

В.Г. Гусев

Формирование в диффузно рассеянных полях интерферограмм бокового сдвига при двухэкспозиционной записи голограммы Фурье с учетом более высокого порядка приближения

Томский государственный университет

Поступила в редакцию 6.06.2001 г.

Анализируется в третьем порядке приближения для комплексной амплитуды поля интерферометр бокового сдвига с использованием когерентных диффузно рассеянных полей. Показано, что диапазон чувствительности интерферометра ограничивается из-за aberrаций в опорном и объектном каналах.

В [1–3] было показано, что двухэкспозиционная запись с помощью положительной линзы голограммы Фурье матового экрана приводит к образованию в когерентных диффузно рассеянных полях интерферограмм бокового сдвига в полосах бесконечной ширины. При этом на стадии восстановления записи интерференционная картина, обусловленная фазовыми искажениями опорной волны, локализуется в плоскости голограммы, а интерференционная картина, характеризующая волновые aberrации линзы, – в дальней зоне дифракции. Выполнение пространственной фильтрации дифракционного поля в плоскости голограммы позволяет выделять интерферограммы бокового сдвига, которые соответствуют разным углам падения плоской волны на контролируемую линзу, обеспечивая тем самым ее контроль по полю. Механизм образования в когерентных диффузно рассеянных полях интерференционных картин заключается в создании условий, при которых идентичные субъективные спеклы двух экспозиций оказываются совмещенными в плоскости фотопластинки при проведении двухэкспозиционной записи голограммы Фурье матового экрана. При этом в цитируемых работах анализ условий записи и восстановления голограммы был выполнен в приближении Френеля, которое не учитывает возможного изменения вида фильтруемой интерференционной картины, когда параметры схемы записи голограммы не удовлетворяют области применения параболического приближения.

В настоящей статье в третьем порядке приближения для комплексной амплитуды поля анализируется запись двухэкспозиционной голограммы Фурье матового экрана с целью получения оценки возможных ошибок контроля волновых aberrаций положительной линзы или объектива. Согласно рисунку матовый экран *1*, находящийся в плоскости (x_1, y_1) , освещается когерентным излучением с расходящейся сферической волной радиусом кривизны *R*. С помощью контролируемой положительной линзы *L*₁ с фокусным расстоянием *f*₁, главная плоскость (x_2, y_2) которой находится на расстоянии *l*₁, проводится запись голограммы Фурье матового экрана на фотопластинке 2 в плоскости (x_3, y_3) за время первой экспозиции. Для этого используется внеосевая расходящаяся сферическая опорная волна с радиусом кривизны *r* в плоскости (x_3, y_3) . Перед повторным экспонированием изменяется на величину

α угол наклона в плоскости (x, z) фронта волны излучения, используемого для освещения матового экрана, и смещается фотопластинка в плоскости ее расположения в направлении оси *x* на величину *a*. На стадии восстановления записи голограмма освещается копией излучения опорной волны, соответствующей, например, первой экспозиции, и в плоскости (x_4, y_4) с помощью линзы *L*₂ регистрируется интерференционная картина. При этом использование непрозрачного экрана *p* с круглым отверстием, находящегося в плоскости голограммы, позволяет выполнять пространственную фильтрацию дифракционного поля.

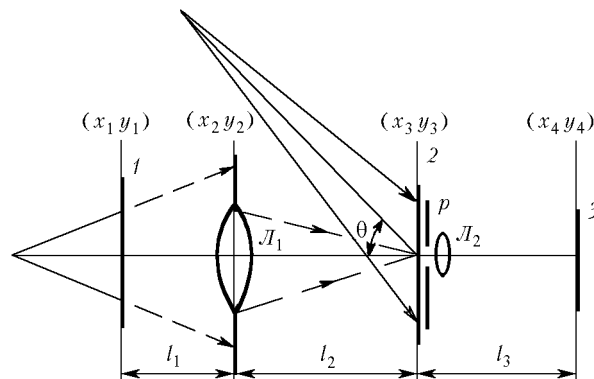


Схема записи и восстановления линзовой голограммы Фурье: 1 – матовый экран; 2 – фотопластинка-голограмма; 3 – плоскость регистрации интерференционной картины; *L*₁, *L*₂ – линзы; *p* – пространственный фильтр

