С.А. Бахрамов, А.К. Касимов, Ш.Д. Пайзиев, Д.Э. Пайзиева

Статистика фотоотсчетов лазерного излучения, прошедшего турбулентную атмосферу при негауссовости поля излучения

НПО «Академприбор» АН РУз, г. Ташкент

Поступила в редакцию 21.08.2002 г.

Приведены результаты экспериментальных исследований и численных расчетов статистических и корреляционных характеристик лазерного излучения, прошедшего турбулентную среду. Установлена возможность использования связи между корреляционной функцией и дисперсией фотоотсчетов при описании экспериментальных распределений. Выявлена независимость характера распределения интегральной интенсивности от времени отбора.

Турбулентность атмосферы существенно влияет на распространение оптических сигналов, приводит к случайному искажению пучков излучения, случайной модуляции интенсивности и фазы, что вызывает флуктуации поля в точке приема. Флуктуации поля, обусловленные атмосферной турбулентностью, значительно снижают качество информации, получаемой с помощью наземных приемников излучения, ограничивая эффективность лазерных систем, используемых в оптической связи, локации и зондировании атмосферы [1, 2]. Поэтому для оптимизации и определения эффективности лазерных систем необходимо изучение флуктуаций лазерного излучения и шумов, целью которого является построение их статистической модели. Для регистрации лазерного излучения видимого диапазона в основном используется фотоэлектронный умножитель (ФЭУ). В этом случае основной статистической характеристикой является распределение вероятностей фотоотсчетов $(PB\Phi)$ за время отбора T - P(n, T).

РВФ достаточно подробно изучено для гауссова поля в плоскости приема [2]. Результатом этого явилось создание ряда приближенных решений, используемых в зависимости от соотношений T и τ_c – времени корреляции флуктуации интенсивности лазерного излучения в атмосфере. В ряде случаев работы лазерных систем распределение поля в плоскости приема негауссово. Для негауссовых полей РВФ известны лишь в асимптотах $T \ll \tau_c$. Так, например, введя условия логнормальности распределения интенсивности

$$\omega(I) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma I} \exp\left\{-\left[\ln\frac{I}{I_0} + \frac{\sigma}{2}\right] / 2\sigma^2\right\}^2,$$
(1)

где I_0 – интенсивность излучения в отсутствие турбулентности и

$$\sigma^{2} = \left\langle \left(\ln \frac{I}{I_{0}} \right)^{2} \right\rangle - \left\langle \ln \frac{I}{I_{0}} \right\rangle^{2}, (2)$$

РВФ при $T\!\ll\!\tau_{\rm c}$ можно описать распределением Диамента–Тейча

$$P(n, \langle n \rangle, \sigma) = \frac{M^n e^{-M}}{n!} \frac{\exp[-0.5\sigma^2(M-n)^2]}{[1+\sigma^2 M]^{1/2}} , \qquad (3)$$

где для каждого n нужно определять M, решая трансцендентное уравнение вида

$$\ln M = \ln \langle n \rangle + \sigma^2 (n - M - 0, 5)$$

В обратной асимптоте при $T >> \tau_c$ РВФ есть распределение Пуассона. В обширной области времен отбора между асимптотами $T \ll \tau_c$ и $T \gg \tau_c$ и при негауссовости распределения поля РВФ лазерного излучения, прошедшего турбулентную атмосферу, практически не исследовано в силу сложности математических расчетов и неустойчивости состояния атмосферы в течение времени, необходимого для проведения эксперимента.

В данной работе приводятся результаты экспериментальных исследований РВФ при времени отбора порядка времени корреляции интенсивности, проведенных в лабораторных условиях, что позволило обеспечить стационарность и контроль основных параметров трассы в степени, недоступной для натурно-атмосферного эксперимента.

