quad (14)$$

Ротор градиента фазы отличен от нуля на линиях сингулярности правой части уравнения (13), соответствующих нулям интенсивности – нуль-линиям. Для численного описания волновых полей с помощью полученной системы должна быть обеспечена регуляризация правых частей сингулярных уравнений (13), (14) по правилам регуляризации обобщенных функций [27]. При этом неизвестные функции $\nabla_\perp S_0(\rho, z)$ и $\Omega(\rho, z)$ регуляризируются автоматически как результат вычислений. Регуляризация правых частей может быть осуществлена их сверткой «шапочкой» [27]:

$$\omega_\varepsilon(x) = \begin{cases} C_\varepsilon \exp \left\{ -\frac{\varepsilon^2}{\varepsilon^2 - |x|^2} \right\}, & |x| \leq \varepsilon, \\ 0 & |x| > \varepsilon, \end{cases}$$

где C_ε – нормализующая константа. На рис. 2 приведен вид скалярной функции, рассчитанной для сингулярной фазы лаггер-гауссова лазерного пучка [23]. При этом

предполагалось, что процедура регуляризации и расчета вектора вихря (ротора) градиента фазы выполняется с 10%-й погрешностью. Регуляризация приводит к тому, что $\Omega(\rho, z)$ приобретает вид гладких «холмов» и «долин» (соответствующих противоположным направлениям винтовой закрутки) с «высотой» или «глубиной», отвечающей абсолютной величине топологического заряда.

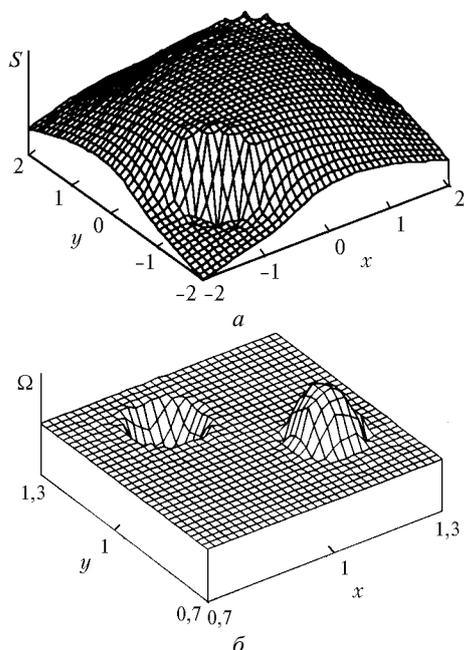


Рис. 2. Сингулярности фазы и ротор фазового градиента: *a* – исходное распределение фазы лазерного пучка; *б* – регуляризованный ротор градиента фазы

Как уже упоминалось, появление оптических вихрей в световой волне сопровождается возникновением нулей интенсивности. Сам по себе нуль не является объектом, который может быть непосредственно зарегистрирован в натурном эксперименте. Проблематичной является его локализация и в численных экспериментах, моделирующих распространение оптической волны в турбулентной среде. Это связано с тем, что для такого моделирования используются сеточные функции, определенные в конечном числе точек. Положение нулей, как правило, не совпадает с этими точками. Поэтому для регистрации нулей необходимо использовать косвенные признаки. Одним из них является хорошо известная дихотомия интерференционных полос [1, 2]. В точках действительных нулей происходит раздвоение линий максимумов или минимумов интерференционной картины, появление и исчезновение интерференционных полос. Этот признак не локализован, он наблюдаем и говорит о наличии действительных нулей первого порядка у волновой функции. Характерный вид поведения интерференционных линий при интерференции спекл-поля с плоской волной представлен на рис. 3.

Разветвление интерференционных полос в одной точке на три и более объясняется наличием в этой точке действительного нуля более высокого порядка. Они возникают, когда волна имеет достаточно широкий спектр пространственных частот, что проявляется в сближении и соединении линий изменения знака.