В третьем порядке приближения без учета постоянных множителей распределение комплексной амплитуды объектного поля, соответствующее первой экспозиции, в плоскости (x_3, y_3) запишем в виде

$$u_1(x_3, y_3) \sim \int \int \int_{-\infty}^{\infty} t(x_1, y_1) \times \\ \times \exp \left\{ ik \left[\frac{1}{2R} (x_1^2 + y_1^2) - \frac{1}{8R^3} (x_1^2 + y_1^2)^2 \right] \right\} \times$$

$$\begin{aligned} & \times \exp \left\{ ik \left[\frac{1}{2l_1} [(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2] - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{1}{8l_1^3} [(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2]^2 \right] \right\} p(x_2, y_2) \times \\ & \times \exp \left\{ -i \left[\frac{k}{2f_1} (x_2^2 + y_2^2) - \varphi(x_2, y_2) \right] \right\} \times \\ & \times \exp \left\{ ik \left[\frac{1}{2l_2} [(x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2] - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{1}{8l_2^3} [(x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2]^2 \right] \right\} dx_1 dy_1 dx_2 dy_2, \quad (1) \end{aligned}$$

где k – волновое число; l_2 – расстояние между плоскостями (x_2, y_2) , (x_3, y_3) ; $t(x_1, y_1)$ – комплексная амплитуда пропускания матового экрана, являющаяся случайной функцией координат; $p(x_2, y_2) \exp [i\varphi(x_2, y_2)]$ – обобщенная функция зрачка [4] контролируемой линзы L_1 , которая характеризует ее осевые волновые aberrации.

Для $R + l_1 > f_1$ и $0 < l_1 \leq f_1$ при условии пространственного ограничения зрачком контролируемой линзы спектра волн, рассеянных матовым экраном, выражение (1) принимает вид

$$\begin{aligned} u_1(x_3, y_3) & \sim \exp \left\{ ik \left[\frac{1}{2l_2} (x_3^2 + y_3^2) - \frac{1}{8l_2^3} (x_3^2 + y_3^2)^2 \right] \right\} \times \\ & \times \left\{ t(-\mu x_3, -\mu y_3) A(-\mu x_3, -\mu y_3) \times \right. \\ & \times \exp \left\{ ik \left[\frac{\mu^2}{2} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{l_1} \right) (x_3^2 + y_3^2) - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{\mu^4}{8} \left(\frac{1}{R^3} + \frac{1}{l_1^3} \right) (x_3^2 + y_3^2)^2 \right] \right\} \otimes \exp \left[-\frac{ikM}{2l_2^2} (x_3^2 + y_3^2) \right] \otimes \\ & \otimes \Phi_1(x_3, y_3) \otimes \Phi_2(x_3, y_3) \otimes \Phi_3(x_3, y_3) \otimes P(x_3, y_3) \}, \quad (2) \end{aligned}$$

где \otimes – символ операции свертки; $\mu = l_1/l_2$ – масштабный коэффициент; $M = f_1 l_1 l_2 / (f_1 l_1 + f_1 l_2 - l_1 l_2) > 0$ – параметр, определяющий в дальнейшем пространственную протяженность Фурье-образа и масштаб спектра пространственных частот;

$$\begin{aligned} A(-\mu x_3, -\mu y_3) & = \int \int \int \exp [i\psi_1(x_1, y_1; x_2, y_2)] \times \\ & \times \exp \left\{ -ik \left[\left(\frac{x_1}{l_1} + \frac{x_2}{l_2} \right) x_2 + \left(\frac{y_1}{l_1} + \frac{y_2}{l_2} \right) y_2 \right] \right\} dx_1 dy_1 dx_2 dy_2 \end{aligned}$$

– комплексная функция, являющаяся результатом вычислений в каждой точке зрачка контролируемой линзы;

$$\psi_1(x_1, y_1; x_2, y_2) = -\frac{k}{8l_1^3} (6x_1^2 x_2^2 + 6y_1^2 y_2^2 - 4x_1^3 x_2 -$$

$$\begin{aligned} & - 4x_1^2 y_1 y_2 + 2x_1^2 y_2^2 - 4x_1 x_2^3 - 4x_1 x_2 y_1^2 + \\ & + 8x_1 x_2 y_1 y_2 - 4x_1 x_2 y_2^2 + 2x_2^2 y - \\ & - 4x_2^2 y_1 y_2 - 4y_1^3 y_2 - 4y_1 y_2^3) \end{aligned}$$

– фазовая функция, обусловленная волновыми aberrациями; $\Phi_1(x_3, y_3)$, $\Phi_2(x_3, y_3)$, $\Phi_3(x_3, y_3)$, $P(x_3, y_3)$ – Фурье-образы соответственно функций

$$\exp \left[-\frac{ik}{8l_1^3} (x_2^2 + y_2^2)^2 \right], \exp \left[-\frac{ik}{8l_2^3} (x_2^2 + y_2^2)^2 \right],$$

$\exp [i\psi_2(x_2, y_2; x_3, y_3)]$, $p(x_2, y_2) \exp [i\varphi(x_2, y_2)]$ с пространственными частотами $x_3/\lambda l_2$, $y_3/\lambda l_2$; λ – длина волны когерентного источника света, используемого для записи и восстановления голограммы; $\psi_2(x_2, y_2; x_3, y_3)$ имеет вид функции $\varphi_1(x_1, y_1; x_2, y_2)$ при соответствующей замене переменных и l_1 на l_2 .

