

В.С. Комаров, Н.Я. Ломакина, Г.Г. Матвиенко, Ю.Б. Попов, А.И. Попова

Сверхкраткосрочное прогнозирование эволюции атмосферного аэрозоля на основе динамико-стохастического подхода и данных лидарных наблюдений

Институт оптики атмосферы СО РАН, г. Томск

Поступила в редакцию 27.11.2001 г.

Рассмотрены методические основы и алгоритмы решения задачи сверхкраткосрочного прогноза эволюции атмосферного аэрозоля на основе динамико-статистического подхода, базирующегося на использовании аппарата калмановской фильтрации, а также сделана оценка качества предложенных алгоритмов на основе данных лидарного аэрозольного зондирования, проведенного в районе г. Томска.

Сверхкраткосрочное прогнозирование экологического состояния воздушного бассейна больших городов и промышленных центров находит в последние годы все большее применение, поскольку оно позволяет оперативно принимать необходимые природоохранные меры по устранению возможных опасных последствий загрязнения.

Применяемые в настоящее время методы прогнозирования техногенных загрязнений (в том числе и аэрозольных) основаны на использовании информации от существующей сети метеорологических станций и мезомасштабных математических моделей, построенных на основе уравнений гидротермодинамики и уравнения турбулентной диффузии [1, 2]. Однако моделирование эволюции атмосферных загрязнений (в том числе аэрозольных образований) на основе гидродинамического подхода в пределах мезомасштаба представляет собой достаточно сложную проблему. Это обусловлено тем, что спектр мезомасштабных атмосферных движений существенно зависит от термических и орографических неоднородностей подстилающей поверхности, турбулентных характеристик атмосферы и особенностей термической стратификации. Облачность также оказывает значительное влияние на пространственное распределение температуры подстилающей поверхности, что может привести к возникновению различных мезомасштабных явлений.

Следует также подчеркнуть, что согласно [3] основное количество примесей сосредоточено в планетарном пограничном слое атмосферы. Поэтому для более полного описания процессов переноса, диффузии и трансформации примесей необходимо использовать реалистичные математические модели пограничного слоя для предвычисления термодинамического режима. Эти модели, по меньшей мере, должны учитывать суточный ход метеорологических величин и загрязнений, орографические и термические неоднородности подстилающей поверхности, неоднородности турбулентных характеристик атмосферы и т.д.

Наряду с гидродинамическим подходом в последние годы для реализации задачи сверхкраткосрочного прогноза эволюции атмосферных загрязнений стал использоваться также и динамико-стохастический подход, в основе которого лежит предположение о том, что состояние атмосферы описывается случайными полями, которые связаны между собой некоторой системой соотношений. Однако динамико-стохастический подход в метеорологии имеет небольшую предысторию и является достаточно новым инструментом исследования. Построенные в рамках такого подхода модели переноса и рассеяния примесей в атмосфере позволяют прогнозировать поля концентрации загрязняющего вещества с хорошим качеством на интервале упреждения до 4 ч (см., например, [4]).

Процесс прогнозирования при реализации динамико-стохастического подхода представляет собой непрерывный процесс, реализуемый в два этапа:

- усвоение поступивших результатов измерений параметров состояния атмосферы и коррекция параметров модели;
- собственно прогнозирование на основе скорректированной модели.

Случайный фактор органически присущ процессу переноса примесей в атмосфере на временных интервалах сверхкраткосрочного прогнозирования. Принимая во внимание это обстоятельство, динамико-стохастический подход к прогнозированию эволюции аэрозоля в атмосфере на малых временных интервалах следует считать более реалистичным.

Однако для реализации такого подхода при выводе прогностических уравнений используется то же уравнение турбулентной диффузии, а также все необходимые для его решения граничные и начальные условия.

Учитывая это, в настоящей статье при решении задачи сверхкраткосрочного прогноза эволюции атмосферного аэрозоля предлагается иная версия динами-

ко-стохастического подхода, основанная на использовании упрощенной модели поведения метеорологической величины во времени, представленной стохастическим дифференциальным уравнением второго порядка. Отличительной особенностью такого подхода является то, что в нем отсутствует сложная процедура решения уравнений турбулентной диффузии и, следовательно, существенно упрощается реализация алгоритма прогнозирования.