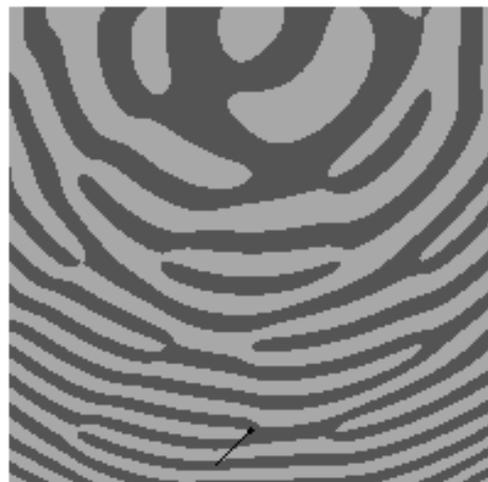


Рис. 3. Результат интерференции спекл-поля с плоской волной. На представленном фрагменте имеется 16 дислокаций волнового фронта

Фокальное пятно от апертуры, в центре которой находится нуль, существенно отличается от пятна, когда нуль отсутствует. При достаточной вытянутости линий равной интенсивности, имеющих форму эллипса, интенсивность вдоль главной оси эллипса близка к нулю, а максимальные значения интенсивности наблюдаются в областях, удаленных от этой оси. Фурье-преобразование от такого поля представляет собой дублет [28]. Вид такого дублета в фокальной плоскости представлен на рис. 4.



Рис. 4. Распределение интенсивности в фокальном пятне от апертуры, содержащей фазовую дислокацию первого порядка

В случае когда форма линий равной интенсивности близка к круговой, кольцевым будет и распределение интенсивности в фокальной плоскости. Такое распределение интенсивности, имеющее минимум в центре и возрастающее к краям, приводит к увеличению второго радиального момента инерции по сравнению с гауссовым распределением.

В численном эксперименте оценивалась ширина пятен в фокальной плоскости субапертур гартмановского датчика в зависимости от интенсивности турбулентности для ситуаций, когда нули присутствовали либо отсутствовали в апертуре. Ширина вычислялась как среднее отношение второго радиального момента инерции к нулевому моменту в степени $1/2$. Число экспериментов изменялось

от 20 до 300 в зависимости от наличия точек нулей в апертуре при проведении численного эксперимента. Порядок матрицы равнялся 96 и соответствовал одному метру.

Наблюдалось монотонное увеличение ширины фокальных пятен или ширины спектра пространственных частот волны с нулями интенсивности во всем диапазоне изменения радиуса когерентности от слабых до сильных флуктуаций интенсивности. Имела место также тенденция к насыщению ширины фокальных пятен с уменьшением радиуса когерентности, когда в субапертуре отсутствуют нули. Действительно, с усилением флуктуаций отсутствие нуля в субапертуре становится все менее вероятным, поэтому увеличение размера фокальных пятен в этих условиях происходит преимущественно за счет увеличения числа действительных нулей. Этот факт соответствует выводу работы [29], в соответствии с которым число нулей пропорционально ширине углового спектра поля, если оно имеет нормальную плотность вероятности.

Кроме того, известно, что экспериментальные данные хорошо подтверждают вывод о нормальности плотности вероятности логарифма амплитуды (уровня) в тех случаях, когда применимо первое приближение МПВ. Но нормальный закон флуктуаций уровня не допускает возникновения нулей интенсивности. В работе [30] отмечено, что после появления нулей случайный процесс флуктуаций уровня перестает быть нормальным.

Интересна область, где начинают возникать нули. Результаты численного эксперимента по сопоставлению поведения индекса мерцания плоской волны и вероятности появления нулей интенсивности при увеличении силы турбулентности были опубликованы в [6, 31]. В области больших радиусов когерентности, что соответствует слабой турбулентности (т.е. отсутствие нулей), наблюдается монотонное возрастание индекса мерцания волны. После того как индекс мерцания достигнет 0,7, вероятность появления нулей возрастает более чем в 30 раз при изменении радиуса когерентности от 20 до 14 см.