Пусть, как и в [1, 2], $R = [f_1 l_2 / (l_2 - f_1)] - l_1$. Тогда на основании интегрального представления операции свертки с функцией $\exp [ikM(x_3^2 + y_3^2) / 2l_2^2]$ распределение комплексной амплитуды поля для третьего порядка приближения в плоскости фотопластинки в пределах ее диаметра $D \approx dl_2/M$, где d – диаметр зрачка контролируемой линзы, определяется выражением

$$\begin{aligned} u_1(x_3, y_3) & \sim \exp \left\{ ik \left[\frac{1}{2r_2} (x_3^2 + y_3^2) - \frac{1}{8l_3^3} (x_3^2 + y_3^2)^2 \right] \right\} \times \\ & \times \left\{ F \left[\frac{kMx_3}{l_1 l_2}, \frac{kMy_3}{l_1 l_2} \right] \otimes \Phi'_1 \left[\frac{kMx_3}{l_1 l_2}, \frac{kMy_3}{l_1 l_2} \right] \otimes \right. \\ & \otimes \Phi'_2 \left[\frac{kMx_3}{l_1 l_2}, \frac{kMy_3}{l_1 l_2} \right] \otimes \Phi'_3 \left[\frac{kMx_3}{l_1 l_2}, \frac{kMy_3}{l_1 l_2} \right] \otimes \\ & \left. \otimes -\Phi_1(x_3, y_3) \otimes \Phi_2(x_3, y_3) \otimes \Phi_3(x_3, y_3) \otimes P(x_3, y_3) \right\}, \quad (3) \end{aligned}$$

где $r = l_2^2 / (l_2 - M)$ – радиус кривизны сферической волны;

$$\begin{aligned} & F \left[\frac{kMx_3}{l_1 l_2}, \frac{kMy_3}{l_1 l_2} \right], \Phi'_1 \left[\frac{kMx_3}{l_1 l_2}, \frac{kMy_3}{l_1 l_2} \right], \\ & \Phi'_2 \left[\frac{kMx_3}{l_1 l_2}, \frac{kMy_3}{l_1 l_2} \right], \Phi'_3 \left[\frac{kMx_3}{l_1 l_2}, \frac{kMy_3}{l_1 l_2} \right] \end{aligned}$$

– Фурье-образы соответственно функций

$$t(x_1, y_1), \exp \left[-\frac{ik}{8l_1^3} (x_1^2 + y_1^2)^2 \right],$$

$$\exp \left[-\frac{ik}{8R^3} (x_1^2 + y_1^2)^2 \right], \exp \left[i\psi_1 \left(x_1, y_1; \frac{M}{l_2} x_3, \frac{M}{l_2} y_3 \right) \right]$$

с пространственными частотами $Mx_3/\lambda l_1 l_2$, $My_3/\lambda l_1 l_2$.

Из выражения (3) следует, что в пределах вышеуказанной области в плоскости (x_3, y_3) комплексная амплитуда

поля соответствует Фурье-образу функции $t(x_1, y_1)$, каждая точка которого уширена до размера субъективного спекла, определяемого шириной функции

$$\Phi_1' \left[\frac{kMx_3}{l_1 l_2}, \frac{kMy_3}{l_1 l_2} \right] \otimes \Phi_2' \left[\frac{kMx_3}{l_1 l_2}, \frac{kMy_3}{l_1 l_2} \right] \otimes \Phi_3' \left[\frac{kMx_3}{l_1 l_2}, \frac{kMy_3}{l_1 l_2} \right] \otimes \Phi_1(x_3, y_3) \otimes \Phi_2(x_3, y_3) \otimes \Phi_3(x_3, y_3) \otimes P(x_3, y_3).$$

Причем по сравнению с дифракционным пределом уширение спекла обусловлено осевыми и внесосевыми aberrациями в объектном канале и искажениями, вносимыми в рассеянную волну контролируемой линзой. Кроме того, на субъективное спекл-поле наложено распределение фазы расходящейся квазисферической волны с радиусом кривизны r , и $r = \infty$ для $l_1 = f_1$ [1].

