

Г.Д. Чеботарев, О.О. Пруцаков, Е.Л. Латуш

**Динамика катафореза в импульсно-периодическом разряде***Ростовский государственный университет, г. Ростов-на-Дону*

Поступила в редакцию 7.10.2001 г.

Исследованы процессы установления во времени продольного распределения паров металла в импульсно-периодическом разряде при катафорезном вводе паров. В частности, получено усредненное за достаточно большое число импульсов решение нестационарного уравнения диффузии для плотности паров металла. Проведены расчеты аксиальных распределений паров металла для разных моментов времени. Определены критерии однородности этих распределений. Найдены времена установления однородного распределения в типичных для импульсно-периодических ЛПМ условиях. Эти времена имеют достаточно малую величину (порядка секунды). Полученные результаты свидетельствуют о перспективности использования катафореза в импульсно-периодических ЛПМ для формирования однородных активных сред и позволяют осуществлять целенаправленный выбор режимов возбуждения, обеспечивающих высокую степень их однородности и, как следствие, высокие выходные характеристики.

**Введение**

Катафорез давно и успешно используется в непрерывных ионных лазерах на парах металлов (ЛПМ) для создания однородного распределения паров вдоль активной длины [1–4]. Наиболее распространенным лазером такого типа является He–Cd-лазер ( $\lambda = 441,6$  и  $325$  нм). Он же имеет наибольший из всех ЛПМ коммерческий успех и применяется в самых разнообразных областях, благодаря простоте и надежности конструкции, не намного более сложной, чем у He–Ne-лазера, и удобству эксплуатации.

В работах [5–7] нами впервые был применен катафорезный способ ввода паров в активные среды импульсно-периодических ЛПМ, в частности He–Cd ( $\lambda = 533,7$  и  $537,8$  нм) и He–Sr ( $\lambda = 430,5$  нм) лазеров. До этого в импульсно-периодических лазерах такой способ не применялся, хотя использовались различные виды принудительной прокачки смеси. Было показано, что катафорез и в импульсном режиме может вполне успешно справляться с задачей однородного распределения паров в активной зоне, при этом разрядный канал не загромождается кусочками металла и отсутствует возникновение дугового разряда на них с неконтролируемым испарением; появляется возможность независимого регулирования энерговклада и давления паров металла и отпадает необходимость в насосах для принудительной прокачки смеси.

Результаты работ [5–7] показали не только возможность, но и перспективность использования катафореза для лазеров с импульсно-периодическим режимом работы. Так, для малогабаритного He–Sr-лазера с диаметром разрядного канала 3 мм и длиной активной части 26 см при катафорезной прокачке паров Sr было получено рекордное значение удельной средней мощности генерации  $P_{av}^{sp} = 277$  мВт/см<sup>3</sup>. Проведен-

ные оценки показали, что скорости прокачки паров в импульсно-периодическом режиме при определенных условиях могут быть соизмеримы со скоростями в непрерывных ЛПМ. Однако для создания эффективных импульсных катафорезных лазеров, наряду с достаточно высокой скоростью прокачки, необходимым условием является достижение однородного распределения концентрации паров металла вдоль газоразрядного канала.

В настоящей статье теоретически исследован процесс установления во времени аксиального распределения паров металла за счет катафореза в импульсно-периодическом разряде и определяются условия его однородности.

**Теория**

Поставленную задачу будем решать для активной среды ЛПМ, возбуждаемого импульсно-периодическим разрядом. Обозначим через  $N_M(r, z, t)$  и  $N_{M^+}(r, z, t)$  концентрацию атомов и ионов металла. Считая, для простоты, коэффициенты диффузии атомов и ионов металла одинаковыми, для их концентраций можно записать следующие уравнения [1]:

$$\frac{\partial N_M}{\partial t} = D \frac{\partial^2 N_M}{\partial z^2} + D \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial N_M}{\partial r} \right) - R_i, \quad (1)$$

$$\frac{\partial N_{M^+}}{\partial t} = D \frac{\partial^2 N_{M^+}}{\partial z^2} + D_a \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial N_{M^+}}{\partial r} \right) - \mu E_z \frac{\partial N_{M^+}}{\partial z} + R_i, \quad (2)$$

где  $D$  и  $D_a$  – коэффициенты диффузии атомов и амбиполярной диффузии ионов металла в гелии соответственно;  $\mu$  – подвижность ионов металла в гелии;  $R_i$  – член, учитывающий ионизацию атомов и рекомбинацию ионов металла.