Рассмотрено распространение в неоднородной среде [32] вдоль координатной оси z первоначально гауссова пучка с множителем $r^n e^{in\theta}$ в начальной плоскости $z = 0$:

$$W(r) = r^n e^{in\theta} \exp \left\{ \frac{r^2}{2c^2} - ik \frac{r^2}{2R^2} \right\},$$

где r и θ – полярные координаты; c и R – константы, характеризующие начальную ширину пучка и кривизну волнового фронта. Введенный множитель создает нуль порядка n в начале координат и соответствующий оптический вихрь вокруг этого нуля. До определенных дистанций вихрь сохраняется при распространении волны в неоднородной среде. Усиление турбулентности в конечном итоге нарушит первоначальное монотонное изменение фазы вокруг нулевой точки, и вихрь исчезнет. Для исследования этого явления был проведен численный эксперимент. Порядок матрицы отсчетов был равен 100, что обеспечивало адекватность дискретных функций их непрерывным прототипам. Использовались два фазовых экрана для моделирования неоднородной среды со спектральной плотностью показателя преломления, соответствующего атмосферной турбулентности в инерционном интервале. Закон сохранения энергии выполнялся в модели с машинной точностью.

В численном эксперименте определялась длина трассы в неоднородной среде, на которой сохранялся оптиче-

ский вихрь в гауссовом пучке. Наличие вихря при распространении волны в неоднородной среде устанавливалось визуально по наличию или отсутствию монотонной функции фазы вокруг точки нуля. Рассматривались два варианта: наличие монотонной фазы в кольцевой области, где велика интенсивность волны, и в малой окрестности точки нуля, где интенсивность мала. Вероятность сохранения вихря определялась отношением благоприятных случаев к объему выборки, равному 10.

Анализ результатов показывает, что оптический вихрь с более высоким порядком лучше сохраняется при распространении в неоднородной среде. Это понятно, так как чем выше несущая частота, тем более широкий спектр может иметь модулирующее колебание без потери свойств аналитического сигнала у модулируемой волны. Большую устойчивость вихря в центральной части пучка, нежели чем в кольцевой области, можно объяснить степенным спектром неоднородностей показателя преломления среды. При таком спектре крупномасштабные неоднородности сильнее влияют на флуктуации фазы волны.

Поскольку концепция адаптивной оптики базируется на понятиях типа «фаза опорной волны», «корректор фазы», «датчик волнового фронта», то неудивительно, что проблема фазовых дислокаций тесным образом связана с проблемами адаптивной оптики. При этом с практической точки зрения важными являются следующие вопросы:

- 1) как сильно будет падать эффективность существующих методов и средств адаптивной оптики под влиянием фазовых дислокаций;
- 2) как построить датчик и корректор фазовых искажений для эффективной работы в такой ситуации;
- 3) как меняются требования к основным техническим характеристикам адаптивной оптической системы, предназначенной для работы в условиях сильных флуктуаций интенсивности.

Ответ на первый вопрос дают работы [33–35]. В [33, 34] показано, что коррекция только «безвихревой» части фазы приводит к заметному снижению эффективности фазовой коррекции турбулентных искажений, начиная с длин трасс, соответствующих длине дифракции на радиусе когерентности, т.е. фактически при переходе в область сильных флуктуаций интенсивности.

В то же время амплитудно-фазовая коррекция позволяет почти полностью устранить турбулентное уширение пучков, а идеальная фазовая коррекция остается почти такой же эффективной, как и амплитудно-фазовая. Этот вывод находится в согласии с результатами эксперимента Ливерморской лаборатории [35].

Таким образом, принципы построения адаптивной системы, предназначенной для работы в области сильных флуктуаций интенсивности, при наличии дислокаций фазы в опорной волне должны быть иными, чем в области слабых флуктуаций. Это прежде всего касается конструкции датчика волнового фронта и заложенного в него алгоритма.