Положим, что как в канале освещения матового экрана, так и в канале опорной волны для формирования расходящейся сферической волны выполняется, как, например, в [5], пространственная фильтрация с целью исключения фазовых искажений волны, обусловленных оптическими элементами. Тогда в используемом приближении распределение комплексной амплитуды в плоскости фотопластинки, соответствующее первой экспозиции, для опорной пространственно ограниченной волны принимает вид

$$u_{01}(x_3, y_3) \sim \exp \left\{ ik \left[\frac{1}{2r} [(x_3 + c)^2 + y_3^2] - \frac{1}{8r^3} [(x_3 + c)^2 + y_3^2]^2 \right] \right\}, \quad (4)$$

где $c = r \sin \theta$ – введенное обозначение для сокращения записи; θ – угол, который составляет ось пространственно ограниченного опорного пучка с нормалью к плоскости фотопластинки.

Распределение комплексной амплитуды объектного поля, соответствующее второй экспозиции, запишем в виде

$$u_2(x_3, y_3) \sim \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} t(x_1, y_1) \times \exp \left\{ ik \left[\frac{1}{2R} [(x_1 - R \sin \alpha)^2 + y_1^2] - \frac{1}{8R^3} [(x_1 - R \sin \alpha)^2 + y_1^2]^2 \right] \right\} \times \exp \left\{ \frac{ik}{2l_1} [(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2] \right\} \times \exp \left\{ \frac{ik}{8l_1^3} [(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2]^2 \right\} p(x_2, y_2) \times \exp \left\{ -i \left[\frac{k}{2f_1} (x_2^2 + y_2^2) - \varphi(x_2, y_2) \right] \right\} \times \exp \left\{ \frac{ik}{2l_2} [(x_2 - x_3 + a)^2 + (y_2 - y_3)^2] \right\} \times$$

$$\times \exp \left\{ -\frac{ik}{2l_2^3} [(x_2 - x_3 + a)^2 + (y_2 - y_3)^2]^2 \right\} dx_1 dy_1 dx_2 dy_2. \quad (5)$$

Если выполняется условие: $\sin \alpha = aM/l_1 l_2$, то выражение (5) принимает вид

$$u_2(x_3, y_3) \sim \exp \left\{ ik \left[\frac{1}{2r} [(x_3 - a)^2 + y_3^2] - \frac{1}{8l_2^3} (x_3^2 + y_3^2)^2 \right] \right\} \times \left\{ F \left[\frac{kMx_3}{l_1 l_2}, \frac{kMy_3}{l_1 l_2} \right] \otimes \Phi_1' \left[\frac{kMx_3}{l_1 l_2}, \frac{kMy_3}{l_1 l_2} \right] \otimes \exp [-ikaR (M/l_1 l_2)^2 x_3] \Phi_2' \left[\frac{kMx_3}{l_1 l_2}, \frac{kMy_3}{l_1 l_2} \right] \otimes \Phi_3' \left[\frac{kMx_3}{l_1 l_2}, \frac{kMy_3}{l_1 l_2} \right] \otimes \exp (-ikaMx_3/l_2^2) \times \Phi_1(x_3, y_3) \otimes \exp [-ika (M - l_2) x_3/l_2^2] \times \Phi_2(x_3, y_3) \otimes \exp [-ika (M - l_2) x_3/l_2^2] \times \Phi_3(x_3, y_3) \otimes \exp(ikaMx_3 / l_2^2 P(x_3, y_3)) \right\}. \quad (6)$$

Согласно выражению (6) структура субъективного спекл-поля в объектном канале в плоскости (x_3, y_3) идентична структуре для первой экспозиции. Изменяются лишь углы наклона для некоторых составляющих субъективного спекла.

Для второй экспозиции распределение комплексной амплитуды опорной волны в плоскости фотопластинки определяется выражением

$$u_{02}(x_3, y_3) \sim \exp \left\{ ik \left[\frac{1}{2r} [(x_3 + c - a)^2 + y_3^2] - \frac{1}{8r^3} [(x_3 + c - a)^2 + y_3^2]^2 \right] \right\}. \quad (7)$$

При условии проведения записи двухэкспозиционной голограммы на линейном участке кривой почернения фотоматериала и обеспечения пространственного разделения дифрагирующих волн [5] найдем распределение комплексной амплитуды $u(x_3, y_3)$ в ее плоскости для составляющей, соответствующей (-1)-му порядку дифракции. На основании выражений (3), (4), (6), (7) оно принимает следующий вид:

$$u(x_3, y_3) \sim \exp (-ikx_3 \sin \theta) \times \exp \left\{ ik \left[\frac{1}{8r^3} [(x_3 + c)^2 + y_3^2] - \frac{1}{8l_2^3} (x_3^2 + y_3^2)^2 \right] \right\} \times \left\{ F \left[\frac{kMx_3}{l_1 l_2}, \frac{kMy_3}{l_1 l_2} \right] \otimes \Phi_1' \left[\frac{kMx_3}{l_1 l_2}, \frac{kMy_3}{l_1 l_2} \right] \otimes \Phi_2' \left[\frac{kMx_3}{l_1 l_2}, \frac{kMy_3}{l_1 l_2} \right] \otimes \Phi_3' \left[\frac{kMx_3}{l_1 l_2}, \frac{kMy_3}{l_1 l_2} \right] \otimes \Phi_1(x_3, y_3) \otimes \Phi_2(x_3, y_3) \otimes \Phi_3(x_3, y_3) \otimes P(x_3, y_3) + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \exp [i\Psi_3(x_3, y_3; a) \left\{ F \left[\frac{kMx_3}{l_1 l_2}, \frac{kMy_3}{l_1 l_2} \right] \otimes \right. \\
& \otimes \Phi'_1 \left[\frac{kMx_3}{l_1 l_2}, \frac{kMy_3}{l_1 l_2} \right] \otimes \exp [-ikaR (M/l_1 l_2)^2 x_3] \times \\
& \times \Phi'_2 \left[\frac{kMx_3}{l_1 l_2}, \frac{kMy_3}{l_1 l_2} \right] \otimes \Phi'_3 \left[\frac{kMx_3}{l_1 l_2}, \frac{kMy_3}{l_1 l_2} \right] \otimes \\
& \otimes \exp (-ikaMx_3/l_2^2) \Phi_1(x_3, y_3) \otimes \\
& \otimes \exp [-ika(M-l_2)x_3/l_2^2] \Phi_2(x_3, y_3) \otimes \\
& \otimes \exp [-ika(M-l_2)x_3/l_2^2] \Phi_3(x_3, y_3) \otimes \\
& \left. \otimes -\exp(-ikaMx_3/l_2^2 P(x_3, y_3)) \right\}, \quad (8)
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
\Psi_3(x_3, y_3; a) = & \frac{k}{8r^2} (6x_3^2 a^2 + 2y_3^2 a^2 - 4x_3^2 a - 4x_3 a^3 - \\
& - 4x_3 y_3^2 a + 12x_3 a^2 c - 12x_3^2 ac - 12x_3 ac^2 - 4y_3^2 ac)
\end{aligned}$$

– фазовая функция, обусловленная аберрациями в опорном канале.

Из выражения (8) следует, что в силу совпадения идентичных субъективных спеклов двух экспозиций в плоскости голограммы в ней локализуется интерференционная картина бокового сдвига в полосах бесконечной ширины. Причем, как и в [6,7], эта интерференционная картина характеризует преимущественно аберрацию типа комы, и частота ее интерференционных полос увеличивается с увеличением угла θ , смещения фотопластинки a , а также с уменьшением радиуса кривизны r . В результате этого при проведении пространственной фильтрации дифракционного поля в плоскости голограммы необходимо уменьшать диаметр фильтрующего отверстия расположенного в ней пространственного фильтра p . В свою очередь, уменьшение диаметра фильтрующего отверстия приводит к увеличению размера субъективного спекла в плоскости (x_4, y_4) формирования изображения матового экрана, где локализуется интерференционная картина, характеризующая контролируемый объект. С увеличением размера спекла уменьшается вплоть до нуля видность интерференционной картины, когда размер спекла становится соизмерим с периодом интерференционных полос. Следовательно, аберрации в опорном канале ограничивают диапазон чувствительности интерферометра, и они отсутствуют, когда $r = \infty$ ($l_1 = f_1$).

Положим для сокращения записи, что на стадии восстановления голограммы линза L_2 с фокусным расстоянием f_2 находится в ее плоскости. Кроме того, учет третьего порядка приближения для определения комплексной амплитуды поля в плоскости (x_4, y_4) приводит лишь к тому, что изменяется распределение в субъективной спекл-структуре в плоскости регистрации \mathcal{Z} , которую модулируют интерференционные полосы. Тогда, ограничиваясь параболическим приближением, запишем распределение комплексной амплитуды поля в плоскости (x_4, y_4) в виде

$$\begin{aligned}
u(x_4, y_4) \sim & \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p(x_3 + x_{03}, y_3 + y_{03}) u(x_3, y_3) \times \\
& \times u_{01}(x_3, y_3) \exp \left[-\frac{ik}{2f_2} (x_3^2 + y_3^2) \right] \times \\
& \times \exp \left\{ \frac{ik}{2l_3} [(x_3 - x_4)^2 + (y_3 - y_4)^2] \right\} dx_3 dy_3, \quad (9)
\end{aligned}$$

где $p(x_3 + x_{03}, y_3 + y_{03})$ – функция пропускания пространственного фильтра [8], центр которого находится в точке с координатами x_{03}, y_{03} ; l_3 – расстояние между плоскостями $(x_3, y_3), (x_4, y_4)$.