Далее преобразуем уравнения (1) и (2) подобно тому, как это было сделано в [1], однако будем рассматривать нестационарную задачу (в [1] аналогичная задача решалась для установившегося режима непрерывного He–Cd-лазера).

Умножим обе части уравнений (1) и (2) на  $r$  и проинтегрируем их по  $r$  от центра трубки ( $r = 0$ ) до стенки ( $r = R$ ), в результате получим

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle N_M \rangle = D \frac{\partial^2}{\partial z^2} \langle N_M \rangle + DR \left( r \frac{\partial N_M}{\partial r} \right)_{r=R} - \langle R_i \rangle, \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle N_{M^+} \rangle = D \frac{\partial^2}{\partial z^2} \langle N_{M^+} \rangle + D_a R \left( r \frac{\partial N_{M^+}}{\partial r} \right)_{r=R} - \mu E_z \frac{\partial}{\partial z} \langle N_{M^+} \rangle + \langle R_i \rangle, \quad (4)$$

угловые скобки означают усреднение по радиусу

$$\langle N_j \rangle = 2 / R^2 \int_0^R r N_j dr. \quad (5)$$

Сложим (3) и (4), при этом вторые слагаемые в правой части каждого уравнения, соответствующие диффузионным потокам ионов к стенкам трубки и атомов в обратном направлении, скомпенсируют друг друга. Получим уравнение

$$\frac{1}{D} \frac{\partial N}{\partial t} = \frac{\partial^2 N}{\partial z^2} - \frac{\beta}{L} \frac{\partial N}{\partial z}, \quad (6)$$

где  $N = \langle N_M \rangle + \langle N_{M^+} \rangle$  – усредненная по радиусу концентрация паров металла;

$$\beta = \mu E_z \theta L / D; \quad (7)$$

$\theta = \langle N_{M^+} \rangle / N$  – степень ионизации паров металла;  $L$  – активная длина.

Для того чтобы уравнение (6) стало применимым для импульсно-периодического режима, надо усреднить напряженность поля за достаточно большое число импульсов. Для возбуждения импульсного разряда обычно используют схемы с полным разрядом накопительной емкости, при этом зависимость  $E_z$  от  $t$  приближенно можно представить в виде

$$E_z = E_0 \exp(-t / \tau_i), \quad (8)$$

где  $E_0$  – начальная напряженность электрического поля в импульсном разряде;  $\tau_i$  – длительность импульса тока. Среднее значение поля за импульс будет равно

$$\langle E_z \rangle = \frac{1}{\tau_i} \int_0^\infty E_z(t) dt = E_0. \quad (9)$$

Усредняя это поле по последовательности импульсов, получим

$$E_f = \langle E_z \rangle f \tau_i = E_0 f \tau_i, \quad (10)$$

где  $f$  – частота следования импульсов.

Таким образом, для импульсно-периодического режима параметр  $\beta$  (7) примет вид

$$\beta = \frac{\mu E_f \theta L}{D} = \frac{\mu E_0 \theta L}{D} f \tau_i = \frac{\theta e E_0 L}{kT} f \tau_i, \quad (11)$$

где  $k$  – постоянная Больцмана;  $T$  – температура газа; при этом в (11) учтено, что  $\mu/D = e/kT$  – соотношение Эйнштейна.

Уравнение (6) решалось аналитически методом Фурье. Если в точке  $z = -L$  находится анод, в точке  $z = 0$  – испаритель и в точке  $z = L$  – катод, то при начальном условии

$$N(z, 0) = f(z) \quad (12)$$

и граничных условиях

$$\begin{cases} N(0, t) = N_0, \\ N(\pm L, t) = 0 \end{cases} \quad (13)$$

решение уравнения (6), описывающее процесс установления во времени аксиального распределения паров металла в импульсно-периодическом разряде, имеет вид

$$N(z, t) = e^{\left[ -D \left( \frac{\beta}{2L} \right)^2 t \right]} e^{\left( \frac{\beta}{2L} z \right)} \times \quad (14)$$

$$\times \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k e^{\left[ -D \left( \frac{\pi k}{L} \right)^2 t \right]} \sin \frac{\pi k}{L} z + N(z, \infty),$$

где  $N(z, \infty)$  есть решение уравнения (6) для установившегося режима ( $t \rightarrow \infty$ ):

$$N(z, \infty) = \begin{cases} N_0 \frac{1 - e^{-\beta(1+z/L)}}{1 - e^{-\beta}} & \text{при } -L \leq z \leq 0, \\ N_0 \frac{1 - e^{-\beta(1-z/L)}}{1 - e^{-\beta}} & \text{при } 0 \leq z \leq L. \end{cases} \quad (15)$$