Рассмотрим коротко алгоритм сверхкраткосрочного прогноза концентрации атмосферного аэрозоля, базирующийся на использовании аппарата калмановской фильтрации и дифференциальных стохастических уравнений второго порядка, описывающих динамику временного изменения концентрации атмосферного аэрозоля в предположении, что корреляционные свойства эволюции этого параметра можно представить в виде экспоненциальной функции.

Известно [5], что для аппроксимации временных корреляционных функций параметров состояния атмосферы обычно используются аналитические выражения вида

$$\mu_{\xi}(\tau) = \exp(-\alpha\tau), \quad \alpha > 0, \quad (1)$$

$$\mu_{\xi}(\tau) = \exp(-\alpha\tau^2), \quad \alpha > 0, \quad (2)$$

$$\mu_{\xi}(\tau) = \{\exp(-\alpha|\tau|)\}\cos \beta\tau, \quad \alpha > 0, \quad (3)$$

$$\mu_{\xi}(\tau) = \{\exp(-\alpha\tau^2)\}\cos \beta\tau, \quad \alpha > 0. \quad (4)$$

Кроме этого, в [6] для аппроксимации эмпирических корреляционных функций температуры, влажности воздуха, зонального и меридионального ветра предложено выражение вида

$$\mu_{\xi}(\tau) = (1 - \alpha\tau) \exp(-\beta\tau), \quad (5)$$

где $\mu_{\xi}(\tau)$ – временная корреляционная функция параметра ξ (здесь τ – сдвиг во времени); α и β – аппроксимирующие коэффициенты (в общем случае зависящие от высоты h).

Сразу же подчеркнем, что данный тип аналитического выражения, как показали проведенные дополнительные исследования на основе реальных лидарных измерений, позволяет надежно аппроксимировать также и эмпирические корреляционные функции концентрации атмосферного аэрозоля. При этом для слоя 140–1140 м (для него получены достоверные лидарные данные) аппроксимирующие коэффициенты в выражении (5) в среднем составляют: $\alpha = 7,5 \cdot 10^{-6}$ и $\beta = 0,05$. В дальнейшем эти значения α и β используются в качестве начальных условий при инициации алгоритма оценивания и прогноза концентрации атмосферного аэрозоля.

Согласно [7] случайный процесс с корреляционной функцией вида (5) может быть описан стохастическим дифференциальным уравнением второго порядка

$$\frac{d^2\xi(t)}{dt^2} + 2\beta\frac{d\xi(t)}{dt} + \beta^2\xi(t) = \frac{d\omega(t)}{dt} - (\alpha - \beta)\omega(t). \quad (6)$$

При этом уравнение (6) определяет эволюцию процесса $\xi(t)$ на выходе некоторой линейной системы при воздействии на ее вход нормального белого шума $\omega(t)$. Передаточная функция такой системы в соответствии с (5) имеет вид [8]:

$$H(s) = \frac{s + (\alpha - \beta)}{(s - \beta)^2}, \quad (7)$$

где s – параметр преобразования Лапласа.

Введя вектор состояния $\mathbf{X}(t) = [X_1(t), X_2(t)]^T$, где T – оператор транспонирования; $X_1(t) = \xi(t)$ – собственно концентрация атмосферного аэрозоля и $X_2(t)$ – вспомогательная переменная, можно перейти от дифференциального уравнения второго порядка (6) к системе двух стохастических дифференциальных уравнений первого порядка

$$\begin{cases} \frac{dX_1}{dt} = X_2(t) - 2\beta X_1(t) + \omega(t); \\ \frac{dX_2}{dt} = -\beta^2 X_1(t) + (\beta - \alpha)\omega(t). \end{cases} \quad (8)$$

Система уравнений (8) может быть использована как модель пространства состояний при синтезе алгоритма оценивания текущих значений концентрации атмосферного аэрозоля с использованием теории калмановской фильтрации. Ограничением в использовании (8) являются неопределенность значений параметров α и β , их зависимость от высоты и времени. Снять это ограничение позволяют введение дополнительной переменной $X_3(t) = \beta(t, h)$ в вектор состояния $\mathbf{X}(t) = [X_1(t), X_2(t), X_3(t)]^T$, пренебрежение влиянием α в модели состояния (из-за его малой величины) и переход к расширенной системе дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{dX_1}{dt} = X_2(t) - 2X_3(t)X_1(t) + \omega_1(t), \\ \frac{dX_2}{dt} = -X_3^2(t)X_1(t) + \omega_2(t), \\ \frac{dX_3}{dt} = 0, \end{cases} \quad (9)$$

где $\omega_1(t)$ и $\omega_2(t)$ – эквивалентные шумы состояния.