Пусть для сокращения записи $l_3 = l_2$ и $1/f_2 = 1/r + 1/l_2$. Тогда в результате подстановки выражений (4), (8) в (9), считая, что диаметр фильтрующего отверстия не превосходит ширину интерференционной полосы для интерференционной картины, локализуемой в плоскости голограммы, без учета несущественного множителя, характеризующего распределение фазы сферической волны, получим

$$\begin{aligned}
u(x_4, y_4) \sim & \left\{ t (-\mu_1 x_4, -\mu_1 y_4) p(x_4, y_4) \exp \left\{ i \left[\varphi(-x_4, -y_4) + \right. \right. \right. \\
& + \Psi_1(-\mu_1 x_4, -\mu_1 y_4; \mu_2 x_{03}, \mu_2 y_{03}) + \Psi_2(-x_4, -y_4; x_{03}, y_{03}) - \\
& \left. \left. - \frac{k}{8} \left(\frac{\mu_1^4 + 1}{l_3^3} + \frac{\mu_1^4}{R^3} + \frac{1}{l_3^2} \right) (x_4^2 + y_4^2)^2 \right] \right\} + t (-\mu_1 x_4, -\mu_1 y_4) \times \\
& \times p(x_4 + \mu_2 a, y_4) \times \exp \left\{ i \left\{ \varphi(-x_4 - \mu_2 a, -y_4) + \right. \right. \\
& + \Psi_1(-\mu_1 x_4, -\mu_1 y_4; \mu_2 x_{03}, \mu_2 y_{03}) + \\
& \left. \left. + \Psi_2[-x_4 - (\mu_2 - 1)a, -y_4; x_{03}, y_{03}] - \frac{k \mu_1^4}{8l_3^3} (x_4^2 + y_4^2)^2 \right\} \right\} \times \\
& \times \exp \left\{ -\frac{ik \mu_1^4}{8R^3} \left[\left(x_4 + \frac{a\mu_2}{1-\mu_1} \right)^2 + y_4^2 \right]^2 \right\} \times \\
& \times \exp \left\{ -\frac{ik}{8l_1^3} [(x_4 + \mu_2 a)^2 + y_4^2]^2 \right\} \times \\
& \times \exp \left\{ -\frac{ik}{8l_2^3} [(x_4 + (\mu_2 - 1)a)^2 + y_4^2]^2 \right\} \otimes P_0(x_4, y_4), \quad (10)
\end{aligned}$$

где $\mu_1 = l_1/M$; $\mu_2 = M/l_2$ – коэффициенты масштабного преобразования;

$$\begin{aligned}
P_0(x_4, y_4) = & \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p(x_3 + x_{03}, y_3 + y_{03}) \times \exp \left[-\frac{ik}{8l_2^3} (x_3^2 + y_3^2)^2 \right] \times \\
& \times \exp [-ik(x_3 x_4 + y_3 y_4)/l_2] dx_3 dy_3
\end{aligned}$$

– Фурье-образ соответствующей функции.

На основании выражения (10) и положений, указанных в [1–3], можно определить распределение освещенно-

сти $I(x_4, y_4)$ в плоскости регистрации интерференционной картины, где совмещены идентичные субъективные спеклы двух экспозиций. Если диаметр D_0 освещенной области матового экрана удовлетворяет условию $D_0 \geq df_1 l_2 / (f_1 l_1 + f_1 l_2 - l_1 l_2)$, то в пределах перекрытия двух изображений зрачка контролируемой линзы

$$I(x_4, y_4) \sim \{1 + \cos [\varphi(-x_4 - \mu_2 a, -y_4) - \varphi(-x_4, -y_4) + \psi_4(x_4, y_4; \mu_2 a) + \psi_5(x_4, y_4; x_{03}, y_{03}; \mu_2 a)]\} \left| t(-\mu_1 x_4, -\mu_1 y_4) \times \exp \left\{ i \left[\psi_1(-\mu_1 x_4, -\mu_1 y_4; \mu_2 x_{03}, \mu_2 y_{03}) + \psi_2(-x_4, -y_4; x_{03}, y_{03}) - \frac{k}{8} \left(\frac{\mu_1^4 + 1}{l_1^3} + \frac{\mu_1^4}{R^3} + \frac{1}{l_2^3} \right) (x_4^2 + y_4^2)^2 \right] \right\} \otimes P_0(x_4, y_4) \right|^2, \quad (11)$$