В общем случае коэффициенты  $\alpha_k$  определяются по формулам

$$\alpha_k = \begin{cases} \frac{2}{L} \int_{-L}^0 [f(z) - N(z, \infty)] e^{-\frac{\beta}{2L} z} \sin \frac{\pi k}{L} z dz & \text{при } -L \leq z \leq 0, \\ \frac{2}{L} \int_0^L [f(z) - N(z, \infty)] e^{-\frac{\beta}{2L} z} \sin \frac{\pi k}{L} z dz & \text{при } 0 \leq z \leq L. \end{cases} \quad (16)$$

Если начальное аксиальное распределение концентрации паров металла задается быстро спадающей функцией  $f(z)$ , имеющей вид  $f(z) = N_0 \exp(-\xi|z|)$ , где  $N_0$  – концентрация паров металла в испарителе, а  $\xi|z| \gg 1$ , то из (16) для  $\alpha_k$  получаем следующие выражения:

$$\alpha_k = \begin{cases} \frac{2N_0}{\pi k} \left[ \frac{(-1)^k e^{\frac{\beta-2L\xi}{2}} - 1}{1 + \left(\frac{\beta-2L\xi}{2\pi k}\right)^2} + \frac{1}{1 + \left(\frac{\beta}{2\pi k}\right)^2} \right] & \text{при } -L \leq z \leq 0, \\ \frac{2N_0}{\pi k} \left[ \frac{1 - (-1)^k e^{-\frac{\beta+2L\xi}{2}}}{1 + \left(\frac{\beta+2L\xi}{2\pi k}\right)^2} - \frac{1}{1 + \left(\frac{\beta}{2\pi k}\right)^2} \right] & \text{при } 0 \leq z \leq L. \end{cases} \quad (17)$$

В идеале начальное распределение должно быть бесконечно узким, поэтому устремим  $\xi$  к бесконечности, тогда выражение для коэффициентов  $\alpha_k$  приобретает простой вид

$$\alpha_k = \pm \frac{2N_0}{\pi k} \frac{1}{1 + (\beta/2\pi k)^2}, \quad (18)$$

знак «+» берется для области  $-L \leq z \leq 0$ , знак «-» — для области  $0 \leq z \leq L$ .

Введем новые безразмерные переменные — приведенные координату и время:

$$x = z/L, \quad \tau = (D/L^2)t \quad (19)$$

и новую функцию — относительную концентрацию паров металла:

$$n = N/N_0, \quad (20)$$

тогда решение (14) можно записать в обобщенном виде, когда в него явно не входят параметры, характеризующие свойства среды:

$$n(x, \tau) = e^{-\left(\frac{\beta}{2}\right)^2 \tau} e^{\frac{\beta}{2} x} \sum_{k=1}^{\infty} \alpha'_k e^{-(\pi k)^2 \tau} \sin \pi k x + n(x, \infty), \quad (21)$$

где

$$n(x, \infty) = \begin{cases} \frac{1 - e^{\beta(1+x)}}{1 - e^{\beta}} & \text{при } -1 \leq x \leq 0, \\ \frac{1 - e^{-\beta(1-x)}}{1 - e^{-\beta}} & \text{при } 0 \leq x \leq 1 \end{cases} \quad (22)$$

и  $\alpha'_k = \alpha_k/N_0$ .

Заметим, что с помощью полученного решения (14) может быть описана динамика катафореза и в непрерывных ЛПМ. При этом для расчета параметра  $\beta$  вместо (11) нужно использовать (7).

## Результаты расчетов

На рис. 1 приведены распределения относительной концентрации паров металла в импульсно-периодическом разряде по длине трубки в различные моменты времени  $\tau$  при двух значениях параметра  $\beta$ , рассчитанные по формуле (21). Из этих графиков видно, что установившееся распределение паров металла будет тем более однородным, чем больше параметр  $\beta$ , причем время установления этого распределе-