Пространство состояний (9) записано в предположении постоянства $X_3(t)$ на всем интервале наблюдений. Отметим, что дифференциальное уравнение для $X_3(t)$ может иметь более сложный вид в зависимости от объема априорной информации о параметре β .

Запишем уравнения состояния (9) в разностной форме:

$$\begin{cases} X_1(k+1) = X_1(k) - 2X_1(k)X_3(k)\Delta t_k + X_2(k)\Delta t_k + \omega_1(k), \\ X_2(k+1) = X_2(k) - X_1(k)X_3^2(k)\Delta t_k + \omega_2(k), \\ X_3(k+1) = X_3(k), \end{cases} \quad (10)$$

где Δt_k – временной интервал между последовательно поступающими измерениями $k = 0, 1, 2, \dots, K$.

Уравнение наблюдений при непосредственном измерении концентрации аэрозоля может быть представлено аддитивной смесью истинного значения $X_1(k)$ и ошибки измерения

$$\tilde{Y}(k) = X_1(k) + \varepsilon(k), \quad (11)$$

где $\tilde{Y}(k)$ – текущие измерения концентрации атмосферного аэрозоля на выбранном (фиксированном) высотном уровне h ; $\varepsilon(k)$ – ошибка (шум) измерений.

Перепишем (10) и (11) в матричной форме:

$$\mathbf{X}(k+1) = \Phi[\mathbf{X}(k)] + \Gamma \mathbf{W}(k); \quad (12)$$

$$\tilde{\mathbf{Y}}(k) = \mathbf{H}\mathbf{X}(k) + \mathbf{E}(k); \quad (13)$$

где

$$\Phi[\mathbf{X}(k)] = \begin{bmatrix} X_1(k) - 2X_1(k)X_3(k) + X_2(k)\Delta t_k \\ X_2(k) - X_1(k)X_3^2(k)\Delta t_k \\ X_3(k) \end{bmatrix}$$

– переходная вектор-функция состояний; $\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ – вектор-функция наблюдений; $\mathbf{W}(k)$ – вектор шумов состояния, размерностью (2×1) ; $\Gamma = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ – матрица перехода для шумов состояния; $\mathbf{E}(k)$ – вектор шумов измерений.

Уравнения (12) и (13) полностью определяют структуру алгоритма оценивания [9].

В силу нелинейности уравнений (12) в качестве метода синтеза алгоритма оценивания следует использовать расширенный фильтр Калмана. В этом случае уравнения оптимального оценивания вектора состояний $\mathbf{X}(k)$ имеют следующий вид:

$$\hat{\mathbf{X}}(k+1) = \hat{\mathbf{X}}(k+1|k) + \mathbf{G}(\hat{\mathbf{X}}, k+1) [\tilde{\mathbf{Y}}(k+1) - \mathbf{H}\hat{\mathbf{X}}(k+1|k)], \quad (14)$$

где $\hat{\mathbf{X}}^T(k+1) = [\hat{X}_1, \hat{X}_2, \hat{X}_3]$ – оценка вектора состояния на момент времени $(k+1)$; $\hat{\mathbf{X}}(k+1|k)$ – вектор предсказанных оценок на момент времени $(k+1)$ по данным на шаге k , причем прогноз оценок осуществляется с помощью выражения

$$\hat{\mathbf{X}}(k+1|k) = \Phi[\hat{\mathbf{X}}(k)], \quad (15)$$

$\mathbf{G}(\hat{\mathbf{X}}, k+1)$ – матрица весовых коэффициентов размерностью (3×1) .