Расчеты, проведенные в [33], показали, что возникновение дислокаций не накладывает новых требований на конструкцию корректора – корректор должен быть составным и размер элемента должен быть сравним с радиусом когерентности. В то же время традиционные подходы к построению фазового датчика становятся неадекватными, и причины тут две. Во-первых, практически все типы существующих адаптивных датчиков – это датчики локальных наклонов, а не разностей фаз, а во-вторых, существ-

вующие алгоритмы расчета фазы по всей апертуре рассчитаны на «гладкую» фазу.

В основе существующих алгоритмов лежит идея о том, что разности фаз, просуммированные по замкнутому контуру, должны давать нуль в отсутствие ошибок и шумов измерения [5, 36, 37]. Математически это соответствует тому, что циркуляция градиента потенциальной функции равна нулю [38]. Ненулевое значение интерпретируется как ошибка измерения, некая невязка алгоритма датчика. Соответственно алгоритм вычисления значений фазы, приписываемых субапертурам, должен минимизировать сумму квадратов невязок или аналогичную величину.

Если же внутри контура оказывается дислокация, то соответствующая сумма равна не нулю, а $2\pi l$ плюс ошибка измерений. В этом случае можно пользоваться алгоритмом [39, 40], который отбрасывает $2\pi l$ при вычислении невязок. Однако здесь возникает проблема, связанная с тем, что при использовании гартмановского или аналогичного датчиков волнового фронта, которые измеряют локальные наклоны волнового фронта, быстро возрастает ошибка оценивания разности фаз, определяемой через произведение локального наклона на размер субапертуры [33]. Косвенно это проявляется и в относительном уменьшении выигрыша использования составного адаптивного зеркала с коррекцией локальных наклонов и поршневой фазы в сравнении с корректором, сегменты которого компенсируют только поршневую фазу [33].

Как уже было сказано, требуемый для коррекции турбулентных искажений размер сегмента составного адаптивного зеркала не меняется при переходе в область сильных флуктуаций интенсивности (рис. 5). Это справедливо также в отношении быстродействия адаптивной системы [33]. На рис. 5 показана зависимость нормированной интенсивности изображения точечного источника в фокусе адаптивного телескопа от длины турбулентного слоя, через который ведется наблюдение. Датчик aberrаций предполагается идеальным, а корректор – составным, с размером сегмента d . Здесь $r_0 = (0,49 k^2 C_n^2 L)^{-3/5}$ – радиус Фрида; C_n^2 – структурная постоянная показателя преломления.

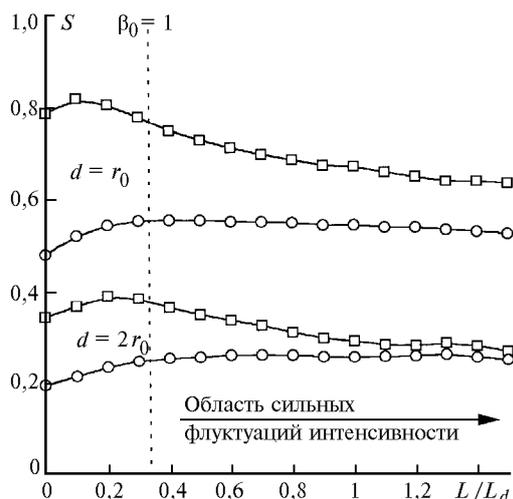


Рис. 5. Зависимость параметра Штреля от нормированной длины трассы $L/(kr_0^2)$ в адаптивной системе с составным корректором. Кружки – управление положением элементов корректора, квадратики – управление положением и наклонами; d – размер элемента составного корректора

Таким образом, проблема заключается в построении датчика разностей фаз. Оптимальным был бы датчик, измеряющий разность фаз между центральной и всеми остальными апертурами, при этом длины волн опорного и корректируемого излучения должны совпадать. Возможным решением представляется некий интерферометрический датчик, определяющий разность фаз по положению интерференционной полосы. Как на работу такого датчика будут влиять флуктуации интенсивности – пока неясно. Возможно, выравнивание интенсивности опорной волны с помощью некоего нелинейного усилителя могло бы решить проблему.