Блок-схема экспериментальной установки приведена на рис. 1. Излучение лазера ЛГ-38 с длиной волны 0,63 мкм проходит небольшой участок с интенсивной турбулентностью воздуха, осуществляемой подогревательной системой, и попадает на фотоприемник. Интенсивность излучения регулируется с помощью нейтральных и поляризационных фильтров. Коллиматор и диафрагма диаметром 0,4 мм обеспечивают режим «точечного отбора». Детектирование оптического излучения проводилось с помощью ФЭУ-147-3, работающего в режиме счета фотонов. Одноэлектронные импульсы фотоумножителя стандартизируются на усилителеформирователе и подаются на счетчик. Число отсчетов, накопленное на счетчике за время выборки, передается в ЭВМ, которая управляет проведением эксперимента и осуществляет обработку информации. Чтобы исключить влияние изменения отношения сигнал-шум на результаты и улучшить достоверность эксперимента при зафиксированных значениях интенсивности I = const, были исследованы РВФ при различных значениях времени выборки Т. В связи с этим для количественной оценки характеристик распределений использованы нормированные величины, а именно: относительная дисперсия фотоотсчетов β_n^2 и коэффициента асимметрии K_{acm} .



Рис. 1. Блок-схема экспериментальной установки: 1 – лазер; 2 – нейтральные фильтры; 3 – коллиматор; 4 – отражатель; 5 – нагреватель; 6 – поляризационные фильтры; 7 – ФЭУ с диафрагмой; 8 – осциллограф; 9 – частотомер; 10 – усилительформирователь; 11 – счетчик; 12 – таймер; 13 – контроллер крейта; 14 – ЭВМ; 15 – магистраль КАМАК

Исследования проводились для трех различных состояний наведенной турбулентности, которые, судя по значениям β_n^2 , соответствуют слабой и средней турбулентности.Этот вывод основывался на следующих рассуждениях: при $T \ll \tau_c \beta_n^2 = \beta^2$, где β^2 – дисперсия относительных флуктуаций интенсивности [3]. С другой стороны, при отсутствии насыщения $\beta^2 \approx \beta_0^2$, где $\beta_0^2 = 1,23 \ C_n^2 k^{7/6} x^{11/6}$ – параметр, характеризующий турбулентность трассы; C_n^2 – структурная характеристика показателя преломления; k – волновое число; x – длина трассы. Экспериментальные значения β_n^2 не превышали 1,5, и контрольные эксперименты явного насыщения значений β_n^2 не показали, что дает основание считать наведенную турбулентность соответствующей областям со слабой и средней турбулентностью в реальной атмосфере.

Для каждого состояния турбулентности трассы РВФ определялось при 10 значениях времен отбора. Число отсчетов в каждом эксперименте по определению РВФ составило ~ 10^6 , что обеспечивало достаточное статистическое усреднение. С целью исключения случайных ошибок и обеспечения достаточной точности исследований, для каждого времени отбора *T*, РВФ определялось по 10 раз. Величины, характеризующие распределение фотоотсчетов, определялись путем усреднения по всем реализациям при одинаковых значениях времен отбора.

В период проведения эксперимента для одного состояния наведенной турбулентности, при каждом изменении времени отбора, производилась запись последовательности 256 отсчетов в порядке поступления, со временем выборки меньшим, чем предполагаемое время корреляции. Из этой последовательности определялась автокорреляционная функция фотоотсчетов, которую при $T \ll \tau_c$ можно считать эквивалентной корреляционной функции интенсивности. Таким образом, для одного состояния турбулентности корреляционная функция определялась 10 раз через различные промежутки времени. На рис. 2 приведены усредненные по всем реализациям корреляционные функции фотоотсчетов для трех различных состояний наведенной турбулентности.