где

$$\begin{aligned} \psi_4(x_4, y_4; \mu_2 a) = & -\frac{k}{8} \left\{ 4x_4^3 \left[\frac{1}{l_1^3} + \frac{(\mu_2 - 1)}{\mu_2 l_2^2} + \frac{\mu_1^3}{R^2 l_1} \right] \times \right. \\ & \times (\mu_2 a) + (6x_4^2 + 2y_4^2) \left[\frac{1}{l_1^3} + \frac{(\mu_2 - 1)^2}{\mu_2^2 l_2^2} + \frac{\mu_1^2}{R^2 l_1} \right] (\mu_2 a)^2 + \\ & + 4x_4 \left[\frac{1}{l_1^3} + \frac{(\mu_2 - 1)^3}{\mu_2^3 l_2^2} + \frac{\mu_1}{l_1^3} \right] (\mu_2 a)^3 + \\ & \left. + 4x_4 y_4^2 \left[\frac{1}{l_1^3} + \frac{(\mu_2 - 1)}{\mu_2 l_2^2} + \frac{\mu_1^3}{R^2 l_1} \right] (\mu_2 a) \right\}; \\ \psi_5(x_4, y_4; x_{03}, y_{03}; \mu_2 a) = & -\frac{k}{8l_2^3} \times \\ & \times [(12x_4 x_{03}^2 + 12x_4^2 x_{03} + 8x_4 y_4 y_{03} + 4x_4 y_{03}^2 + 4y_4^2 x_{03} + \\ & + 8y_4 x_{03} y_{03}) (\mu_2 - 1) a + (12x_4 x_{03} + 4y_4 y_{03}) (\mu_2 - 1)^2 a^2] \end{aligned}$$

– фазовые функции, обусловленные aberrациями третьего порядка в объектном канале.

Из (11) следует, что в плоскости формирования изображения матового экрана образуется интерферограмма бокового сдвига в полосах бесконечной ширины, которая характеризует волновые aberrации контролируемой линзы. Интерференционные полосы модулируют субъективную спекл-структуру с размером спекла, определяемого шириной функции $P_0(x_4, y_4)$. При этом интерференционная картина может быть искажена при отличии от нуля функций $\psi_4(x_4, y_4; \mu_2 a)$, $\psi_5(x_4, y_4; x_{03}, y_{03}; \mu_2 a)$.

Следует отметить, что при проведении пространственной фильтрации дифракционного поля в плоскости голограммы путем ее восстановления малоапертурным лазерным пучком с целью увеличения яркости изображения распределение интенсивности в Фурье-плоскости линзы L_2 для $f_2 = l_2$ принимает вид, аналогичный выражению (11). Изменяется только распределение поля в субъективной спекл-структуре, которую модулируют интерференционные полосы.

Пусть пространственная фильтрация дифракционного поля проводится в плоскости голограммы на оптической

оси, тогда $\psi_5(x_4, y_4; 0, 0; \mu_2 a) = 0$, и возможные искажения интерференционной картины могут быть обусловлены сферической aberrацией голограммы в объектном канале.

Так как $l_1 < l_2$, то для известных величин d, f_1, l_1, l_2 , удовлетворяющих условию используемого приближения

$$[2\mu_1/(1 + \mu_1)] \sqrt[4]{0,8\lambda l_1^3} \leq d \leq [2\mu_1/(1 + \mu_1)] \sqrt[6]{4,8\lambda l_1^5},$$

найдем максимальную величину $(\mu_2 a) \leq d/2$ бокового сдвига, при которой еще можно считать, что $\psi_4(x_4, y_4; \mu_2 a) = 0$. Для этого воспользуемся известным (например, [9]) критерием точности определения фазы, равной $0,1 \cdot 2\pi$. Так как в дифференциальной интерферометрии максимальное изменение фазы имеет место на оси сдвига, то на основании выражения для функции $\psi_4(x_4, y_4; \mu_2 a)$ максимально допустимая величина бокового сдвига является результатом решения кубического уравнения:

$$4 \left[\frac{1}{l_1^3} + \frac{(\mu_2 - 1)^3}{\mu_2^3 l_2^2} + \frac{\mu_1}{l_1^3} \right] (d/2) (\mu_2 a)^3 + 6 \left[\frac{1}{l_1^3} + \frac{(\mu_2 - 1)^2}{\mu_2^2 l_2^2} + \frac{\mu_1^2}{R l_1^2} \right] \times \\ + (d/2)^2 (\mu_2 a)^2 + 4 \left[\frac{1}{l_1^3} + \frac{(\mu_2 - 1)}{\mu_2 l_2^2} + \frac{\mu_1^3}{R^2 l_1} \right] (d/2)^3 (\mu_2 a) - 0,8\lambda = 0.$$