Выше отмечалось, что возникновение дислокаций в опорной волне возможно не только в результате случайных флуктуаций фазы, но и в других случаях, например при компенсации теплового расплывания в регулярной среде. Как было показано в [16], в процессе адаптивной коррекции в опорном пучке могут возникнуть дислокации фазы. Кроме того, именно возникновение дислокаций фазы в опорном пучке является механизмом, определяющим итерационный или автоколебательный режим работы фазосопрягающей адаптивной оптической системы при коррекции теплового расплывания.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ, проект № 99-02-18134.

1. Nye J.F. and Berry M.V. // Proc. R. Soc. London Ser. 1974. A336. P. 165–190.
2. Баранова Н.Б., Зельдович Б.Я. // ЖЭТФ. 1981. Т. 80. Вып. 5. С. 1789–1797.
3. Журавлев В.А., Кобозев И.К., Кравицов Ю.А. // ЖЭТФ. 1992. Т. 102. Вып. 2(8). С. 483–494.
4. Berry M. Singularities in waves and rays // Physics of Defects / Eds.: R. Balian, M. Klemann, and J.-R. Poirier. Amsterdam: North-Holland, 1983. P. 525–528.
5. Fried D.L. and Vaughn J.L. // Appl. Optics. 1992. V. 31. N 15. P. 2865–2882.
6. Арсеньев Т.И., Кауль С.И., Короленко П.В., Убогов С.А., Федотов Н.Н. // Радиотехника и электроника. 1992. Т. 37. N 10. С. 1773–1777.
7. Basistiy I.V., Bazhenov V.Yu., Soskin M.S., and Vasnetsov M.V. // Optics Communications. 1993. V. 103. P. 422–428.
8. Brambilla M., Battipede F., Lugiato L.A., Penna V., Prati F., Tamm C., and Weiss C.O. // Phys. Rev. 1991. V. A43. P. 5114–5120.
9. Abramochkin T.G., Volostnikov V.G. // Optics Communications. 1989. V. 74. P. 144–148.
10. Arecchi F.T., Giacomelli G., Ramazza P.L., Residori S. // Phys. Rev. Lett. 1991. V. 67. P. 3749–3752.
11. Swartzlander G.A., Law Jr., and Law C.T. // Phys. Rev. Lett. 1992. V. 69. N 17. P. 2503–2506.
12. Freund I. // Optics Communications. 1997. V. 137. P. 118–126.
13. Розанов Н.Н. // Оптика и спектроскопия. 1993. Т. 75. Вып. 4. С. 861–867.
14. Колосов В.В. // Оптика атмосферы и океана. 1996. Т. 9. N 12. С. 1631–1638.
15. Аксенов В.П., Банах В.А., Тихомирова О.В. Потенциальные и вихревые свойства оптических спекл-полей // Оптика атмосферы и океана. 1996. Т. 9. N 12. С. 1450–1455.
16. Лукин В.П., Фортес Б.В. // Оптика атмосферы и океана. 1995. Т. 8. N 3. С. 435–447.
17. Тартаковский В.А., Майер Н.Н. Дислокации фазы и минимально-фазовое разложение волновой функции // Оптика атмосферы и океана. 1995. N 3. Т. 8. С. 448–450.
18. Рытов С.М., Кравицов Ю.А., Татарский В.И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. 2. Случайные поля. М.: Наука, 1978. 463 с.
19. Кандидов В.П. // УФН. 1996. Т. 166. N 12. С. 1309–1338.