Рис. 2. Корреляционные функции фотоотсчетов при различных состояниях турбулентности. Сплошная линия – усредненные значения, геометрические фигуры – среднеквадратическое отклонение: где О – при т_с = 3,63 мс; □ – 2,48 мс; ◆ – 0,68 мс

Время корреляции интенсивности считалось равным среднему значению времен корреляции фотоотсчетов, полученных в эксперименте. Среднеквадратическое отклонение значений времен корреляций интенсивности не превышало 7% для каждого состояния турбулентности трассы, что указывает на достаточную стационарность оптических характеристик трассы распространения.

Тщательный анализ многочисленных экспериментальных данных, полученных на описанной экспериментальной установке, дал основание предположить возможность применения распределения Диамента–Тейча для описания экспериментальных РВФ при условии, что параметр σ^2 в распределении Диамента–Тейча зависит от времени отбора. Действительно, по мере увеличения времени выборки от $T \ll \tau_c$ к значениям $T \approx \tau_c$ увеличивается время усреднения интенсивности и соответственно дисперсия флуктуации интенсивности в каждой выборке уменьшается.

Таким образом, с увеличением времени отбора *T* значение величины σ^2 уменьшается. При этом закон, по которому происходит уменьшение дисперсии с ростом времени отбора, зависит от вида корреляционной функции флуктуаций интенсивности. Отметим, что при нарушении условия $T \ll \tau_c$ величина σ^2 теряет смысл дисперсии логарифма относительной интенсивности и будет выражать дисперсию логарифма относительной интегральной (усредненной по времени отбора) интенсивности $\sigma_{\ln U}$. Для определения связи между $\sigma_{\ln U}$ и экспериментально определяемыми величинами используем выражение для определения моментов распределения. Учитывая логнормальность распределения интегральной интенсивности, имеем

И

$$\langle U \rangle = U_0, \langle U^2 \rangle = U_0 \exp \left(\sigma_{\ln U}^2\right)$$

$$\sigma_{U}^{2} = U_{0}^{2} [\exp(\sigma_{\ln U}^{2} - 1)],$$

где U₀ – интегральная интенсивность излучения в отсутствие турбулентности. Следовательно:

$$\sigma_{\ln U}^2 = \ln(1 + \sigma_U^2 / \langle U \rangle^2). \tag{4}$$

С другой стороны, согласно формуле Манделя [4] дисперсию фотоотсчетов можно записать в виде

$$\sigma_n^2 = \langle n \rangle + \sigma_U^2 \,. \tag{5}$$

Учитывая, что $\langle n\rangle\!=\!\langle U\rangle$ и нормированная дисперсия фотоотсчетов равна

$$\beta_n^2 = (\sigma_n^2 - \langle n \rangle) / \langle n \rangle^2,$$

из (4) и (5) имеем

$$\sigma_{\ln U}^{2} = \ln(1 + \beta_{n}^{2}).$$
(6)

Следовательно, определив значение β_n^2 из экспериментального РВФ, можно установить значение дисперсии интегральной интенсивности. И если теперь полученное значение $\sigma_{\ln U}^2$ и среднее число отсчетов из соответствующего эксперимента подставить в распределение Диамента– Тейча, то последнее с большой точностью опишет экспериментальное распределение фотоотсчетов, полученное при $T \approx \tau_e$. Отметим, что при $T \rightarrow 0 \sigma_{\ln U}^2 \rightarrow \sigma^2$.

На рис. 3 приведены графики зависимости $K_{\rm acm}$ экспериментальных распределений от времени отбора при $T \approx \tau_{\rm c}$.