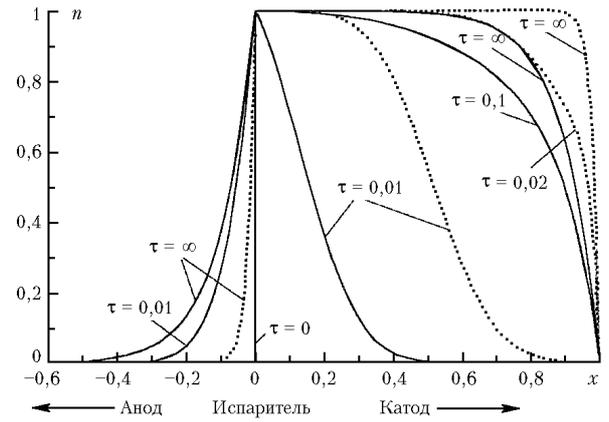


Рис. 1. Аксиальное распределение относительной концентрации паров металла в различные моменты времени  $\tau$  при  $\beta = 10$  (сплошные кривые) и  $\beta = 50$  (пунктирные)

ния будет тем меньше, чем больше  $\beta$ . Из рис. 1 и [5–7] следует, что достаточно однородное распределение паров металла вдоль газоразрядного канала в промежутке между источником паров и катодом и в то же время надежное запираение паров со стороны анода достигаются при таких режимах работы ЛПМ, когда

$$\beta \geq 10, \quad (23)$$

что и является условием однородного аксиального распределения паров металла.

Для оценок времени установления однородного распределения паров при произвольном  $\beta$  ( $\beta > 10$ ) положим, что моментом достижения приемлемой степени однородности является момент, когда выполняется условие

$$\sqrt{\int_0^1 [1 - n(x, \tau)]^2 dx} = \sqrt{\int_0^1 [1 - n(x, \infty)]_{\beta=10}^2 dx}. \quad (24)$$

Выражение, стоящее в левой части этого равенства, представляет собой «расстояние» между функцией, описывающей идеальное однородное распределение паров металла ( $n = 1$  при  $0 \leq x \leq 1$  и  $0$  при всех других  $x$ ), и функцией, описывающей распределение концентрации паров металла в момент времени  $\tau$  при заданном значении параметра  $\beta$  ( $\beta > 10$ ). Правая часть представляет собой «расстояние» между идеальным распределением и установившимся ( $\tau \rightarrow \infty$ ) при минимальном из приемлемых значений  $\beta$  ( $\beta = 10$ ).

На рис. 2 дана зависимость приведенного времени достижения однородного распределения паров  $\tau_h$  от параметра  $\beta$ , найденная с использованием условия (24). Из графика видно, что до значений  $\beta \approx 50$  время  $\tau_h$  быстро падает и затем при  $\beta > 50$  уменьшение происходит относительно медленно. Кривая на рис. 2 хорошо аппроксимируется аналитической функцией

$$\tau_h = a\beta / (b + \beta^2), \quad (25)$$

где  $a = 0,89$  и  $b = -46,15$ .

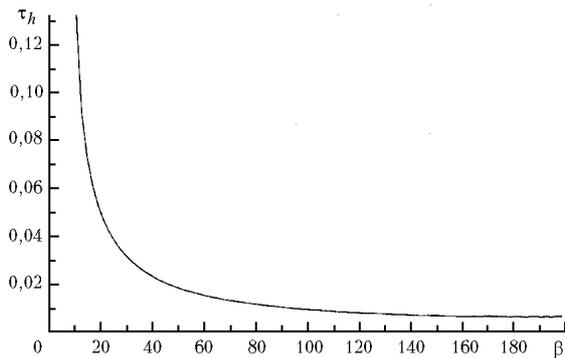


Рис. 2. Зависимость приведенного времени достижения однородного аксиального распределения паров металла  $\tau_h$  от параметра  $\beta$

В таблице приведены значения параметра  $\beta$  и скоростей прокачки паров  $V = \mu E_0 \theta / \tau_i$  [5, 6] для условий работы катафорезных импульсно-периодических He-Sr- и He-Cd-лазеров, исследованных нами в [5–7], и рассчитанные с использованием формулы (25) времена достижения однородного распределения паров металла по длине лазерной трубки. Видно, что для обеих трубок значения параметра  $\beta$  удовлетворяют условию однородности (23). При этом реальное время установления однородного распределения паров  $t_h$  оказывается достаточно малым – порядка секунды. Здесь же для сравнения приведены рассчитанные параметры для типичных условий работы непрерывного He-Cd катафорезного лазера.