20. Беспалов В.И. // Нелинейная оптика: Труды Второго всесоюзного симпозиума по нелинейной оптике. Новосибирск: Наука, 1968. С. 428–463.
21. Колосов В.В. // Оптика атмосферы и океана. 1995. Т. 5. N 4. С. 397–403.
22. Баутин Н.Н., Леонтович Е.А. Методы и приемы качественного исследования динамических систем на плоскости. М.: Наука, 1990. 488 с.
23. Aksenov V.P., Vanakh V.A., Tikhomirova O.V. // Appl. Optics. 1998. V. 37. N 21. P. 4536–4540.
24. Аксенов В.П. // IV Симпозиум «Оптика атмосферы и океана»: Тезисы докл. Томск: Изд-во «Спектр» ИОА СО РАН, 1997. С. 43–44.
25. Aksenov V.P. // SPIE Proceedings. 1998. V. 3487. С. 42–45.
26. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т. 1. М.: Наука, 1983.
27. Гельфанд И.М., Шилов Г.Е. Обобщенные функции и действия над ними. М.: Физматгиз, 1959.
28. Тартаковский В.А., Майер Н.Н. Дислокации фазы и фокальные пятна // Оптика атмосферы и океана. 1996. N 11. Т. 9. С. 1457–1461.
29. Баранова Н.Б., Зельдович Б.Я., Мамаев А.В., Пилипецкий Н.Ф., Шкунов В.В. Исследование плотности дислокаций волнового фронта световых полей со спекл-структурой // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 1982. Т. 83. Вып. 5(11). С. 1702–1710.
30. Войцехович В.В., Кузнецов Д., Морозов Д.Х. Density of turbulence-induced phase dislocations // Appl. Optics. 1998. V. 37. N. 21. P. 4525–4535.
31. Тартаковский В.А., Майер Н.Н. Dispersion relation for real-plane zeros as a solution of a special phase problem // Fiveth International Symposium «Atmospheric and Oceanic Optics». Tomsk: IAO SB RAS. June 15–18, 1998; // Proceedings SPIE. Atmospheric and Ocean Optics. 1998. V. 3583–46. P. 301–306.
32. Тартаковский В.А., Майер Н.Н. Световой пучок с азимутальной несущей в вакууме и неоднородной среде // Оптика атмосферы и океана. 1998. N 11. Т. 11. С. 1169–1170.
33. Фортес Б.В. // Оптика атмосферы и океана. 1999. Т. 12. N 5. С. 422–427.
34. Лукин В.П., Фортес Б.В. // Тезисы III межресп. симп. «Оптика атмосферы и океана». Томск, 1996. С. 28–29.
35. Primmerman C.A., Price T.R., Humphreys R.A., Zollars B.G., Barclay H.T., Herrmann J. // Appl. Opt. 1995. V. 34. N 12. P. 2081–2089.
36. Hudgin R.H. // J. Opt. Soc. Am. 1977. V. 67. P. 375–378.
37. Hunt B.R. // J. Opt. Soc. Am. 1979. V. 69. P. 393–399.
38. Herrmann J. // J. Opt. Soc. Am. 1980. V. 70. P. 28–35.
39. Takajo H., Takahashi T. // J. Opt. Soc. Am. A. 1988. V. 5. N 3. P. 416–425.
40. Takajo H., Takahashi T. // J. Opt. Soc. Am. A. 1988. V. 5. N 11. P. 1818–1827.

V.P. Aksenov, V.V. Kolosov, V.A. Tartakovskii, B.V. Fortes. **Optical Vortices in Inhomogeneous Media.**

The results of investigation in modern physics region – singular optics – are presented in the paper. Basic properties of optical vortices (dislocations of wave front), main objects of the investigation, are described.

The vortices' peculiarities connected with propagation of coherent light in inhomogeneous medium are clarified. Initiation of the vortices is caused by occurrence of isolated zeros of intensity in cross-section of optical beam being the necessary condition for their existence.

New theoretical approaches to the dislocations problem are proposed, which is particularly topical in improvement of atmospheric optical systems. An efficiency of adaptive optics functioning under conditions of the intensity strong fluctuations in turbulent atmosphere is estimated.