Рис. 3. Зависимость коэффициентов асимметрии от времени отбора. Геометрические фигуры соответствуют рис. 2

Сплошная линия соответствует характеристикам распределения Диамента-Тейча, полученным путем численных расчетов из (3) с использованием (6) и при значениях $\langle n \rangle$, равных экспериментальному. Как видно из рис. 3, при $\tau_{c} = 0.68$ мс (что соответствует наиболее слабому режиму турбулентности, реализованному в нашем эксперименте) значения Касм, полученные из распределения Диамента-Тейча, очень хорошо описывают экспериментальные результаты. В случае $\tau_c = 2,48$ мс и в особенности при $\tau_c = 3,63$ мс коэффициенты асимметрии, полученные из распределения Диамента–Тейча, при $T/\tau_c \leq 1$ существенно отличаются от экспериментальных значений. Увеличение времени отбора ведет к уменьшению этого отличия, и при $T/\tau_c \ge 1$ расхождение расчетных и экспериментальных значений находится в пределах ошибки эксперимента. Дальнейшее увеличение Т приводит к хорошему совпадению результатов эксперимента и расчета.

Это отличие экспериментальных и расчетных результатов при значениях $T/\tau_c \leq 1$ объясняется эффектом «усечения» экспериментальных распределений. В экспериментальном распределении вследствие технических ограничений обычно часть информации о распределении теряется, что обусловлено конечностью общего числа выборок. Выборки с малой вероятностью (обычно это выборки с большим числом фотоотсчетов) не успевают проявиться в течение времени набора, однако вероятности регистрации таких выборок отличны от нуля. В связи с этим экспериментальное распределение оказывается «усеченным». И тем больше проявляется эффект «усечения», чем длиннее «хвост» исследуемого распределения. Таким образом, распределения, в которых вероятности больших отсчетов убывают медленнее, при экспериментальном исследовании подвержены большему усечению.

Численные расчеты таких ограничений не имеют. В нашем эксперименте при временах отбора $T/\tau_c \le 1$ влияние турбулентности оказывается сильнее, распределения имеют более пологие «хвосты» и эффект «усечения» действует сильнее. С увеличением времени выборки Т флуктуации интенсивности сглаживаются и вероятности больших чисел отсчетов убывают значительно быстрее, тем самым уменьшаются вносимые искажения. При значении $\tau_{c} = 0,68$ мс влияние «усечения» на экспериментальные данные не проявилось и при $T/\tau_c \le 1$, вследствие того, что турбулентность и, следовательно, флуктуации интенсивности были малы. Для проверки правильности этих рассуждений при численных расчетах суммирование при определении моментов было ограничено каналом с номером N_{max}, где N_{max} – максимальный номер канала в экспериментальном РВФ, в котором зарегистрирован отличный от нуля отсчет. В этом случае значения Касм с хорошей точностью совпали со значениями, полученными из экспериментальных распределений.

Чтобы окончательно убедиться в возможности применения распределения Диамента-Тейча для описания статистики фотоотсчетов лазерного излучения, прошедшего турбулентную атмосферу при временах отбора, сравнимых со временем корреляции флуктуации интенсивности, мы решили определить распределение интегральной интенсивности, реализованной в нашем эксперименте.

Распределение интегральной интенсивности можно получить из экспериментальных РВФ [4] решением обратной задачи в виде

$$\omega(x) = \sum a_n(x) P(n, N), \qquad (7)$$

где $x = U/\langle U \rangle;$

$$a_{n}(x) = 2N(-2)^{n} \sum_{m=0}^{\infty} \binom{m}{n} l_{n} (2Nx) =$$
$$= 2N(-2)^{2} \sum_{k=0}^{\infty} \binom{n+k}{n} l_{n+k} (2Nx).$$

Здесь $l_n(y)$ – функция Лагерра; P(n, N) – экспериментальное распределение фотоотсчетов со средним, равным N. Таким образом, решая численно (7), получим гистограмму распределения интегральной интенсивности, соответствующей одной конкретной реализации РВФ. Анализ многочисленных распределений интегральной интенсивности, полученных описанным методом, показал [5], что все они

описываются логнормальным распределением с соответствующим параметром $\sigma_{\ln U}^2$, который определяется из экспериментальной РВФ с использованием выражения (8).