Расчет весовых коэффициентов в расширенном фильтре Калмана осуществляется по рекуррентным матричным уравнениям следующего вида:

$$\mathbf{G}(\hat{\mathbf{X}}, k+1) = \mathbf{P}(k+1|k) \cdot \mathbf{H}^T \cdot [\mathbf{H} \cdot \mathbf{P}(k+1|k) \cdot \mathbf{H}^T + \mathbf{R}_e(k+1)]^{-1}; \quad (16)$$

$$\mathbf{P}(k+1|k) = \mathbf{F}[\hat{\mathbf{X}}(k)] \cdot \mathbf{P}(k|k) \cdot \mathbf{F}^T[\hat{\mathbf{X}}(k)] + \Gamma \cdot \mathbf{R}_w(k) \cdot \Gamma^T, \quad (17)$$

$$\mathbf{P}(k+1|k+1) = [\mathbf{I} - \mathbf{G}(\hat{\mathbf{X}}, k+1) \cdot \mathbf{H}] \cdot \mathbf{P}(k+1|k), \quad (18)$$

где $\mathbf{P}(k+1|k)$ – апостериорная корреляционная матрица ошибок предсказания размерностью (3×3) ;

$\mathbf{P}(k+1|k+1)$ – априорная корреляционная матрица ошибок оценивания размерностью (3×3) ; $\mathbf{R}_e(k+1)$ – дисперсия шумов наблюдения; $\mathbf{R}_w(k)$ – диагональная корреляционная матрица шумов состояния размерностью (2×2) ; \mathbf{I} – единичная матрица размерностью (3×3) ;

$$\mathbf{F}(\hat{\mathbf{X}}(k)) = \frac{\partial \Phi[\hat{\mathbf{X}}(k)]}{\partial \hat{\mathbf{X}}} =$$

$$= \begin{bmatrix} 1 - 2\hat{X}_3(k)\Delta t_k & \Delta t_k & -2\hat{X}_1(k)\Delta t_k \\ -\hat{X}_3^2(k)\Delta t_k & 1 & -2\hat{X}_1(k)\hat{X}_3(k)\Delta t_k \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

– матрица Якоби от переходной вектор-функции размерностью (3×3) ;

Процедура прогноза $X_1(t + \Delta t_k)$ и $X_2(t + \Delta t_k)$ на интервал упреждения Δt_k реализуется путем решения разностных уравнений (15) с начальными условиями

$$\hat{\mathbf{X}}(k) = [\hat{X}_1(k), \hat{X}_2(k), \hat{X}_3(k)]^T$$

и более мелким шагом дискретизации по времени.

Для начала работы алгоритма фильтрации (14)–(18) в момент $k = 0$ (момент инициации) необходимо задать следующие начальные условия:

$\hat{\mathbf{X}}(0) = \mathbf{M}\{\mathbf{X}(0)\}$ – начальный вектор оценивания, где \mathbf{M} – оператор математического ожидания;

$\mathbf{P}(0|0) = \mathbf{M}\{[\mathbf{X}(0) - \mathbf{M}\{\mathbf{X}(0)\}][\mathbf{X}(0) - \mathbf{M}\{\mathbf{X}(0)\}]^T\}$ – начальная корреляционная матрица ошибок оценивания, а также значения элементов корреляционных матриц шумов $\mathbf{R}_e(0)$ и $\mathbf{R}_w(0)$.

На практике значения $\hat{\mathbf{X}}(0)$ и $\mathbf{P}(0|0)$ могут быть заданы исходя из минимального объема сведений о реальных свойствах системы, а в случае полного отсутствия полезной информации задаются $\hat{\mathbf{X}}(0) = 0$, а $\mathbf{P}(0|0) = \mathbf{I}$.

Рассмотренный выше алгоритм и был использован нами при решении задачи сверхкраткосрочного прогноза концентрации атмосферного аэрозоля в пограничном слое атмосферы.

Остановимся коротко на анализе результатов статистической оценки качества этого алгоритма для случаев, когда прогноз концентрации атмосферного аэрозоля проводится с упреждением $\tau = 4, 8, 12$ ч.