**Значения параметра  $\beta$ , приведенного ( $\tau_h$ ) и реального ( $t_h$ ) времен установления однородного продольного распределения паров металла и скорости прокачки паров  $V$  для импульсно-периодических He-Sr- ( $p_{\text{He}} = 0,8$  атм,  $T = 900$  К,  $E_0 = 1000$  В/см,  $f = 30$  кГц,  $\tau_i = 0,04$  мкс,  $\theta = 0,5$ ,  $D = 3,5$  см<sup>2</sup>/с) и He-Cd-лазеров ( $p_{\text{He}} = 3$  торр,  $T = 600$  К,  $E_0 = 100$  В/см,  $f = 10$  кГц,  $\tau_i = 0,2$  мкс,  $\theta = 0,1$ ,  $D = 185$  см<sup>2</sup>/с) и для непрерывного He-Cd-лазера ( $p_{\text{He}} = 3$  торр,  $T = 600$  К,  $E = 20$  В/см,  $\theta = 0,01$ ,  $D = 185$  см<sup>2</sup>/с)**

Лазер	$\lambda$ , нм	$L$ , см	$d$ , мм	$\beta$	$\tau_h$	$t_h$ , с	$V$ , см/с
He-Sr	430,5	26	3	201	$4,4 \cdot 10^{-3}$	0,85	27
He-Cd	537,8	50	3	19,3	$5,2 \cdot 10^{-2}$	0,7	71,4
He-Cd	533,7						
He-Cd	441,6	50	3	193	$4,6 \cdot 10^{-3}$	0,06	714

Из результатов расчетов видно, что продольное распределение паров в импульсно-периодическом He-Sr- и непрерывном He-Cd-лазерах должно обладать высокой степенью однородности (что и наблюдается экспериментально), так как параметр  $\beta$  принимает достаточно большие значения. Однако в импульсно-периодических лазерах время установления однородного распределения оказывается на порядок больше, чем в непрерывном лазере. Тем не менее полученное для импульсного режима время вполне приемлемо, так как оно значительно меньше характерного времени установления температуры испарителя и температуры активной среды, имеющего порядок нескольких

минут. Это означает, что в процессе экспериментальной оптимизации катафорезных активных элементов импульсно-периодических ЛПМ аксиальное распределение паров будет квазистационарно отслеживать изменения параметров активной среды.

На рис. 3 изображен процесс установления продольного распределения паров стронция и кадмия в He-Sr и He-Cd импульсно-периодических лазерах.

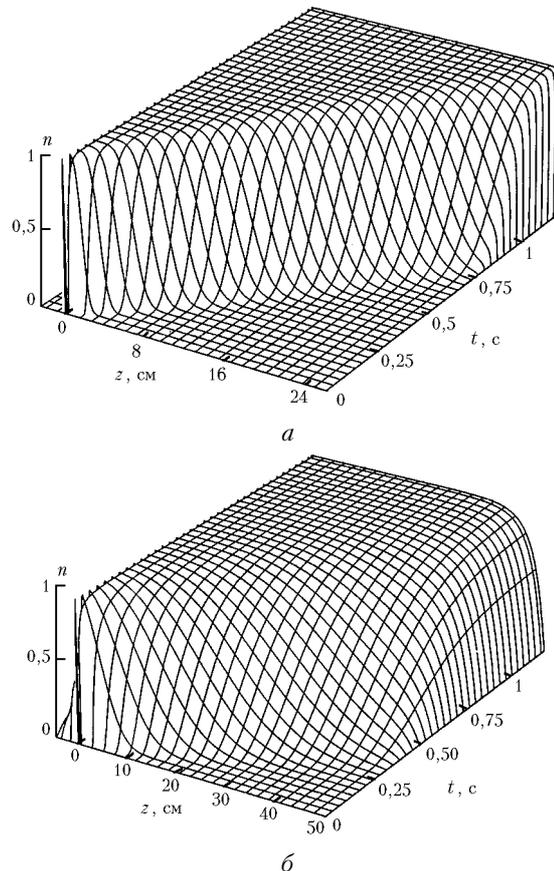


Рис. 3. Процесс установления во времени аксиального распределения паров стронция (а) и кадмия (б) в катафорезных импульсно-периодических He-Sr- и He-Cd-лазерах

Видно, что для стронция имеется достаточно резкая, по сравнению с кадмием, граница, отделяющая область разряда, где однородное распределение уже установилось, и область, где нет паров металла. Скорость перемещения этой границы порядка 25 см/с. Такое различие связано с разницей в один порядок (см. таблицу) между значениями параметра  $\beta$  для стронциевого и кадмиевого лазеров, который определяет степень однородности продольного распределения паров. Хотя для He-Sr-лазера продольное распределение оказывается более однородным, чем для He-Cd, тем не менее из-за более низкого рабочего давления буферного газа в последнем скорость прокачки оказывается больше, чем в стронциевом лазере, и составляет примерно 71 см/с.