Таким образом, можно говорить о сохранении характера распределения интегральной интенсивности. При изменении времени отбора изменяется только величина $\sigma^2_{\ln U}$. Логнормальность распределений интегральной интенсивности подтверждает наше предположение о возможности применения распределения Диамента–Тейча для описания экспериментальных РВФ при $T \approx \tau_c$, так как указанное распределение было получено именно при логнормальности флуктуации интенсивности.

Сохранение характера распределения интегральной интенсивности резко увеличивает ценность одной реализации исследуемого процесса. Действительно, в этом случае распределения фотоотсчетов полностью определяются средним числом фотоотсчетов, которое непосредственно связано с интенсивностью излучения, и корреляционной функцией интенсивности, так как между последней и нормированной дисперсией фотоотсчетов существует связь:

$$\beta_n^2(T) = \frac{2}{T^2} \int_0^T (T - \tau) \rho(\tau) d\tau.$$
 (8)

Таким образом, длительный эксперимент по получению распределения фотоотсчетов сводится к измерению корреляционной функции флуктуаций интенсивности $\rho(\tau)$. Тогда, при условии достаточной стабильности характеристик трассы и исходного излучения, распределение фотоотсчетов в широком диапазоне времен отбора можно рассчитать, используя распределение Диамента–Тейча и связь между корреляционной функцией и нормированной дисперсией фотоотсчетов, включая времена отбора, сравнимые со временем корреляции. На рис. 4 изображены зависимости β_n^2 от времени выборок, полученные из корреляционной функции (сплошная линия) и из измерения РВФ для соответствующих времен отбора (точки).

На рис. 4 приведены значения β_n^2 для трех состояний турбулентности, реализованной в нашем эксперименте. Видно хорошее согласие зависимостей, полученных разными способами. Отметим, что интегрирование выражения (8) выполнено численно, так как экспериментальные корреляционные функции не удалось описать в элементарных функциях.



Рис. 4. Зависимость нормированной дисперсии фотоотсчетов от времени отбора. Геометрические фигуры соответствуют рис. 2

Таким образом, при условии логнормальности распределения интенсивности и достаточной стабильности характеристик трассы и интенсивности излучения измерение лишь одной корреляционной функции интенсивности дает полную информацию о статистических характеристиках фотоотсчетов лазерного излучения, прошедшего турбулентную атмосферу в широком диапазоне времен отбора, включая $T \approx \tau_c$. Последнее утверждение позволяет получить исчерпывающую информацию о статистике фотоотсчетов лазерного излучения в значительно короткие сроки, когда состояние атмосферы не претерпевает существенных изменений.

- 1. Бакут П.А., Ершова О.М., Шумилов Ю.П. Расчет энергетики искусственной лазерной звезды // Квант. электрон. 1996. Т. 23. № 12. С. 1100–1104.
- 2. Глазов Г.Н. Статистические вопросы лидарного зондирования атмосферы. Новосибирск: Наука, 1987. 312 с.
- Распространение лазерного пучка в атмосфере / Под ред. Д. Стробена. М.: Мир, 1981. 414 с.
- 4. Ахманов С.А., Дьяков Ю.Е., Чиркин А.С. Введение в статистическую радиофизику и оптику. М.: Наука, 1981. 640 с.
- 5. Бахрамов С.А., Касимов А.К., Пайзиев Ш.Д. Статистические характеристики лазерного излучения, прошедшего турбулентную среду при временах отбора порядка времени корреляции интенсивности // Оптика атмосф. и океана. 1997. Т. 10. № 8. С. 905–910.

S.A. Bakhramov, A.K. Kasimov, Sh.D. Payziev, D.E. Payzieva. Statistics of photocounts of laser radiation having passed through the turbulent atmosphere for non-gaussian fields of radiation.

The results of experimental and theoretical research of statistical and correlation characteristics of laser radiation having passed through a turbulent medium are presented. The relation between correlation function and variance of photocounts was established. It was shown that the character of distribution of integrated intensity is independent of a selection time.