Оценка предложенного алгоритма сверхкраткосрочного прогноза осуществлена нами по данным лидарных наблюдений за вертикальным распределением коэффициента аэрозольного рассеяния (их общий объем $N = 90$), проведенных с помощью трехтрассового корреляционного лидара в районе г. Томска (56° с.ш., 85° в.д.) в период с 10 июня по 12 августа 1994 г. и с временным интервалом 4 ч. Поскольку высотное разрешение указанных данных (после осреднения индивидуальных измерений) составляет около 100 м, то можно достаточно детально изучить особенности эволюции атмосферного аэрозоля почти во всем пограничном слое атмосферы (до высоты 1140 м).

При этом для определения профилей массовой концентрации атмосферного аэрозоля N_a ($\text{мг}\cdot\text{м}^{-3}$) использовалось выражение вида [10]:

$$N_a(h) = 4a(h),$$

где $a(h)$ – коэффициент аэрозольного рассеяния; h – высота.

В то же время для статистической оценки качества сверхкраткосрочного прогноза концентрации атмосферного аэрозоля были использованы среднеквадратическая (стандартная) погрешность

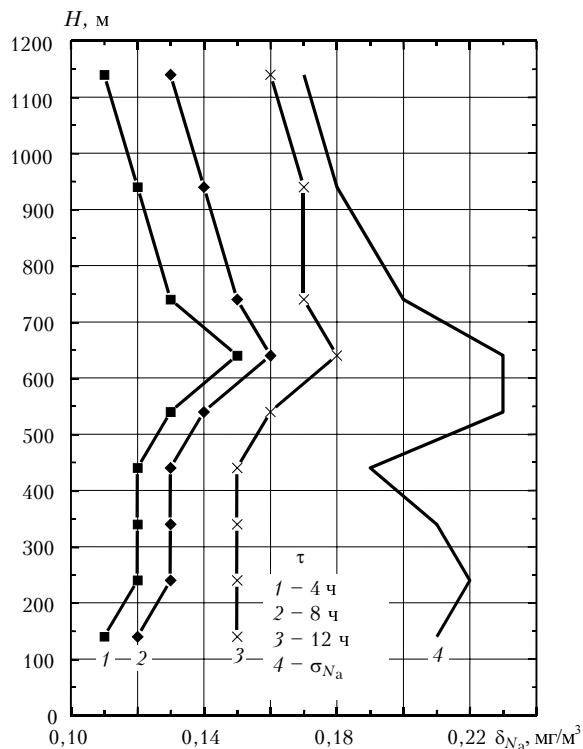
$$\delta_\xi = \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{\xi}_i - \xi_i)^2 \right]^{1/2} \quad (19)$$

(здесь $\hat{\xi}_i$ и ξ_i – спрогнозированное и измеренное значения метеорологического параметра, т.е. концентрации атмосферного аэрозоля, n – число взятых реализаций), а также относительная погрешность

$$\theta_\xi = \delta_\xi / \sigma_\xi, \quad (20)$$

где σ_ξ – среднее квадратическое отклонение, характеризующее изменчивость того же параметра ξ .

На рисунке в качестве примера приводится вертикальное распределение среднеквадратических ошибок сверхкраткосрочного прогноза концентрации атмосферного аэрозоля N_a ($\text{мг}\cdot\text{м}^{-3}$) для различных величин упреждения τ (здесь же даны ее стандартные отклонения из [11]), а в таблице – значения относительных погрешностей того же прогноза.



Вертикальное распределение стандартного отклонения (σ_{N_a}), а также среднеквадратических ошибок прогноза (δ_{N_a}) концентрации атмосферного аэрозоля при различных величинах упреждения (τ)

Относительные погрешности (θ , %) сверхкраткосрочного прогноза концентрации атмосферного аэрозоля для различных τ

Сдвиг τ , ч	Высота, м								
	140	240	340	440	540	640	740	940	1140
4	52	54	57	58	56	60	65	66	65
8	57	59	62	63	61	65	75	78	76
12	71	68	71	73	69	74	85	86	94

Анализ рисунка и таблицы показывает, что:

– динамико-стохастический метод прогноза, базирующийся на использовании аппарата калмановской фильтрации и дифференциальных стохастических уравнений второго порядка, дает вполне приемлемые для практики результаты, но лишь при величине упреждения $\tau = 4$ ч. Действительно, величины относительной погрешности сверхкраткосрочного прогноза концентрации атмосферного аэрозоля во всем рассматриваемом слое, проведенного с помощью этого метода, не превышают допустимых значений $\theta_d = 66\%$, применяемых обычно в практике статистических прогнозов [12];

– тот же метод можно применять для сверхкраткосрочного прогноза концентрации аэрозоля также и при $\tau = 8$ ч, однако только в атмосферном слое 140–640 м, где соблюдается условие $\theta < \theta_d$. Выше 640 м значения относительной погрешности превышают величину $\theta = 66\%$.