Из (25) следует, что при  $\beta^2 \gg |b|$  (из таблицы видно, что для типичных условий работы He-Sr- и He-Cd-лазеров это условие выполняется)

$$\tau_h \propto 1/\beta. \quad (26)$$

Отсюда получим зависимость реального времени установления однородного распределения паров металла от параметров активной среды:

$$t_h = \frac{L^2}{D} \tau_h \propto \frac{L}{\mu E_0 \theta \tau_{if}} \propto \frac{L p_{\text{He}}}{\sqrt{T} E_0 \theta \tau_{if}}. \quad (27)$$

Таким образом, чем больше длина активной зоны и давление буферного газа, тем дольше будет устанавливаться аксиальное распределение паров металла, в то же время процесс установления будет протекать быстрее при увеличении температуры газа, напряженности электрического поля, длительности импульса тока или частоты следования импульсов.

### Заключение

Для изучения процесса установления во времени аксиального распределения паров металла в импульсно-периодическом разряде построена математическая модель продольного катафореза, применимая к импульсно-периодическим ЛПМ. Получено аналитическое решение нестационарной задачи о продольном катафорезе. Проведены расчеты аксиальных распределений паров металла для различных моментов времени. Найдены условия однородного распределения паров.

Расчеты показали, что для типичных условий работы импульсно-периодических He-Sr- и He-Cd-лазеров выполняется условие однородности распределения паров металла по длине разрядного канала. Найдено время установления однородного распределения в типичных для импульсно-периодических ЛПМ

условиях (порядка секунды) и установлена его зависимость от параметров активной среды.

Полученные результаты свидетельствуют о перспективности использования катафореза в импульсно-периодических лазерах на парах металлов для формирования однородных активных сред и позволяют осуществлять целенаправленный выбор режимов возбуждения, обеспечивающих высокую степень их однородности и, как следствие, высокие выходные характеристики.

Работа поддержана грантом РФФИ № 99-02-17539, грантом Минобрнауки РФ Е20-3.2-157 и ФЦП «Интеграция».

1. *Sosnowski T.P.* Cataphoresis in the helium-cadmium laser discharge tube // *J. Appl. Phys.* 1969. V. 40. N 13. P. 5138–5144.
2. *Иванов И.Г., Латуш Е.Л., Сэм М.Ф.* Ионные лазеры на парах металлов. М.: Энергоатомиздат, 1990. 256 с.
3. *Ivanov I.G., Latush E.L., Sem M.F.* Metal Vapour Ion Lasers: Kinetic Processes and Gas Discharges. Chichester; New York; Brisbane; Toronto; Singapore: John Wiley & Sons, 1996. 285 с.
4. *Little C.E.* Metal Vapour Lasers: Physics, Engineering and Applications. Chichester; New York; Brisbane; Toronto; Singapore: John Wiley & Sons, 1999. 619 с.
5. *Латуш Е.Л., Чеботарев Г.Д., Васильченко А.В.* Импульсные катафорезные лазеры на парах кадмия и стронция // *Оптика атмосф. и океана.* 1998. Т. 11. № 2–3. С. 171–175.
6. *Latush E.L., Chebotarev G.D., Vasilchenko A.V.* Strontium and cadmium pulsed cataphoretic lasers // *Proc. SPIE.* 1998. V. 3403. P. 141–144.
7. *Латуш Е.Л., Чеботарев Г.Д., Сэм М.Ф.* Малогабаритные рекомбинационные He-Sr<sup>+</sup>(Ca<sup>+</sup>)-лазеры // *Квант. электрон.* 2000. Т. 30. N 6. С. 471–478.

*G.D. Chebotarev, O.O. Prutsakov, E.L. Latush.* **Dynamics of cataphoresis in the pulse-periodic discharge.**

The processes of temporal evolution of metal vapor longitudinal distribution in the pulse-periodic discharge with the cataphoresis delivery of vapor are investigated. In particular, the solution of a non-stationary diffusion equation for the density of metal vapor, averaged over rather large number of pulses, is derived. The axial distributions of metal vapor at different moments of time are calculated. The criteria of uniformity of these distributions are determined. Time intervals are found for homogeneous distribution establishment in typical pulse-periodic MVLs conditions. These time intervals are shown to be fairly small, of the order of a second. The obtained results demonstrate much promise for the use of cataphoresis in pulse-periodic MVLs to form the homogeneous active media and, as a consequence, high output characteristics of lasers.