В случае проведения пространственной фильтрации дифракционного поля вне оптической оси для контроля внеосевых волновых aberrаций положительной линзы или объектива [1–3] можно определить диапазон контроля по полю, в пределах которого

$$\psi_5(x_4, y_4; x_{03}, y_{03}; \mu_2 a) = 0.$$

Из вида функции $\psi_5(x_4, y_4; x_{03}, y_{03}; \mu_2 a)$ следует, что, пренебрегая слагаемыми более высокого порядка малости, допустимый диаметр $D_{\max} \leq d(1 + l_2/l_1 - l_2/f_1)$ в плоскости голограммы для найденной величины $(\mu_2 a)$ является решением квадратного уравнения:

$$12(d/2)(D_{\max}/2)^2 + 12(d/2)^2(D_{\max}/2) - 0,8\lambda l_2^3 \mu_2 / (\mu_2 - 1) (\mu_2 a) = 0,$$

и ограничение диапазона контроля по полю обусловлено внеосевой aberrацией голограммы типа комы в объектном канале.

Некоторые особенности, присущие рассматриваемому методу записи двухэкспозиционной голограммы, следуют из анализа выражения (8). Так, в объектном канале для составляющей $\Phi'_1 \left[\frac{kMx_3}{l_1 l_2}, \frac{kMy_3}{l_1 l_2} \right]$ субъективного спекла второй

экспозиции отсутствует угол наклона. В результате этого уменьшается ошибка контроля, обусловленная сферической aberrацией голограммы. Также оказываются сов-

мещенными составляющие $\Phi'_3 \left[\frac{kMx_3}{l_1 l_2}, \frac{kMy_3}{l_1 l_2} \right]$ субъективного

спекла двух экспозиций при отсутствии угла наклона между ними. Это обстоятельство обеспечивает уменьшение влияния внеосевых aberrаций голограммы в объектном канале на ошибку контроля. Кроме того, при $l_1 = f_1$, когда диапазон контроля по полю определяется величиной диаметра зрачка контролируемой линзы, отсутствует ошибка контроля из-за внеосевых aberrаций голограммы, а также

уменьшается ошибка из-за сферической аберрации голограммы. В этом случае отсутствует угол наклона составляющих $\Phi_2(x_3, y_3)$, $\Phi_3(x_3, y_3)$ субъективного спекла в плоскости голограммы.

Таким образом, результаты анализа формирования интерферограммы бокового сдвига в когерентных диффузно рассеянных полях при двухэкспозиционной записи голограммы Фурье матового экрана для контроля положительной линзы или объектива показали следующее.

Увеличение диаметра зрачка контролируемого объекта указывает на необходимость учета аберрации голограммы в опорном и объектном каналах. При этом аберрации голограммы третьего порядка типа комы в опорном канале приводят к уменьшению диапазона чувствительности интерферометра. Осевые и внеосевые волновые аберрации голограммы в объектном канале изменяют вид фильтруемых интерференционных картин, обуславливая тем самым ошибки контроля. Для их исключения необходимо

уменьшать чувствительность интерферометра. В пределах установленных границ диапазона чувствительности, которые зависят от геометрических параметров схемы записи голограммы в объектном канале и длины волны используемого когерентного источника света, фильтруемые интерференционные картины характеризуют контролируемый объект.

1. Гусев В.Г. // Оптика и спектроскопия. 1991. Т. 71. Вып. 1. С. 171–174.
2. Гусев В.Г. // Оптика атмосф. и океана. 1992. Т. 5. № 2. С. 115–123.
3. Гусев В.Г. // Изв. вузов. Приборостр. 1991. Т. 34. № 3. С. 60–66.
4. Гудман Д. Введение в Фурье-оптику. М.: Мир, 1970. 359 с.
5. Кольер Р., Беркхарт К., Лин П. Оптическая голография. М.: Мир, 1973. 670 с.
6. Гусев В.Г. // Оптич. журнал. 2000. Т. 67. № 3. С. 62–65.
7. Гусев В.Г. // Оптич. журнал. 2001. Т. 68. № 5. С. 48–52.
8. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1970. 846 с.
9. Островский Ю.И., Бутусов М.М., Островская Г.В. Голографическая интерферометрия. М.: Наука, 1977. 324 с.

V.G. Gusev. Formation of Shear Interferograms in Diffusively Scattered Light Fields when Double-Exposure Recording of Lens Fourier Hologram.

The analysis of the shear interferometer with coherent scattered fields is made in the third order of approximation for complex amplitude of the field. It is shown that the range of sensitivity of the interferometer is restricted by the aberrations in the reference and objective channels.