Подобная особенность в поведении относительной погрешности θ хорошо коррелирует с соответствующим поведением среднего квадратического отклонения: в слое 140–640 м отмечаются наибольшие его значения, а выше 640 м он резко уменьшается с высотой.

Таким образом, проведенные численные эксперименты по оценке качества динамико-стохастического метода, основанного на использовании аппарата калмановской фильтрации и дифференциальных стохастических уравнений второго порядка, показали, что данный метод при его применении в задаче сверхкраткосрочного прогноза концентрации атмосферного аэрозоля является достаточно эффективным, если величина упреждения $\tau \leq 4$ ч. При $\tau = 8$ ч предложенный метод может быть использован лишь до высоты 640 м.

В заключение следует отметить, что полученные оценки качества динамико-стохастического прогноза концентрации атмосферного аэрозоля требуют дополнительной проверки на основе более длинного ряда экспериментальных наблюдений.

1. Пененко В.В., Алоян А.Е. Модели и методы для задач охраны окружающей среды. Новосибирск: Наука, 1985. 256 с.
2. Комаров В.С., Солдатенко С.А., Соболевский О.М. Гидродинамический мезомасштабный прогноз эволюции облачности и аэрозольных образований // Оптика атмосф. и океана. 1996. Т. 9. № 4. С. 440–445.
3. Владимирова А.М., Ляхов Ю.И., Матвеев Л.Т. Охрана окружающей среды. Л.: Гидрометеоздат, 1991. 423 с.
4. Закарян Э.А., Миркаримова Б.Н. Математическое моделирование загрязнения атмосферы города на основе

- геоинформационной системы // Изв. РАН. Физ. атмосф. и океана. 2000. Т. 36. № 3. С. 366–375.
5. *Казакевич Д.И.* Основы теории случайных функций и ее применение в гидрометеорологии. Л.: Гидрометеониздат, 1977. 319 с.
 6. *Комаров В.С., Попов Ю.Б., Попова А.И., Синева К.Я.* Временная статистическая структура метеорологических полей в пограничном слое атмосферы // Оптика атмосф. и океана. 2001. Т. 14. № 4. С. 265–271.
 7. *Ван Трис Г.* Теория обнаружения, оценок и модуляции. Т. 1: Пер. с англ. / Под ред. проф. В.И. Тихонова. М.: Сов. радио, 1972. 744 с.
 8. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике для научных сотрудников и инженеров. М.: Наука, 1984. 832 с.
 9. *Фильтрации* и стохастическое управление в динамических системах / Под ред. К.Т. Леондеса: Пер. с англ. М.: Мир, 1980. 407 с.
 10. *Ивлев Л.С.* Химический состав и структура атмосферного аэрозоля. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1982. 366 с.
 11. *Komarov V.S., Grishin A.I., Kreminskii A.V., Matvienko G.G., Popov Yu.B.* Statistical analysis and prediction of the aerosol vertical stratification in the atmospheric boundary layer from the lidar sounding data // Proc. SPIE. 1998. V. 3583. P. 214–218.
 12. *Гандин Л.С., Казан Р.Л.* Статистические методы интерпретации метеорологических данных. Л.: Гидрометеониздат, 1976. 359 с.

V.S. Komarov, N.Ya. Lomakina, G.G. Matvienko, Yu.B. Popov, A.I. Popova. **Super-short-term forecast of the atmospheric aerosol evolution based on dynamical-stochastic approach and lidar data.**

Methodical foundation and algorithms of solving the problem of super-short-term forecast of the atmospheric aerosol evolution are treated based on the dynamical-stochastic approach. The approach uses the apparatus of the Kalman filtration. The quality of the algorithms is tested by the data of lidar sensing conducted in the vicinity of Tomsk city.